

## گذر امواج الکترومغناطیسی از پلاسمای چگال ناهمگن

صدیقه میرابوطالبی<sup>۱\*</sup>، محمد کاظم خدیوی بروجنی<sup>۲</sup>، لیلا رجایی<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شمال، تهران، ایران

<sup>۲</sup> گروه فیزیک، دانشگاه پیام نور، مرکز شیراز، شیراز، ایران

<sup>۳</sup> دانشکده فیزیک، دانشگاه قم، قم، ایران

### چکیده

در این مقاله به بررسی چگونگی عبور امواج الکترومغناطیسی از لایه پلاسمای سرد ابرچگال ناهمگن در حضور میدان مغناطیسی پرداخته می‌شود. پلاسمای ابرچگال نمونه‌ای از یک ماده چپگرد است، و عبور موج الکترومغناطیسی از آن ناشی از برانگیختگی مدهای سطحی پلازما می‌باشد. در اینجا ساختار خاصی از پلاسمای چگال معرفی می‌شود و به‌طور ویژه نشان داده می‌شود که امواج سطحی به‌خوبی می‌توانند در دو سمت آن برانگیخته شوند و از این رو ساختار مناسبی جهت ساخت ابرلنزها می‌باشد. در این ساختار چگالی حامل‌های بارالکتریکی از نظر مکانی، متغییر در نظر گرفته می‌شود و تابع خاصی برای چگالی حامل‌های بار انتخاب می‌شود که طی آن چگالی تدریجاً از دو طرف لایه پلازما و به‌طور خطی افزایش می‌یابد. به این ترتیب که فرض می‌شود ضریب گذردهی الکتریکی معادل به‌طور خطی منفی شده و سپس به‌همان صورت در طرف دیگر لایه، مثبت شود. دامنه توزیع شدت موج برای مد عادی در دو حالت فرود عمودی و مایل بررسی می‌شوند. در این حالت خاص میدان مغناطیسی خارجی تأثیری بر گذار موج ندارد. در مد عادی مشاهده گردید که امواج سطحی به خوبی در دو طرف ساختار ایجاد می‌شوند. از این رو ساختار معرفی شده قابلیت عبور غیرعادی امواج الکترومغناطیسی را دارد.

**کلیدواژگان:** ماده چپگرد، پلاسمای سرد چگال، پلازما با چگالی متغییر

### مقدمه

با استفاده از این ویژگی منحصر به فرد و عبور غیر متعارف نور از این گونه مواد امیدهای تازه‌ای برای ساخت عدسی‌های ایده‌آل با بزرگ‌نمایی در حد زیر طول موجی، به وجود آمده است.

همچنین این گونه مواد به دلیل خاصیت عبور غیر عادی نور کاربردهای بسیاری در زمینه‌های مختلف در علوم از قبیل اپتیک، به‌ویژه اپتیک غیرخطی، فوتوالکترونیک، لیتوگرافی زیر طول موجی و... یافته‌اند [۱-۳]. پلازما

ضرایب گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی در مواد چپگرد (LHM)<sup>۱</sup> یا متامتریال‌ها منفی می‌باشند، یعنی در این گونه مواد  $\epsilon < 0$  و  $\mu < 0$  [۱-۲]. این مواد مصنوعی به‌طور معمول از ردیف فیلم‌های فلزی تشکیل می‌شوند و امواج الکترومغناطیسی را در فرکانس‌های تشدید، به‌طور غیرمنتظره‌ای کاملاً از خود عبور می‌دهند.

<sup>۱</sup>-Left Handed Materials

\*نویسنده مسئول: smirabotalbi@gmail.com

شوند. آنگاه تحت شرایط تشدید، برانگیختگی مدهای سطحی موجب عبور موج از پلازما خواهد شد [۷]. پلاسمون‌های برانگیخته در پلاسمای مغناطیده قبلاً در چارچوب مکانیک سیالات، و به‌طور نظری، مورد بررسی قرار گرفته است [۹-۸]. علاوه بر این رابطه پراکندگی انتشار امواج سطحی الکترواستاتیکی در یک لایه پلاسمای مغناطیده در مبحث نظریه جنبشی مورد مطالعه قرار گرفته است [۱۱-۱۰]. همچنین برانگیختگی مدهای سطحی بر روی یک پلاسمای مغناطیده و چگال در [۱۲] مورد بررسی قرار گرفته است. در این مقاله به بررسی چگونگی عبور موج الکترومغناطیسی از یک پلاسمای مغناطیده و چگال می‌پردازیم. اما فرض می‌کنیم که چگالی حامل‌های بار الکتریکی دارای تغییرات فضایی است. در واقع نوسانات سه بعدی دامنه امواج الکترومغناطیسی که در محیط ناهمگن پلاسمایی منتشر می‌شود، در برهمکنش‌های غیرخطی تابش لیزرها بر پلازما و نیز روی گرم شدن یونسفر در فرکانس رادیویی دیده می‌شوند. علاوه بر این دامنه موج در پلاسمای مغناطیده متحمل نوسانات فضایی بزرگ می‌شود که ناشی از صفر شدن‌ها و بینهایت شدن‌های ضریب شکست است، که در این موارد تقریب اپتیک هندسی کار آمد نیست رفتار موج باید از روش‌های خیلی دقیق بررسی شود قبل از اینکه دامنه موج وارد نظریه غیر خطی گردد.

