

## عامل شکل اختریفیزیکی واکنش گیراندازی تابشی ${}^7_4\text{Be}(\alpha, \gamma){}^{11}_6\text{C}$

مطهره قمری<sup>۱</sup>، حسین صادقی<sup>۲\*</sup>، سعید محمدی<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup>گروه فیزیک دانشگاه پیام نور مشهد، مشهد، ایران

<sup>۲</sup>گروه فیزیک دانشگاه اراک، اراک، ایران

دریافت: ۱۳۹۴/۱۰/۰۴ ویرایش نهایی: ۱۳۹۵/۱۲/۱۶ پذیرش: ۱۳۹۶/۰۲/۱۱

### چکیده

در این کار به علت اهمیت واکنش گیراندازی  ${}^7_4\text{Be}(\alpha, \gamma){}^{11}_6\text{C}$  در فیزیک هسته‌ای و اختریفیزیک ضمن معرفی این واکنش، به محاسبه پتانسیل‌های مربوط به آن، سطح مقطع و آهنگ واکنش پرداخته و در نهایت پس از معرفی و محاسبه فاکتور اختریفیزیکی  $S(E)$  کمی با وابستگی کمتر انرژی نسبت به سطح مقطع در ناحیه انرژی‌های پایین مربوط به نوکلئوسنتز اولیه، فاکتور اختریفیزیکی را برای این واکنش در ناحیه انرژی  $0-10\text{MeV}$  در حدود  $0$  تا  $0.14\text{MeV}\cdot\text{b}$  به دست آوردیم.

**کلیدواژگان:** واکنش گیراندازی تابشی، انرژی‌های نوکلئوسنتز، پتانسیل  $AV_{18}$ ، فاکتور اختریفیزیکی  $S$

### مقدمه

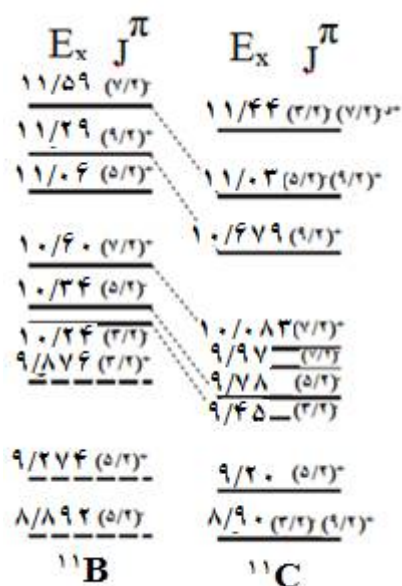
داریم. با این حال واکنش‌های جدیدی با ذرات فرودی سنگین با  $A \leq 40$  هم مطرح می‌شوند. از جمله واکنش‌هایی که در حوزه هسته‌ای و اختریفیزیکی کاربرد دارند واکنش‌های گیراندازی تابشی آلفا می‌باشند که باعث درک نوکلوسنتز اولیه و فراوانی اولیه عناصر می‌شوند.

در اینجا به بررسی واکنش گیراندازی تابشی  ${}^7_4\text{Be}(\alpha, \gamma){}^{11}_6\text{C}$  با انرژی واکنش  $Q=7.544\text{MeV}$  می‌پردازیم. این کار علاوه بر توصیف ویژگی‌های  ${}^{11}\text{C}$ ، شامل ویژگی‌های هسته آینه‌ای آن یعنی  ${}^{11}\text{B}$  هم می‌باشد. محاسبات تئوری اخیر [۱] نشان می‌دهد که واکنش  ${}^7_4\text{Be}(\alpha, \gamma){}^{11}_6\text{C}$  ممکن است توزیعی مانند فرآیند آلفا سه گانه برای تولید عناصر سنگین‌تر از بورن در دمای  $T_9 = 1.5-3$  (T<sub>9</sub> برحسب GK) داشته باشد.

هرگاه ذرات انرژی‌دار به توده‌ای از ماده برخورد می‌کنند این امکان وجود دارد که واکنش‌های هسته‌ای صورت گیرد. برخی از واکنش‌های هسته‌ای در پاسخ به جذب ذراتی مانند نوترون، پروتون، آلفا و ... رخ می‌دهند و انواع دیگر واکنش‌ها ممکن است شامل جذب پرتو گاما و یا پراکندگی پرتو گاما که همان گیراندازی تابشی نامیده می‌شوند باشند. واکنش‌های هسته‌ای اولین بار با استفاده از ذرات آلفا توسط رادرفورد انجام گرفت که در آزمایشات اولیه ذرات آلفا فقط به صورت کشسان توسط هسته‌های هدف پراکنده شدند و آزمایشات دیگر شامل فرآیند تغییر و تبدیل نوع هسته بود.

در بیشتر موارد با ذرات فرودی سبک یعنی ذرات با  $A \leq 4$  که بر هدف‌های سنگین فرود می‌آیند سر و کار

\*نویسنده مسئول: H-Sadeghi@araku.ac.ir



شکل ۱. حالت‌های تشدید مشاهده شده در دو هسته آینه‌ای  $^{11}\text{C}$  و  $^{11}\text{B}$ . همچنین واکنش  $^{11}\text{C}(\alpha, \gamma)^{11}\text{B}$  نقش مهمی را در توصیف ویژگی اجسام سنگین با فلزیت کم [۵]، نوا [۶] و نوکلوسنتز اولیه دارد [۷و۸].  $^{11}\text{B}$  مورد نیاز برای انجام واکنش از واکنش گیراندازی تابشی  $^3\text{He}(\alpha, \gamma)^7\text{Li}$  حاصل می‌شود. همچنین منابع ستاره‌ای مانند غول قرمز، نوا، ستاره‌های بسیار سنگین و نوکلوسنتز اولیه شامل  $^{11}\text{B}$  می‌باشد.