در این مقاله فرض می‌شود که لایه پلازما به‌طور تدریجی چگال شود و تابع خاصی برای چگالی حامل‌های بار الکتریکی در نظر می‌گیریم. در واقع فرض می‌کنیم که افزایش چگالی تا مرز چپگرد شدن پلازما، به‌طور خطی صورت گیرد، سپس باز به‌طور خطی کاهش یابد و بر روی سطح پستی به‌میزان قبلی برسد. با چنین تابع چگالی، به بررسی گذار موج از لایه پلازما می‌پردازیم.

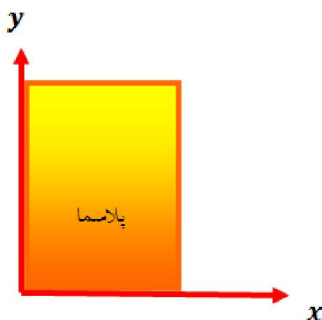
با چگالی بالای حد بحرانی را هم می‌توان چون ماده‌ای چپگرد در نظر گرفت، به این معنی که ضریب گذردهی الکتریکی معادل منفی داشته باشد. در واقع ضریب گذردهی الکتریکی معادل یک پلازما به‌صورت  $\epsilon = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$  تعریف می‌شود، که وقتی  $\omega < \omega_p$  شود آنگاه  $\epsilon < 0$  خواهد شد. این نوع پلازما کاربردهای مهم و متنوعی در زمینه‌های گوناگون نظری و آزمایشگاهی دارد [۵-۴].

به‌طور کلی دو مکانیزم جذب امواج الکترومغناطیسی در پلازما وجود دارد که عبارت‌اند از جذب برخوردی و جذب تشدید. در مکانیزم جذب برخوردی انرژی موج فرودی به انرژی حرکتی و سپس در اثر برخورد بین یون و الکترون به گرما تبدیل می‌شود. اما در مکانیزم جذب تشدید تبدیل خطی در پلاسمای غیر خطی موجب برانگیختگی تشدید امواج الکترواستاتیکی در پلازما می‌شود، که در نهایت موجب تولید الکترون‌های پراثر می‌شود. اما در اینجا مکانیزم جذب دیگری مورد نظر است که طبق نظر محققان بسیاری، عامل اصلی انتشار امواج الکترومغناطیسی از مواد چپگرد به‌ویژه پلاسمای چگال می‌باشد.

در واقع عبور غیر عادی نور از پلاسمای چگال نتیجه برانگیخته شدن مدهای سطحی است. این مدهای سطحی پلاسمون نیز گفته می‌شوند [۶-۵]. در فلزات هم همین امر دیده می‌شود، در اصل الکترون‌های آزاد فلز که چون محیطی پلاسمایی عمل می‌کنند، نقش اصلی در برانگیختگی تشدید این پلاسمون‌های سطحی ایفا می‌کنند. اما برای برانگیخته شدن مناسب این مدهای سطحی نیاز به امواج میرا است. بنابر این لازم است که امواج انتشاری ابتدا از یک محیط دی الکتریک عبور داده شوند و سپس وارد محیط پلازما

$$\psi \propto \psi(x)e^{ik_y y + ik_z z - i\omega t} \quad ۵$$

در واقع ضریب شکست در راستای محور  $x$ ها تغییر می‌کند، پس  $k_z$  و  $k_y$  از قانون اسنل پیروی می‌کنند و توابعی از  $x$  نیستند و ثابت در نظر گرفته می‌شوند.



شکل ۱. هندسه ساختار پلاسمای مورد نظر. ابعاد پلازما در راستاهای  $y$  و  $z$  بی‌نهایت فرض شده است.

در ساده‌سازی معادلات فرض می‌کنیم که پلازما برخوردی نباشد، یعنی  $v = 0$ . همچنین سرعت حامل‌های بار الکتریکی را به صورت  $\vec{V} = (V_x, V_y, 0)$  و میدان مغناطیسی در درون پلازما را به فرم  $\vec{B}_0 = B_0 \hat{k}$  و یکنواخت در نظر می‌گیریم. در این صورت با توجه به رابطه ۳، بردار سرعت از رابطه ۴ حذف می‌شود و این معادله در راستاهای مختصات به شکل زیر، به سه معادله تبدیل می‌شود [۱۳]:

$$(k_y^2 + k_z^2 - k_0^2 + k^2)E_x + ik_y \frac{\partial E_y}{\partial x} + ik_z \frac{\partial E_z}{\partial x} - i \frac{\omega_c}{\omega} k^2 E_y = 0 \quad ۶$$

$$k_y \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{i\omega_c}{\omega} k^2 E_x - \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + (k_z^2 - k_0^2 + k^2)E_y - k_y k_z E_z = 0 \quad ۷$$

$$k_z \frac{\partial E_x}{\partial x} - k_y k_z E_y - \frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + (k_y^2 - k_0^2 + \frac{\omega_p^2}{c^2})E_z = 0 \quad ۸$$

در این مقاله ابتدا به استخراج معادلات حاکم بر محیط پلاسمای مغناطیسه در حالت کلی می‌پردازیم. سپس در ادامه، شکل کلی چگالی ساختار پلازما را معرفی می‌کنیم. آنگاه با انتخاب مد عادی به تجزیه و تحلیل داده‌ها می‌پردازیم. در این حالت  $E_z \neq 0$  و دیگر مؤلفه‌های میدان الکتریکی صفر هستند. در این مورد خاص اثر میدان مغناطیسی خارجی بر معادلات دیده نمی‌شود. در ادامه، در همین حالت مد عادی، به بررسی شکل تابع موج برای فرود عمودی و فرود مایل به ساختار مورد نظر می‌پردازیم.

### معادلات بنیادی امواج الکترومغناطیس در پلاسمای مغناطیسه

در اینجا به بررسی عبور موج الکترومغناطیسی از داخل یک پلاسمای سرد چگال ناهمگن می‌پردازیم. معادلات ماکسول سیال خطی شده به صورت زیر می‌باشند:

$$c^2 \vec{\nabla} \times \vec{B} = -4\pi n_0 e \vec{V} - i\omega \vec{E} \quad ۱$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad ۲$$

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = -\frac{e}{m} (\vec{E} + \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B}_0) - v \vec{V} \quad ۳$$

در این روابط  $\vec{E}$ ،  $\vec{B}$  و  $\vec{V}$  به ترتیب میدان‌های مغناطیسی و سرعت حامل‌های بار الکتریکی می‌باشند.  $\vec{B}_0$  میدان مغناطیسی در داخل محیط پلازما است. پارامترهای  $v$  و  $n_0$  به ترتیب فرکانس برخورد و چگالی حامل‌های بار الکتریکی می‌باشند. همچنین فرض شده است که یونها دارای حرکت نیستند.

با استفاده از معادله ۱ و ۲، با حذف  $\vec{B}$ ، معادله موج خطی به شکل زیر در می‌آید:

$$\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} - \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E} = -\frac{4\pi i \omega n_0(x) e}{c^2} \vec{V} \quad ۴$$

با توجه به شکل ۱، تغییرات تمامی کمیات میدانی را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + k_0^2 \left[ 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left( \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega^2 - \omega_p^2(x) - \omega_c^2} \right) \right] E_y = 0 \quad ۱۴$$

در مورد معادله ۱۴ هم عبارت داخل کروشه را می توان به عنوان یک ضریب گذردهی تعمیم یافته در نظر گرفت که مشابه مد غیرعادی در یک پلاسمای یکنواخت است.

در این مقاله مد عادی را مورد بررسی قرار می دهیم. در این حالت میدان الکتریکی به صورت  $\vec{E} = (0, 0, E_z)$  می شود، و معادلات موج به معادله ۱۲ تقلیل می یابد. بنابراین با یک حالت کاملاً خطی سر و کار خواهیم داشت به این معنی که الکترون ها حرکت های سیکلوترونی نخواهند کرد.

### پلاسمای چگال با چگالی صعودی و نزولی

#### خطی

در مورد یک پلاسمای چگال به دلیل بالا بودن چگالی، فرکانس پلاسمای یعنی  $\omega_p$  می تواند از  $\omega$  بیشتر شود. زیرا  $\omega_p^2 = \frac{4\pi n_0 e^2}{m}$  و برای  $n_0$  های به اندازه کافی بزرگ بازه ای از  $\omega$  یافت می شود که در آن  $\omega < \omega_p$  و طبق معادله ۱۱ یعنی  $\varepsilon = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$  ضریب گذردهی معادل منفی ( $\varepsilon < 0$ ) به دست آید. این حالت برای ما جالب است. زیرا در این حالت پلاسمای به صورت یک ماده چپگرد رفتار می کند.

ابتدا می توانیم  $n_0(x)$  را ثابت در نظر بگیریم یعنی فرض کنیم موج انتشاری الکترومغناطیسی وارد محیط پلاسمای شده و ناگهان با یک پلاسمای چگال روبرو شود و فرض کنیم  $\varepsilon < 0$  باشد. اما می توانیم این امر را به گونه ای دیگر ارزیابی کنیم یعنی فرض کنیم پلاسمای به طور تدریجی مثلاً خطی، گذردهی الکتریکی منفی بیابد یعنی گذردهی محیط از یک مقدار  $\varepsilon_0 = 1$  شروع شده کاهش یابد سپس به صفر برسد و کاهش آن ادامه

در این روابط فرکانس سیکلوترون به صورت  $\omega_c = \frac{eB_0}{m}$  و فرکانس پلاسمای  $\omega_p^2 = \frac{4\pi n_0(x)e^2}{m}$  می باشند. همچنین  $k_0 = \frac{\omega}{c}$  و:

$$k^2 = k_0^2 \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_c^2} \quad ۹$$

حال با استخراج معادلات امواج به صورت معادلات (۸-۶)، می توانیم به مطالعه رفتار موج در محیط پلاسمای بپردازیم.