مهم‌ترین مجموعه واکنش‌های هسته‌ای در ستاره‌ها تبدیل هیدروژن به هلیوم است که در ستاره‌های قدیمی‌تر انباشته شدن هلیوم توسط دو زنجیره واکنش پایه یعنی زنجیره پروتون-پروتون (pp) و چرخه کربن-نیتروژن-اکسیژن (CNO) انجام می‌شود. زنجیره pp اغلب در ستاره‌هایی در اندازه خورشید یا کوچک‌تر رخ می‌دهد. چهار روش برای تولید ذره آلفا وجود دارد که در خورشید تولید آلفا توسط روش اول به صورت همجوشی دو  $^3\text{He}$ ، ۸۶٪ و اغلب در دمای بین ۱۴ MK - ۱۰ MK، روش دوم، ۱۴٪ و روش سوم، ۱۱٪ و به صورت همجوشی  $^3\text{He}$  و  $^4\text{He}$  و به شکل  $^7\text{Li}$  رخ می‌دهد. برای روش دوم اغلب دمایی بین ۱۰ MK - ۲۳ MK و برای

فرآیند آلفا سه گانه به شدت وابسته به دما و چگالی ماده ستاره‌ای است و به طور زیادی نیز وابسته به  $^{11}\text{C}$  و  $^{11}\text{B}$  می‌باشد. این فرآیند دارای تشدیدهایی با همان انرژی ذره آلفا است. کربن عنصر مهمی برای بیولوژی بشر است و ایزوتوپ پایدار آن  $^{12}\text{C}$  می‌باشد و به طور فراوان در ستاره‌ها تولید می‌شود. با استفاده از این واقعیت که  $^{12}\text{C}$  در جهان فراوان است وجود تشدید را برای آن ثابت کردند که یک تشدید آن بین  $7.69\text{ MeV} - 7.65\text{ MeV}$  می‌باشد.

فایده دیگر برای این واکنش ساختار خوشه‌ای آن است. حالت در نظر گرفته شده اسپین-پاریته  $(3/2)^-$  در  $^{11}\text{C}$  با انرژی برانگیختگی  $8.11\text{ MeV}$  مشابه حالت خوشه‌ای در  $^{11}\text{C}$  می‌باشد [۲] که در آن دو ذره آلفا و ذره  $^3\text{He}$  به طور ضعیف با هم برهم‌کنش می‌کنند و به طور جداگانه توسعه می‌یابند که این ساختار عجیب تا کنون توجه زیادی را به خود جلب کرده است. ساختار خوشه‌ای در  $^{11}\text{B}$  هسته آینه‌ای  $^{11}\text{C}$  توسط اندازه‌گیری شدت تک قطبی و چهار قطبی در واکنش‌هایی نظیر  $^{11}\text{B}+d$  مطالعه می‌شود [۳و۴] که نشان می‌دهند که حالت  $8.11\text{ MeV}$  در  $^{11}\text{C}$  آینه حالت  $8.56\text{ MeV}$  در  $^{11}\text{B}$  می‌باشد. به علاوه حالت ترازهای چرخشی در  $^{11}\text{C}$  و  $^{11}\text{B}$  مربوط به ساختار خوشه‌ای آلفا قابل بحث است و شدت تشدیدها اطلاعات مفیدی را برای ساختار خوشه‌ای  $^{11}\text{C}$  ارائه می‌دهد. با این حال هنوز اطلاعات در حالت‌های برانگیخته در  $^{11}\text{C}$  محدود است (شکل ۱).

همجوشی هسته‌ای اتفاق بیافتد در ابتدا باید پتانسیل کولنی ذرات برهم‌کنشی بر سد کولنی غلبه کنند. اگر تنها در این فرآیندها دما مد نظر باشد نیاز به دماهای بسیار بالا داریم. ولی در مورد چرخه پروتون-پروتون (PP) در ستاره‌ها این کار توسط تونل‌زنی در دماهای پایین صورت می‌گیرد.

پتانسیل برای یک بار حجمی به صورت

$$V_C(r) = \int \frac{\rho_1(\vec{r}') d\vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad ۱$$

می‌باشد و برای دو هسته برهم‌کنشی می‌توان آن را به صورت زیر بازنویسی کرد.

$$V_C(r) = \int \int \frac{e^2}{|\vec{R} + \vec{r}_2 - \vec{r}_1|} \rho_1(\vec{r}_1) \rho_2(\vec{r}_2) d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 \quad ۲$$

که در آن  $\rho(r)$  تابع توزیع هسته‌ای است.

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right)} \quad ۳$$

برای واکنش  ${}^4_2\text{He}(\alpha, \gamma){}^{11}_6\text{C}$  مقدار این پتانسیل در شعاع برهم‌کنش  $43\text{MeV}$  حاصل می‌شود.

### پتانسیل اسپین-مدار

به منظور درک بهتر ساختار اتم نه تنها نیاز به در نظر گرفتن تکانه زاویه‌ای مداری  $L$  داریم بلکه نیاز به در نظر گرفتن تکانه زاویه‌ای ذاتی  $S$  هم داریم که این برهم‌کنش نسبتاً بخشی از علت پیدایش ساختار ریز می‌باشد. در اتم‌های چند الکترونی به علت قوی‌تر بودن میدان مغناطیسی درونی اتم این برهم‌کنش قوی‌تر است. در هسته‌ها هم این برهم‌کنش روی می‌دهد و جفت شدگی قوی اسپین-مدار در هسته‌های اتمی نقش مهمی را در ساختار هسته‌ای واکنش‌ها ایفا می‌کند. یکی از مثال‌های خوب، جداشدگی اسپین-مدار است که کلید موفقیت مدل پوسته‌ای هسته‌ای است.

روش سوم دماهای بالاتر از  $23\text{MK}$  نیاز است. با احتمال بسیار کم و به صورت نادر روش چهارم به صورت همجوشی پروتون و  ${}^3\text{He}$  رخ می‌دهد.

واکنش  ${}^7_4\text{Be}(\alpha, \gamma){}^{11}_6\text{C}$  نقش مهمی را در زنجیره داغ pp و دنباله‌های واکنش مربوطه ایفا می‌کند [۹]. چندین

دنباله شامل این واکنش در محیط با دمای بالای  $T_0 > 0.2$

کلوین با گیراندازی آلفا انجام می‌شود و در دمای پایین

${}^6_2\text{Be}$ ،  $0.2\text{K}$  به طور عمده باعث گیراندازی الکترون می‌شود که اغلب مستقل از چگالی است. دنباله‌ها به

شاخه‌های اصلی تقسیم می‌شوند که P-II، P-III، P-IV و P-V نامیده می‌شوند:

$$\text{pp-II } {}^7_4\text{Be}(\alpha, \gamma){}^{11}_6\text{C}(\alpha, p){}^{14}_7\text{N}(p, \gamma){}^{15}_8\text{O},$$

$$\text{pp-III } {}^7_4\text{Be}(\alpha, \gamma){}^{11}_6\text{C}(p, \gamma){}^{12}_7\text{N}(\beta^+ \gamma){}^{12}_6\text{C}(P, \gamma){}^{13}_7\text{N}(p, \gamma){}^{14}_8\text{O},$$

$$\text{pp-IV } {}^7_4\text{Be}(\alpha, \gamma){}^{11}_6\text{C}(p, \gamma){}^{12}_7\text{N}(p, \gamma){}^{13}_8\text{O}(\beta^+ \gamma){}^{13}_7\text{N}(p, \gamma){}^{14}_8\text{O},$$

$$\text{pp-V } {}^7_4\text{Be}(\alpha, \gamma){}^{11}_6\text{C}(\beta^+ \gamma){}^{11}_5\text{B}(p, 2\alpha){}^4_2\text{He}.$$

### پتانسیل

پتانسیل کولنی

برهم‌کنش در اجسام می‌تواند حالت آنها را تغییر داده و یا بر نحوه انجام تحول اجسام تأثیر بگذارد و در پدیده‌ها موجب به وجود آمدن پارامترهای اضافی می‌شود که در محاسبات منظور می‌شوند.

قانون کولن برهم‌کنش الکترومغناطیسی بین ذرات باردار الکتریکی را توصیف می‌کند و برای توسعه تئوری الکترومغناطیسی اساسی است. پتانسیل کولنی حاصل از قانون کولن یک بخش مهمی از برهم‌کنش بین هسته‌هایی است که به صورت بارهای نقطه‌ای در نظر گرفته می‌شوند و برای توزیع بارهای مشخص وابسته به موقعیت مرکز جرم دو هسته برهم‌کنشی می‌باشد که حرکت نسبی را توصیف می‌کند. در ضمن برای این که

در سال ۱۹۶۰ توجه فیزیکدانان به پایه‌گذاری مدل جدید تبادل یک بوزونی (OBE) معطوف شد. پتانسیل‌های OBE بر اساس نظر تبادلات یک بوزون منفرد می‌تواند به‌طور واقعی بیشتر ویژگی‌های برهم‌کنش NN را در نظر بگیرد.

ناحیه برهم‌کنش NN به سه قسمت تقسیم می‌شود که عبارتند از ناحیه کوتاه برد (SR)، ناحیه میان‌برد (MR) و ناحیه برهم‌کنش بلند برد (LR) برای قسمت‌های MR و LR عوامل بسیاری برای توصیف تبادل بوزونی وجود دارد. به‌ر حال اکثر مدل‌ها برای قسمت‌های LR معمولاً شامل تبادل یک پیونی (OPE) می‌باشد. قسمت SR اغلب براساس پدیدارشناسی پارامتربندی می‌شود. این برهم‌کنش در فواصل حدود ۱ fm بسیار قوی عمل می‌کند اما از فواصل ۲٫۵ fm به سرعت کاهش می‌یابد و در فواصل کمتر از ۰٫۷ fm تبدیل به نیروی دافعه می‌شود.

پیدایش پتانسیل چند نوکلئونی، محاسبه تابع موج‌ها و انرژی هسته‌ای را براساس تئوری چندین جسمی غیرنسبیتی ممکن ساخته است. این پتانسیل برای مطالعه سیستم‌های هسته‌ای چند نوکلئونی و تفسیر بسیاری از پدیده‌های اختر فیزیکی است و بر اساس ویژگی‌های حالت‌های مقید آنها توصیف می‌شود. با تلاش فیزیکدانان این تئوری منجر به مقدمه مدل‌های تبادل یک پیونی (OPE) و به دنبال آن دو پیونی (TPE) برهم‌کنش NN شد.

پتانسیل AV<sub>۱۸</sub> نسخه بهبود یافته و به‌روز شده پتانسیل نوکلئون-نوکلئون می‌باشد و از ۱۴ عملگر این پتانسیل ۳ عملگر آن وابسته به بار و عدم تقارن برای کامل کردن برهم‌کنش الکترومغناطیسی است. اولین ویژگی این

در فیزیک کوآنتوم برهم‌کنش اسپین-مدار، برهم‌کنش اسپین ذرات با حرکت آنها است و برای فیزیک هسته‌ای برهم‌کنش اسپین-مدار را می‌توان به‌صورت زیر به‌دست آورد.

$$V_{so}(r) = V_{so} \frac{1}{r} \frac{df_{so}(r)}{dr} \quad ۴$$

$$f_{so}(r) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{r - R_{so}}{a_{so}}\right)} \quad ۵$$

$$V_{so}(r) = -V_{so} \frac{1}{a_{so}} \frac{1}{r} \exp\left(\frac{r - R_{so}}{a_{so}}\right) \left(1 + \exp\left(\frac{r - R_{so}}{a_{so}}\right)\right)^{-2} \quad ۶$$

و با استفاده از مقادیر جدول ۱ برای واکنش  ${}^7_4\text{Be}(\alpha, \gamma){}^{11}_6\text{C}$  مقدار  $-۰٫۰۱۹\text{MeV}$  برای پتانسیل اسپین-مدار به‌دست می‌آید.