### فرد عمودی موج الکترومغناطیسی، مد عادی

در این حالت فرض می کنیم که فرود موج به طور عمودی به لایه پلاسمای صورت می گیرد. به این شکل که  $\vec{k} = (k_x, 0, 0)$  باشد. در این حالت معادله ۸ از دو معادله ۶ و ۷ مستقل می شود و به صورت زیر درمی آید:

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + k_0^2 \left( 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right) E_z = 0 \quad ۱۰$$

حال برای ساده شدن این رابطه، ضریب گذردهی الکتریکی تعمیم یافته را می توانیم به صورت زیر در نظر بگیریم:

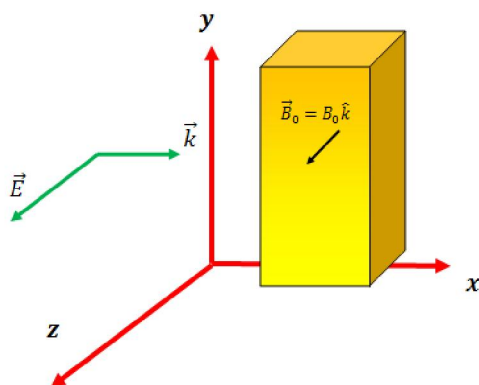
$$\varepsilon(x) = 1 - \frac{\omega_p^2(x)}{\omega^2} \quad ۱۱$$

همان طور که نشان داده شده، این ضریب گذردهی الکتریکی  $\varepsilon$  تابعی از  $x$  است و ثابت نیست. بنابراین با اعمال رابطه ۱۱ معادله ۱۰ به شکل زیر درمی آید:

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + k_0^2 \varepsilon(x) E_z = 0. \quad ۱۲$$

این معادله موج در مورد یک پلاسمای غیر مغناطیسی (یعنی وقتی  $\vec{B}_0 = 0$  باشد) هم صادق است. از معادله اخیر مؤلفه  $E_z$  میدان قابل محاسبه می شود. دو مؤلفه دیگر آن را با توجه به روابط ۶ و ۷ می توان به دست آورد. در این صورت داریم:

$$E_x = i \frac{\omega_c}{\omega} \left( \frac{\omega_p^2(x)}{\omega_p^2(x) - \omega^2 + \omega_c^2} \right) E_y \quad ۱۳$$



شکل ۳. موج فرودی به صورت عمودی به لایه پلاسما برخورد می‌کند و  $\vec{E} \parallel \vec{B}_0$  می‌شود.

در بازه بین  $0 < x < 2x_0$  داریم:

$$\varepsilon(x) = 1 - \frac{x}{x_0} \quad 15$$

و در این صورت معادله ۱۲ به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{d^2 E_z}{dx^2} + \frac{k_0^2}{x_0} (x_0 - x) E_z = 0 \quad 16$$

قبل از اینکه جواب‌های معادله فوق را بررسی نماییم به این نکته اشاره می‌کنیم که در مد عادی هیچ اثری از میدان مغناطیسی خارجی نیست. در حقیقت در این حالت مغناطیده بودن پلاسما روی عبور موج تأثیر نمی‌گذارد.

برای یافتن جواب‌های این معادله تغییر متغیر زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\xi = \left(\frac{k_0^2}{x_0}\right)^{1/3} (x_0 - x) \quad 17$$

با چنین تغییر متغیری معادله ۱۶ به شکل زیر ساده می‌شود:

$$\frac{d^2 E_z(\xi)}{d\xi^2} + \xi E_z(\xi) = 0 \quad 18$$

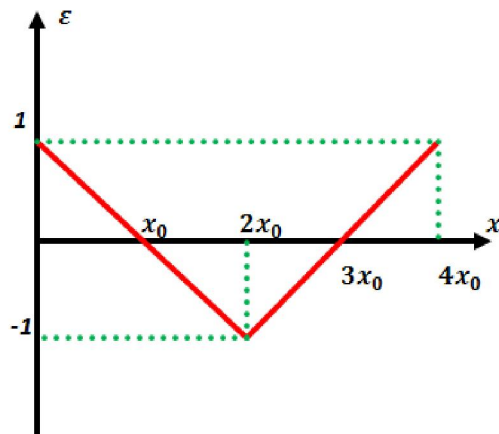
در این حالت جواب‌ها براساس توابع ایری نوع اول و نوع دوم داده می‌شوند، یعنی:

$$E_z(\xi) \propto \text{Airy}(-\xi), \text{Biry}(-\xi) \quad 19$$

که در آن توابع ایری نوع اول و  $Bi$  توابع ایری نوع دوم هستند. با توجه به رفتار این توابع، توابع ایری نوع

یابد تا به یک قدر مطلق بیشینه برسد  $\varepsilon = -1$  و باز افزایش یابد دوباره به صفر برسد و به همان ترتیب باز هم زیاد شود تا به مقدار اولیه  $\varepsilon_0$  برسد.