جدول ۱. پارامترهای پتانسیل اسپین مدار

واحد	مقدار	کمیت
MeV	۲۲	$V_{so}$
Fm	۴٫۳۷	R
Fm	۱٫۲۵	$R_{so}$
Fm	۰٫۵	$a_{so}$
MeV	-۰٫۰۱۹	$V_{so}(r)$

### پتانسیل AV<sub>۱۸</sub>

برهم‌کنش نوکلئون-نوکلئون نیرویی است که بین دو یا چند نوکلئون اثر می‌کند و باعث چسبیدن پروتون‌ها و نوترون‌ها به یکدیگر و تشکیل هسته اتم می‌گردد. انرژی ناشی از این برهم‌کنش انرژی بستگی هسته نام دارد که به‌علت هم‌ارزی جرم-انرژی باعث کاهش جرم هسته اتم نسبت به مجموع تک تک اجزای آن می‌شود.

$$v_{ij} = v_{ij}^{\pi} + v_{ij}^{2\pi} + v_{ij}^{\gamma=EM} + v_{ij}^{SR} \quad 11$$

که در آن  $\pi$ ،  $2\pi$ ،  $\gamma$  و  $SR$  به ترتیب مربوط به تبادل‌های یک پیونی، دو پیونی، الکترومغناطیسی و کوتاه برد می‌باشد. بسط این نظریه‌ها برای نیروی سه بعدی و بالاتر هم موفق است. برهم‌کنش‌های سه جسمی می‌توانند از ساختار درون نوکلئونی به وجود آیند و تمام درجات آزادی آن از نوکلئون‌های دیگر کامل می‌شود.

$$V_{ijk} = V^P(r_{ij}, r_{ik}, p_{ijk}) O_{ijk}^P \quad 12$$

$$V_{ijk} = V_{ijk}^{2\pi} + V_{ijk}^{3\pi} + V_{ijk}^R \quad 13$$

که در آن  $2\pi$ ،  $3\pi$  و  $SR$  به ترتیب مربوط به تبادل‌های دو پیونی، سه پیونی و کوتاه برد می‌باشد. در نهایت می‌توان برهم‌کنش الکترومغناطیسی  $AV_{18}$  را به صورت زیر نوشت.

$$O_{ij}^{P=1-6} = [1, \vec{\sigma}_i, \vec{\sigma}_j, S_{ij}] \otimes [1, \vec{\tau}_i, \vec{\tau}_j] \quad 14$$

$$O_{ij}^{P=7,8} = (L.S) \otimes [1, \vec{\tau}_i, \vec{\tau}_j] \quad 15$$

$$O_{ij}^{P=9-14} = [L^2, L^2(\vec{\sigma}_i, \vec{\sigma}_j), L.S] \otimes [1, \vec{\tau}_i, \vec{\tau}_j] \quad 16$$

و

$$O_{ij}^{P=15-22} = [1, \vec{\sigma}_i, \vec{\sigma}_j, S_{ij}, L.S] \otimes [\vec{\tau}_{ij}, \vec{\tau}_{zi} + \vec{\tau}_{zj}] \quad 17$$

که  $S$ ،  $L$ ،  $\sigma$ ،  $\tau$  و  $L.S$  به ترتیب عبارتند از تکانه زاویه‌ای ذاتی (اسپین)، تکانه زاویه‌ای مداری، اسپین ماتریس‌های پاؤلی، ایزواسپین‌های پاؤلی و بخش اسپین-مدار است.

در نهایت با استفاده از اعداد کوانتومی کانال ورودی  ${}^7\text{Be} + \text{Alpha}$  و برنامه  $AV_{18}$  این پتانسیل را برای واکنش  ${}^7_4\text{Be}(\alpha, \gamma){}^{11}_6\text{C}$  محاسبه کردیم. (جدول ۲ و ۳ و شکل ۲)

عملگر، منحصر به فرد بودن آن است. به این معنا که این عملگر شامل هر مدل برهم‌کنش NN واقعی است. مطالعات این برهم‌کنش هسته‌ای هم از لحاظ تجربی و هم نظری سابقه‌ای طولانی دارد و با بررسی این سابقه‌ها توصیف مفصلی از مدل رایج برهم‌کنش نوکلئون-نوکلئون داده می‌شود. در نهایت می‌توان هامیلتونی برهم‌کنش چند نوکلئونی که در آن هسته‌ها با برهم‌کنش‌های دو و سه جسمی و احتمالاً چندین جسمی برهم‌کنش می‌کنند را به صورت زیر نوشت

$$H = T + V \quad 7$$

$$H = T + V_{NN} + V_{NNN} + \dots \quad 8$$

$$H = \sum_{i=1}^n \frac{-\hbar^2 \nabla_i^2}{2m_i} + \sum_{i<j}^n v_{ij}(r_{ij}, p_{ij}) + \sum_{i<j<k}^n V_{ijk}(r_{ij}, r_{ik}, p_{ijk}) + \dots \quad 9$$

که در آن  $r_{ij}$ ،  $r_{ik}$ ،  $p_{ij}$  و  $p_{ijk}$  به ترتیب وابستگی بر مختصات نسبی و تکانه کل زیر سیستم‌های دو و سه جسمی هستند. برای انجام محاسبات ابتدا نیاز به بازسازی هامیلتونی است. برهم‌کنش نوکلئونی به صورت عملگری نوشته می‌شود و شامل بخش‌های مرکزی، تانسوری، عملگری و مستقل از بار می‌باشد.

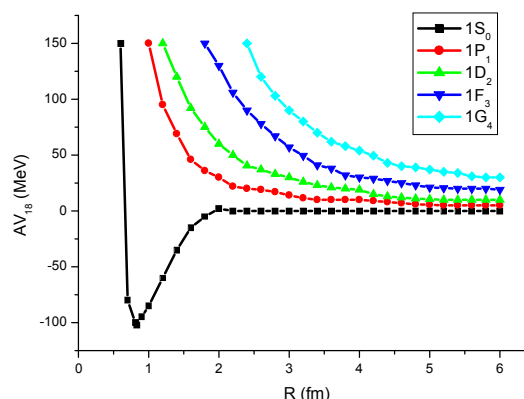
چارچوب نیاز به دو حالت نوکلئون نامتقارن با در نظر گرفتن هم زمان مختصات فضا، اسپین و ایزواسپین نوکلئون دارد. بخش غالب پایستگی ایزواسپین برهم‌کنش نوکلئون-نوکلئون به عنوان ترکیب خطی از اجزا متناسب با ایزواسکالرهای 1،  $\vec{\tau}_i \cdot \vec{\tau}_j$  نوشته می‌شود.

جمع تمام ۱۸ بخش پتانسیل را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$v_{ij} = \sum v^P(r_{ij}) O_{ij}^P \quad 10$$

جدول ۳. پتانسیل های واکنش  ${}^4\text{Be}(\alpha, \gamma){}^{11}\text{C}$ 

مقدار MeV	علامت	کمیت
۴۳	$V_C$	پتانسیل کولنی
-۰,۰۱۹	$V_{So}$	اسپین مدار پتانسیل
$\begin{bmatrix} 1739.22368 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$AV_{18}$	${}^{18}\text{Argonev}$ پتانسیل

شکل ۲. پتانسیل  $AV_{18}$  در کانال های متفاوت.

با تابع موج ذره منفرد

$$\varphi_{\alpha}(\vec{r}) = \frac{R_{\alpha}(\vec{r})}{r} Y_{m_l}^l(\hat{r}) \quad 18$$

و تابع موج تکانه زاویه ای کل

$$\varphi_{k,m}(r) = \frac{R_{k,m}(r)}{r} [Y^l \otimes X^s]_m^j \quad 19$$

که در آن  $R$  تابع شعاعی و  $Y^l$  هماهنگ های کروی و  $X^s$  تابع موج ذاتی اسپین است و  $k$  برای اعداد کوانتومی

$(n_r, l, s, j)$  است و برای  $[Y^l \otimes X^s]_m^j$  داریم:

$$\sum_{m_l m_s} \langle l, m_l, s, m_s | j, m \rangle Y_{m_l}^l(\hat{r}) X_{m_s}^s \quad 20$$

در نهایت با استفاده از پتانسیل ها و توابع موج به دست آمده، معادله شرودینگر را برای واکنش مد نظر حل می کنیم و کمیت های مربوطه را به دست می آوریم.

### سطح مقطع

سطح مقطع معیاری است که احتمال نسبی وقوع واکنش های هسته ای را نشان می دهد و همچنین در تعیین آهنگ واکنش استفاده می شود. در فیزیک هسته ای به طور قراردادی برای محاسبه سطح مقطع، ذرات فرودی را به صورت نقطه در نظر می گیرند و از قطر آنها صرف نظر می شود. سطح مقطع دارای بعد سطح به ازای هر هسته است و واحد استاندارد برای اندازه گیری آن بارن است که مساوی با  $10^{-28} \text{m}^2$  می باشد. با این حال در بعضی موارد بر حسب  $\text{mb}$ ،  $\text{nb}$ ،  $\text{pb}$  و ... هم بیان می شود. سطح مقطع بزرگتر به معنی احتمال بیشتری از

جدول ۲. پارامترهای پتانسیل  $AV_{18}$ 

مقدار	علامت	کمیت
۱,۲	S	تکانه زاویه ای ذاتی (اسپین)
۱	L	تکانه زاویه ای مداری
۳,۲	J	کل تکانه
۱,۲	T	ایزو اسپین
۱,۲	$T_{1z}$	مؤلفه اول ایزو اسپین
-۱,۲	$T_{2z}$	مؤلفه دوم ایزو اسپین
۴,۳۷ fm	R	شعاع برهم کنش
۱,۳۸۶	$D_{4\text{He}}$	${}^4\text{He}$ چگالی گاوسی
۰	$D_{7\text{Be}}$	${}^7\text{Be}$ چگالی گاوسی
۰	$G_{4\text{He}}$	${}^4\text{He}$ تکانه مغناطیسی
-۱,۷ mjoul/Tesla	$G_{7\text{Be}}$	${}^7\text{Be}$ تکانه مغناطیسی

که در آن  $v$  سرعت مرکز جرم،  $R=R_0(A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$  شعاع برهم‌کنش،  $f=1+6.7a^2$  فاکتور بازتاب،  $p_i=1/(F_l^2(k_i,R) + G_l^2(k_i,R))$  قدرت نفوذ از میان سد کولنی که  $F_l^2(k_i,R)$  و  $G_l^2(k_i,R)$  توابع موج کولنی منظم و نامنظم هستند و  $\theta_{\alpha,\gamma}^2 = \frac{3}{2\mu R^2}$  عرض کاهش یافته می‌باشد که تنها به ساختار هسته‌ای بر می‌گردد و ثابت فرض می‌شود.

$$\Gamma_{out}(E) = \Gamma_\gamma(E) = \left(Q + \frac{E}{E_X}\right) \Gamma_\gamma(E_r) \quad 26$$

که در آن  $Q$  انرژی برهم‌کنشی و  $E_X$  انرژی برانگیختگی است.

اسپین پاریده برای بعضی حالت‌های برانگیخته در انرژی پایین‌تر به‌طور واضح تعیین نشده است.  $\Gamma_\alpha$  تنها برای دو حالت مقید تشدید در  $E_X=8.105\text{MeV}$  و  $E_X=8.242\text{MeV}$  شناخته شده است. سطح مقطع واکنش  ${}^7_4\text{Be}(\alpha,\gamma){}^{11}_6\text{C}$  به‌طور مستقیم تنها در انرژی‌های تشدید در  $E_X=8.105\text{MeV}$  با  $J^\pi = (3/2)^-$  و در  $E_X=8.242\text{MeV}$  با  $J^\pi = (5/2)^-$  اندازه‌گیری می‌شود و  $\Gamma_\alpha = 4 - 18\text{eV}$  (احتمال بیشتر مقدار  $6\text{eV}$  است) و  $\Gamma_\gamma = 0.035\text{eV}$  برای حالت  $E_X=8.105\text{MeV}$  و  $\Gamma_\alpha = 13\text{eV}$  و  $\Gamma_\gamma = 3\text{eV}$  برای حالت  $E_X=8.242\text{MeV}$  است.