این شکل تغییرات فضایی ضریب گذردهی الکتریکی معادل پلاسما در شکل زیر به سادگی مجسم شده است.



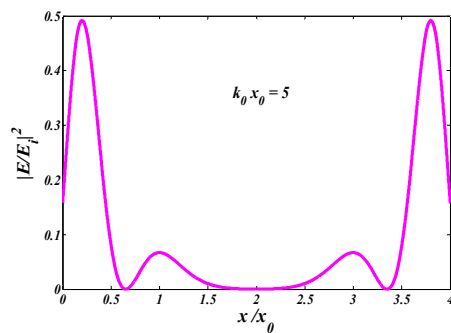
شکل ۲. تغییرات فضایی ضریب گذردهی الکتریکی معادل پلاسما. در این مدل فرض می‌شود که شیب تغییرات  $\varepsilon(x)$  با مکان  $x$  به صورت خطی باشد. همچنین فرض شده است که چگالی در مرکز لایه (در  $2x_0$ ) بیشینه شود و در لبه‌های برش پلاسما کمتر باشد. از نظر عملی و تکنولوژیکی این فرض به واقعیت نزدیک است.

حال به بررسی چگونگی انتشار موج در چنین محیطی می‌پردازیم. بررسی دقیق‌تر نیازمند محاسبه ضرایب عبور و بازتاب موج از نواحی مختلف می‌باشد که آن را به تحقیق دیگری محول می‌کنیم. فعلاً تنها به شکل عبور موج از محیط علاقه‌مند هستیم.

در این بخش فرود موج را به صورت عمودی در نظر می‌گیریم. به منظور تجسم چنین موردی به شکل ۳ توجه نمایید.

شده و  $\varepsilon(x)$  مینیمم می‌شود. از نقطه  $x = 2x_0$  به بعد چگالی کاهش یافته و  $\varepsilon(x)$  رشد می‌کند و به سمت مقادیر مثبت می‌رود. همان‌طور که از شکل ۴ مشهود است، موج دقیقاً از نقطه ورود به ناحیه یعنی جایی که  $x = 2x_0$  است شروع به رشد می‌کند در این نقطه دامنه موج افزایش می‌یابد. به این ترتیب موج بدون کاستی از درون پلاسمای چگال عبور می‌کند. همان‌طور که از شکل موج معلوم است، به نظر می‌رسد که عبور موج به دلیل ایجاد امواج سطحی می‌باشد. زیرا به سمت لبه‌ها شدت موج بیشینه می‌شود. در حالی که در عمق پلاسما، وقتی چگالی بالا است، موج کمینه است. این امر تأکیدی بر این واقعیت می‌باشد که در واقع ایجاد امواج سطحی سازوکار اصلی عبور موج الکترومغناطیسی از داخل پلاسمای چگال است.

شکل دامنه موج را برای موارد دیگر از قبیل  $k_0x_0 = 25$  و  $k_0x_0 = 70$  به ترتیب در شکل‌های ۵ و ۶ رسم کرده‌ایم، که مطالب فوق را تأیید می‌کنند. حالت اخیر می‌تواند در مورد موارد گرمایش یونسفر و یا آزمایش‌های گداخت هسته‌ای مشاهده شود.



شکل ۴. توزیع شدت موج در داخل پلاسما وقتی  $k_0x_0 = 5$ .

اول را انتخاب می‌کنیم. تابع ایری نوع دوم به جواب‌های غیرعادی و افزایشی منجر می‌شود لذا جواب فیزیکی قابل قبول را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$E(\xi) \propto Ai(-\xi) \quad 20$$

حال به بررسی تابع موج برای ناحیه افزایشی  $\varepsilon(x)$  یعنی بازه  $2x_0 < x < 4x_0$  می‌پردازیم. در این ناحیه تغییرات مکانی ضریب گذردهی الکتریکی معادل  $\varepsilon(x)$  به صورت زیر می‌باشد:

$$\varepsilon(x) = -3 + \frac{x}{x_0} \quad 21$$

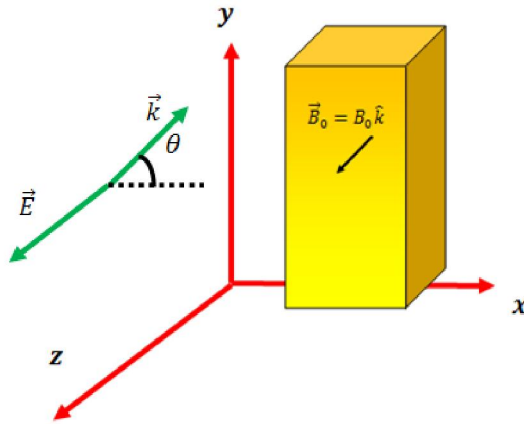
و مقدار آن بین  $-1 \leq \varepsilon(x) \leq 1$  می‌شود و معادله ۱۲ به شکل:

$$\frac{d^2 E_z}{d\xi^2} - \xi E_z = 0 \quad 22$$

است که در آن:

$$\xi = \left(\frac{k_0^2}{x_0}\right)^{1/3} (3x_0 - x) \quad 23$$

خواهد بود. جواب‌های معادله ۲۲ باز هم به فرم توابع ایری است که تابع ایری نوع اول را به عنوان جواب قابل قبول در نظر می‌گیریم. حال با دانستن معادله موج در هر دو ناحیه، به بررسی شکل موج در ناحیه پلاسما که چگالی آن به طور خطی ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد، می‌پردازیم. در کل بازه  $0 < x < 4x_0$  شکل موج برای وقتی  $k_0x_0 = 5$  می‌باشد، در نمودار شکل ۴ رسم شده است. محور افقی نشان دهنده مکان و محور عمودی توزیع فضایی قدر مطلق میدان الکتریکی (شدت موج)  $\left|\frac{E_z}{E_i}\right|^2$  را نشان می‌دهد. در این نمودار مشاهده می‌شود با کاهش  $\varepsilon(x)$  و یا به طور معادل با افزایش چگالی پلاسما، دامنه موج هم کاهش می‌یابد وقتی  $\varepsilon(x)$  به مقدار کمترین خود یعنی  $\varepsilon(x) = -1$  می‌رسد موج به مینیمم مقدار خود می‌رسد. در این نقطه یعنی در  $x = 2x_0$  در واقع چگالی پلاسما ماکزیمم



شکل ۷. موج فرودی به صورت مایل با زاویه  $\theta$  نسبت به محور  $x$  به لایه پلاسما برخورد می‌کند.

در این مورد معادله ۸ به صورت زیر درمی‌آید:

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + k_0^2 (\varepsilon(x) - \sin(\theta)) E_z = 0 \quad 24$$

که در آن  $\varepsilon(x) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$  می‌باشد.

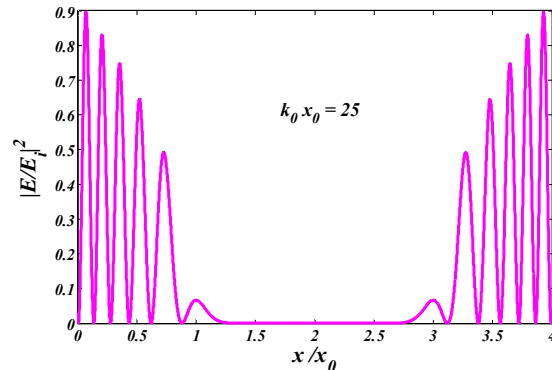
برای بررسی گذار و شکل تابع موج از یک پلاسما چگال، ضریب گذردهی معادل  $\varepsilon(x)$  محیط پلاسما را با توجه به شکل ۲ در نظر می‌گیریم. در بازه بین  $0 < x < 2x_0$  تابع ضریب گذردهی معادل به فرم رابطه ۱۵ و برای  $2x_0 < x < 4x_0$  مطابق رابطه ۲۱ است. با جای گذاری این فرم‌ها در معادله ۲۴ و با تغییر متغیرهایی برای دو ناحیه گفته شده، به ترتیب به صورت‌های زیر:

$$\xi = -\left(\frac{k_0^2}{x_0}\right)^{\frac{1}{3}} (x_0 \cos^2(\theta) - x) \quad 25$$

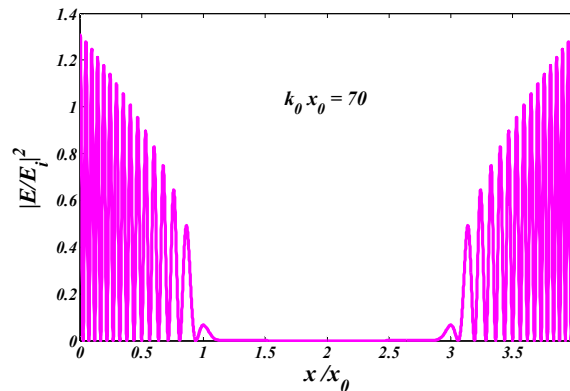
$$\xi = \left(\frac{k_0^2}{x_0}\right)^{\frac{1}{3}} (3x_0 + x_0 \sin^2 \theta - x) \quad 26$$

معادله ۲۴ به شکل ساده معادله ۲۲ درمی‌آید. در این حالت هم جواب قابل قبول توابع ایری نوع اول می‌باشند.