سطح مقطع گیراندازی تابشی مستقیم  $A(a,b)B$  به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\sigma_{\alpha,\gamma}^{rc} = \frac{e_{ff}^2}{k^2} \frac{(2J_r+1)}{(2J_1+1)(2J_2+1)} \frac{S_B}{\hbar U} \left| \int_0^\infty \varphi_i(k_i r) W(2kr) r dr \right|^2$$

که در آن  $\varphi_i(k_i r)$  تابع پراکنده‌گی، کانال  $\alpha + A$  است،  $W(2kr)r dr$  تابع موج ذره منفرد در حالت مقید است و  $S_B = \langle \psi_{JM} | \varphi_{JM}(J, J_0) \rangle^2$  و در هسته نهایی می‌باشد.

واکنش است و برای تمام واکنش‌های هسته‌ای قابل محاسبه و اندازه‌گیری است. انواع واکنش‌هایی که در فیزیک هسته‌ای کاربرد دارند عبارتند از واکنش‌های پراکنده‌گی، گیراندازی تابشی، شکافت، تشدید و ... که سطح مقطع کل حاصل جمع تمام اینها می‌باشد. به‌طور آماری به جز فاکتور اسپین سطح مقطع جزئی برای واکنش  ${}^7_4\text{Be}(\alpha,\gamma){}^{11}_6\text{C}$  نمی‌تواند بیشتر از

$$\sigma(max) = \frac{(2l+1)\pi\lambda}{2\pi} \quad 22$$

باشد که در آن  $l$  تکانه زاویه‌ای مداری کانال به‌دست آمده و  $k$  که برابر  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  می‌باشد تکانه در مرکز جرم است.

برای واکنش  ${}^7_4\text{Be}(\alpha,\gamma){}^{11}_6\text{C}$  می‌توان دو سطح مقطع تعریف کرد که یکی مربوط به سطح مقطع تشدید و دیگری مربوط به گیراندازی تابشی می‌باشد. سطح مقطع تشدید توسط فرمول برایت ویگنر توصیف می‌شود.

$$\sigma(E) = \frac{\pi\lambda}{2\pi} \omega \frac{\Gamma_{in}\Gamma_{out}}{(E-E_r)^2 + (\Gamma_{tot}/2)^2}$$

(برای یک تشدید) 23

$$\sigma(E) = \sum_i \frac{\pi\lambda}{2\pi} \omega_i \frac{\Gamma_{in}\Gamma_{out}}{(E-E_{ri})^2 + (\Gamma_{tot}/2)^2}$$

(برای چند تشدید) 24

که در آن  $\omega = \frac{(2J_r+1)}{(2J_1+1)(2J_2+1)}$  شدت تشدید  $J_1, J_2$ ، به‌ترتیب تکانه‌های زاویه‌ای هسته فرودی و هدف و حالت تشدید در انرژی  $E_r$ ،  $\Gamma_{in}$ ،  $\Gamma_{tot}$  و  $\Gamma_{out}$  به‌ترتیب عرض کل، عرض کانال ورودی و خروجی می‌باشند. که روابط آنها عبارتند از:

$$\Gamma_{in}(E) = \Gamma_\alpha(E) = \frac{3\hbar U}{R} f P_l \theta_{\alpha,\gamma}^2 \quad 25$$

## آهنگ واکنش

واکنش‌های هسته‌ای می‌توانند انرژی لازم را برای توان خورشیدی و در کل انواع ستاره‌ها فراهم کنند با وجود این که دمای هسته ستاره‌ها برای رخ دادن واکنش‌های هسته‌ای کافی است با این حال برای درک انرژی‌ای که از واکنش‌های هسته‌ای تولید می‌شود نیاز به درک احتمال ویژه‌ای از واکنش‌های هسته‌ای است که این وابسته به شرایطی مانند چگالی، دما، فراوانی ذرات برهم‌کنشی ستاره‌ای که واکنش‌ها در آن رخ می‌دهند. تحلیل واکنش‌ها نیاز به توصیف کمیته به نام آهنگ واکنش دارد.

آهنگ واکنش بین دو ذره عبارت است از تعداد واکنش‌هایی که در واحد جرم و زمان هسته‌های موجود رخ می‌دهند و به‌طور مستقیم متناسب با احتمال واکنش‌های رخدادی یا همان سطح مقطع و چگالی تعداد ذرات واکنشی می‌باشد. بنابراین برای دو هسته برهم‌کنشی آهنگ واکنش را می‌توان به‌صورت زیر تعریف کرد:

$$R_{12}(E) = N_1 N_2 \langle \sigma v \rangle_{12} \quad 28$$

ذرات در ستاره‌ها هم دارای توزیع سرعت به‌صورت ماکسولی می‌باشند و از این رو به‌منظور محاسبه آهنگ واکنش صحیح، از تمام توزیع سرعت انتگرال می‌گیریم به‌علاوه برای جلوگیری از شمارش مجدد برهم‌کنش‌های تکراری ذرات ورودی آهنگ واکنش واقعی به‌صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$R_{12}(E) = \frac{N_1 N_2 \langle \sigma v \rangle_{12}}{1 + \delta_{12}} \quad 29$$

که در آن  $N_1$  و  $N_2$  چگالی تعداد هسته‌ای کانال ورودی  $\langle \sigma v \rangle_{12}$  میانگین حاصل ضرب سطح مقطع و سرعت است که وابسته به سه عامل می‌باشد.

۱. احتمال غلبه بر سد کولنی

۲. احتمال واکنش مکانیک کوانتومی

۳. رخ دادن واکنش نزدیک تشدید هسته‌ای

و در برخورد گازهای ستاره‌ای رابطه‌ای که برای  $\langle \sigma v \rangle$  داریم عبارت است از:

$$\langle \sigma v \rangle_{12} = \int_0^\infty \int_0^\infty \varphi_1(v_1) \varphi_2(v_2) |v_1 - v_2| dv_1 dv_2 \quad 30$$

$$\varphi_i(v_i) = \left( \frac{m_i}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \exp\left( -\frac{m_i v_i^2}{2k_B T} \right) \quad 31$$

تحت شرایط خورشیدی سرعت‌های هسته‌ای بسیار نزدیک به توزیع ماکسول-بولتزمن هستند و مطابق توزیع سرعت نسبی ماکسول-بولتزمن برای هسته‌های برخوردی با استفاده از جرم کاهش یافته داریم:

$$\varphi_1(v_1) \varphi_2(v_2) dv_1 dv_2 = \left( \frac{\mu}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \exp\left( -\frac{\mu v^2}{2k_B T} \right) 4\pi v^2 dv \quad 32$$

که در آن  $|v_1 - v_2|$  سرعت نسبی،  $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$

جرم کاهش یافته می‌باشد و با تغییر متغیر  $v = \sqrt{\frac{2E}{\mu}}$

آهنگ واکنش به‌شکل زیر حاصل می‌شود که در آن  $E$  انرژی جنبشی نسبی می‌باشد.

۳۳

$$R_{12}(E) = N_1 N_2 \sqrt{\frac{8}{\pi \mu}} \frac{1}{(k_B T)^3} \int_0^\infty E \sigma(E) \exp\left( -\frac{E}{k_B T} \right) dE$$

آهنگ واکنش  ${}^7_4\text{Be}(\alpha, \gamma){}^{11}_6\text{C}$  به‌طور زیادی متأثر از تشدید است. در دمای پایین یک توزیع بزرگ برای آهنگ واکنش توسط تشدید زیر آستانه در انرژی برانگیختگی  $E_x = 7.5 \text{ MeV}$  وجود دارد.

دو تشدید به‌دست آمده در  $E_x = 8.105 \text{ MeV}$  با اسپین پاریته  $(3/2)^-$  و  $E_x = 8.242 \text{ MeV}$  با اسپین پاریته



فیزیکی برای جدا کردن وابستگی‌های انرژی سد کولنی از سطح مقطع ارائه می‌دهد و مشخصه اصلی واکنش‌های گرما هسته‌ای در خورشید و ستارگان جهان ماست. همچنین احتمال رفتار واکنش‌ها را در انرژی‌های خیلی کم تعریف می‌کند و می‌تواند برای تخمین اثرهای ممکن ماده متراکم مفید باشد. روش‌های متعددی برای به‌دست آوری این فاکتور وجود دارد. البته این فاکتور را می‌توان به صورت تجربی هم به‌دست آورد. برای فاکتور اختریفی  $S(E)$  می‌توان چندین رابطه با توجه به جرم‌های هسته‌های برهم‌کنشی و ناحیه انرژی مختلف بیان کرد. به دلیل این که در این کار می‌خواهیم فاکتور اختریفی  ${}^7_4\text{Be}(\alpha, \gamma){}^{11}_6\text{C}$  را به‌دست آوریم رابطه‌ای که نوشته می‌شود مربوط به هسته‌های سبک و در ناحیه انرژی‌های نوکلوسنتز می‌باشد که عبارت است از:

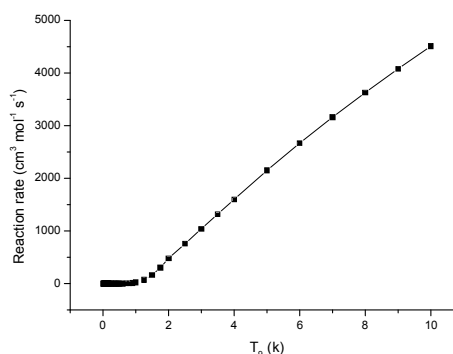
$$S(E) = E\sigma(E)\exp(2\pi\eta(E)) \quad (35)$$

که در آن  $E$  انرژی مرکز جرم ذرات برحسب KeV،  $\sigma(E)$  سطح مقطع کل واکنش‌های گیراندازی تابشی برحسب barn،  $\exp(2\pi\eta(E))$  احتمال نفوذ پذیری در سد کولنی،  $\eta(E) = \frac{\alpha}{\hbar v}$  پارامتر سامرفیلد،  $\alpha = z_1 z_2 e^2$  ثابت ساختار ریز،  $v = \sqrt{\frac{2E}{\mu}}$  سرعت نسبی واکنش در فاصله زیاد و  $\mu$  جرم کاهیده برحسب amu است. بنابراین فاکتور اختریفی  $S(E)$  را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$S(E) = E\sigma(E)\exp\left(31.335z_1z_2\sqrt{\frac{E}{\mu}}\right) \quad (36)$$

که در آن  $Z_1$  و  $Z_2$  عدد اتمی هسته‌های برهم‌کنشی در کانال ورودی هستند. برای کاربردهای اختریفی نیاز به فاکتور  $S(E)$  در انرژی‌های پایین در حدود چند

$E_x = 8.105 \text{ MeV}$  آهنگ واکنش را در دمای بالاتر حدود  $T_9 = 0.5 - 1$  معین می‌کنند و توزیع حالت‌های برانگیخته بالاتر هم توزیعی برای آهنگ واکنش در دمای  $T_9 = 3 - 5.1$  ارائه می‌دهند. با این وجود احتمال آهنگ واکنش  ${}^7_4\text{Be}(\alpha, \gamma){}^{11}_6\text{C}$  در تشدید  $E_x = 8.242 \text{ MeV}$  بیشینه است.