در این حالت که فرود موج الکترومغناطیس به صورت مایل است، توزیع شدت موج را در کل ناحیه پلاسما در شکل‌های ۸ و ۹ رسم نموده‌ایم. در شکل ۸ تابع توزیع برای سه مقدار متفاوت  $\theta$  نمایش داده شده است. خطوط نقطه، خط چین و ممتد به ترتیب مربوط به فرود



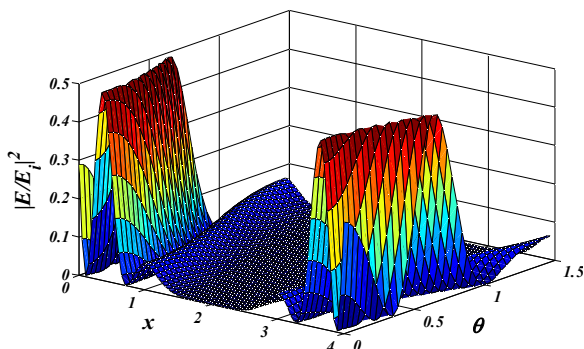
شکل ۵. شکل توزیع شدت موج در داخل پلاسما وقتی  $k_0 x_0 = 25$  است.



شکل ۶. توزیع شدت موج وقتی  $k_0 x_0 = 70$  است.

### فرود مایل موج الکترومغناطیسی، مد عادی

در این حالت فرض می‌کنیم که موج الکترومغناطیسی به صورت مایل به سطح پلاسما مورد نظر فرود آید. بردار موج  $\vec{k}$  در این مورد در صفحه  $(x, y)$  می‌گیرد و با محور  $x$  زاویه  $\theta$  می‌سازد. با انتخاب مد عادی، میدان الکتریکی باز هم موازی  $\vec{B}_0$  است. در غیاب میدان مغناطیسی این مد به مد  $TE$  معروف است.



شکل ۹. دامنه توزیع شدت موج بر حسب زاویه فرودی و فاصله از سطح رویی پلازما. فاصله  $x$  بر حسب  $x_0$  و زاویه بر حسب رادیان می باشد.

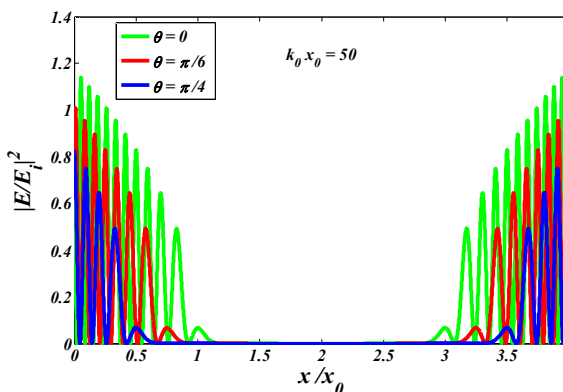
### بحث و نتیجه گیری

پلاسمای ابرچگال در برابر عبور امواج الکترومغناطیس کاملاً کدر است و فقط تحت شرایط ویژه‌ای یک پلاسمای ابرچگال می‌تواند در برابر امواج الکترومغناطیسی چون یک جسم کاملاً شفاف عمل نماید، که این امر در شرایط تشدید برانگیختگی امواج سطحی محقق می‌شود. این امر برای پلاسمای ابرچگال با چگالی ثابت قبلاً بررسی شده است.

اما به‌طور طبیعی محیط پلازما یک محیط یکنواخت و همگن نیست. به این معنی که دارای گرادیان چگالی می‌باشد یا چگالی آن یکنواخت نیست. از این رو عبور نور از داخل یک پلاسمای چگال دستخوش تغییراتی می‌گردد. در این مقاله این مسئله به‌طور خاص مورد توجه قرار گرفته است. برای بررسی این گونه مواد لازم است از اپتیک غیر خطی استفاده شود که آن هم نیاز به دانستن شکل موج در آنها است.

در این مقاله به بررسی عبور موج الکترومغناطیسی از یک پلاسمای چگال مغناطیده با چگالی متغیر پرداخته شده است. بدین منظور ابتدا مدل مورد نظر معرفی شده و معادلات حاکم بر آن استخراج گردید. برای ساده‌تر شدن مطالعات، یک مد عادی انتخاب شد. سپس

عمودی و  $\theta$  برابر  $\pi/6$  و  $\pi/4$  می‌باشد. همان‌طور که مشاهده می‌شود در این حالات هم موج در لبه‌ها دارای مقادیر بیشینه و در عمق لایه کمینه است. به عبارت بهتر امواج سطحی در گذار موج از لایه پلازما تولید می‌شوند. اما مطابق شکل‌ها هر چه زاویه فرود بزرگتر می‌شود شدت تابع توزیع موج در لبه‌ها کاهش می‌یابد.



شکل ۸. توزیع شدت موج الکترومغناطیسی در داخل پلازما بر حسب مکان، برای سه زاویه فرود متفاوت.

در شکل ۹ توزیع شدت موج در داخل لایه پلازما بر حسب فاصله و زاویه فرودی رسم شده است. در این شکل سه بعدی به‌خوبی امواج سطحی ایجاد شده بر این سطوح مرزی پلازما دیده می‌شود. علاوه بر این مشاهده می‌شود که با افزایش زاویه فرود موج، امواج سطحی تولیدی بر روی لبه‌ها ضعیف‌تر می‌شوند. پس هر چه زاویه فرودی عمودی‌تر باشد گذار موج بهتر انجام می‌شود.



مغناطیسی تأثیری روی نوسانات ذرات ندارد و در حقیقت ذرات میدان مغناطیسی را نمی‌بینند.

### مراجع

[1] R. Merlin, Analytical solution of the almost-perfect-lens problem, *Applied Physics Letters* 84 (2004) 1290.

[2] J.B. Pendry, Negative refraction makes a perfect lens, *Physical Review Letters* 85 (2001) 3966.

[3] L. Gang Wang, Hong Chen and Shi-Yao Zhu, Wave propagation inside one-dimensional photonic crystals with single-negative materials, *Physics Letters A* 350 (2006) 410.

[4] O.M. Gradov, L. Stenflo, Linear theory of a cold bounded plasma, *Physics Reports* 94 (1983) 111-137.

[5] R. Dragila, B. Luther-Davies, S. Vukovic, High transparency of classically opaque metallic films, *Physical Review Letters* 55 (1985) 1117.

[6] L. Rajaei, S. Miraboutalebi, B. Shokri, Transmission of electromagnetic waves through a warm over-dense plasma layer with a dissipative factor, *Physica Scripta* 84 (2011) 015506.

[7] S. Miraboutalebi, L. Rajaei, M. K. Khadivi Borogeni, Plasmon resonance coupling in cold overdense dissipative plasma, *Journal of Theoretical and Applied Physics* 7 (2013).

[8] R. N. Kaufman, Propagation of surface waves along a plane boundary between two magnetoactive plasmas, *Soviet Physics-Technical Physics* 17 (1972) 587.

[9] S.T. Ivanov, S. Nonaka, N.I. Nikolaev, The spectrum of electromagnetic waves in a magnetized gaseous plasma layer, *Journal of Plasma Physics* 65 (2001) 273.

[10] A.F. Alexandrov, L.S. Bogdankevich, A.A. Rukhadze, Principles of plasma electrodynamics, *Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokio* (1984).

[11] M.J. Lee, H.J. Lee, Kinetic theory of electrostatic surface waves in a magnetized

جواب‌ها در دو حالت فرود عمودی و فرود مایل مورد بررسی قرار گرفتند. تغییرات چگالی به‌طور خطی اعمال گردید. بدین صورت که فرض شد ابتدا چگالی افزایش یابد به یک مقدار بیشینه رسیده و سپس کاهش یابد. در این حالت ضریب گذردهی به تدریج از مقادیر مثبت به منفی می‌رسد و سپس در نیمه دیگر لایه، از مقادیر منفی به مقادیر مثبت می‌رسد. با این فرضیات، به بررسی چگونگی عبور موج از این پلاسما پرداخته شد. به این منظور شکل موج یعنی دامنه توزیع شدت آن بر حسب فاصله رسم گردید. شکل دامنه موج برای بررسی‌های بعدی مربوط به اپتیک غیر خطی مهم می‌شود. با بررسی شکل موج و تابع توزیع شدت آن مشاهده شد که در مرزها، روی سطوح پلاسما شدت‌های بیشینه به وجود می‌آید که نشان دهنده ایجاد مدهای سطحی است. در واقع گذار موج از داخل لایه پلاسمای مغناطیده مورد نظر به دلیل همین مدهای سطحی صورت می‌گیرد که در شکل‌های بدست آمده کاملاً دیده می‌شود. علاوه بر این مشاهده گردید که برای فرودهایی با زاویه شیب فرودی کمتر (فرود متمایل به عمود) میزان عبور موج الکترومغناطیس از ماده ابرچگال افزایش می‌یابد. این بدین معنی است که تحت این زوایا پلاسمای کدر تبدیل به یک محیط شفاف می‌شود که می‌تواند با انتقال بالای انرژی موج از میان خود مانند یک ابرلنز عمل می‌کند.

تأکید می‌شود که در اینجا فقط مد عادی مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت. در این حالت خاص مشاهده گردید که میدان مغناطیسی خارجی هیچ تأثیری روی عبور موج ندارد در حقیقت در روابط اثری از میدان مغناطیسی وجود ندارد. این شرایط قابل پیش‌بینی بود زیرا با توجه به اینکه در این حالت میدان مغناطیسی خارجی و میدان الکتریکی هم‌راستا هستند میدان

---

plasma slab, *The Open Plasma Physics Journal* 3 (2010) 131.

[12] S. Miraboutalebi, L. Rajaei, L. Farhang Matin, Surface wave excitations on magnetized over-dense plasma, *journal of applied and theoretical physics* 6 (2012).

[13] R.B. White, F.F. Chen, Amplification and absorption of electromagnetic waves in overdense plasmas, *Plasma Physics* 16 (1973) 587.