شکل ۳. آهنگ واکنش برای واکنش  ${}^7_4\text{Be}(\alpha, \gamma){}^{11}_6\text{C}$

### فاکتور اختریفی

سطح مقطع ذرات باردار برای انرژی‌های زیر سد کولنی به علت نفوذ پذیری اثرات کولنی تونل زنی به سرعت و به طور نمایی کاهش می‌یابد.

$$\sigma(E) \propto \exp(-2\pi\eta(E)) \quad (34)$$

در موارد تجربی می‌توان برای انرژی‌های بالاتر محاسبات را انجام داد و سپس نتایج را برای ناحیه انرژی پایین‌تر مورد توجه اختریفی برون‌یابی کرد، با این حال وابستگی قوی سطح مقطع به انرژی، این برون‌یابی را مشکل می‌کند. برای سهولت کار به جای سطح مقطع از کمیتی که وابستگی آن به انرژی کمتر است استفاده می‌شود که آن کمیت عبارت از فاکتور اختریفی  $S(E)$  که شامل تمام اطلاعات ساختار هسته غیر از ضریب نفوذ در سد است. معرفی فاکتور اختریفی  $S(E)$  تحلیلی ساده‌تر از دیگر کمیت‌های

جدول ۴. فاکتور اختر فیزیکی به همراه مشتق اول دوم آن و مقایسه با مقدار تجربی *NACRE* و مقدار تئوری به دست آمده توسط مدل پتانسیل

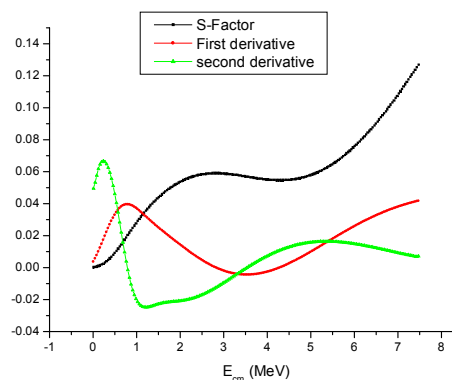
روش	مقدار (MeV.b)	انرژی تشدید (MeV)	کمیت
در این کار	۰٫۰۶	۲٫۵	S(E) در تشدید اول
در این کار	۰٫۱۳	۷٫۵	S(E) در تشدید دوم
در این کار	۰٫۰۷	۰٫۵	S'(E) در تشدید اول
در این کار	۰٫۳۷	۵	S'(E) در تشدید دوم
در این کار	۰٫۰۴	۷٫۵	S''(E) در تشدید دوم
کار تجربی توسط NACRE	۱۰	۱٫۱۱	S(E) در تشدید اول
کار تجربی توسط NACRE	۰٫۷	۲٫۱۱	S(E) در تشدید دوم
کار تئوری توسط مدل پتانسیل	۱٫۲	۰٫۰۱	S(E)

MeV است. در نهایت رابطه به دست آمده عبارت

است از:

$$S(E) = \sum_i \pi \hbar^2 \frac{(2J_r + 1)}{(2J_1 + 1)(2J_2 + 1)} \frac{\Gamma_{in} \Gamma_{out}}{(E - E_r)^2 + (\Gamma_{tot}/2)^2} \exp\left(31.335 z_1 z_2 \sqrt{\frac{E}{\mu}}\right) \quad (37)$$

سرانجام برای واکنش  ${}^7_4\text{Be}(\alpha, \gamma){}^{11}_6\text{C}$  با استفاده از پتانسیل به دست آمده در بخش ۲ و رابطه به دست آمده در بالا فاکتور S(E) را محاسبه کردیم.



شکل ۴. فاکتور اختر فیزیکی به همراه مشتق اول دوم آن برای واکنش  ${}^7_4\text{Be}(\alpha, \gamma){}^{11}_6\text{C}$

### خلاصه

در این کار پس از معرفی واکنش اختر فیزیکی هسته ای  ${}^7_4\text{Be}(\alpha, \gamma){}^{11}_6\text{C}$  پتانسیل های کولنی و اسپین-مدار را از روابط محاسبه کرده و پتانسیل  $AV_{18}$  را که مربوط به برهم کنش های نوکلئون-نوکلئون است با استفاده از برنامه کامپیوتری RADCAP به دست آوردیم. و سپس سطح مقطع و آهنگ واکنش را در تشدیدهای  $E_x = 8.242 \text{ MeV}$  و  $E_x = 8.105 \text{ MeV}$  محاسبه کردیم. در نهایت پس از معرفی کمیت اختر فیزیکی S(E) آن را برای این واکنش محاسبه کرده که در انرژی ۰ MeV تا ۸ MeV مقدار ۰-۰٫۱۴ MeV.b را به دست آوردیم.

Nonrotating supermassive stars. *Astrophysical Journal* **307** (1986) 675-686.

[6] M. Hernanz, J. Jos'e, A. Coc, J. Isern, On the synthesis of  ${}^7\text{Li}$  and  ${}^7\text{Be}$  in novae, *Astrophysical Journal* **465** (1996) 27-30.

[7] D. Thomas, D.N. Schramm, K.A. Olive, G.J. Mathews, B.S. Meyer, B.D. Fields, Production of lithium, beryllium, and boron from baryon inhomogeneous primordial nucleosynthesis, *Astrophysical Journal* **430** (1994) 291-299.

[8] A. Coc, S. Goriely, Y. Xu, M. Saimpert, E. Vangioni, standard Big Bang Nucleosynthesis up to CNO with an improved extended nuclear network, *Astrophysical Journal* **744** (2012) 158-190.

[9] M. Wiescher, J. G'orres, S. Graff, L. Buchmann, F.K. Thielemann, The Hot Proton-Proton Chains in Low Metallicity Objects, *Astrophysical Journal* **343** (1989) 352-364.

## مرجع‌ها

[1] S. Wanajo, H.T. Janka, S. Kubono, Uncertainties in the  $\nu p$ -process: supernova dynamics versus nuclear physics, *Astrophysical Journal* (2011) 729-746.

[2] A. Tohsaki, H. Horiuchi, P. Schuck, G.R'opke, Alpha cluster condensation in  ${}^{12}\text{C}$  and  ${}^{16}\text{O}$ , *Physical Review Letters* **87** (2001) 192501-192504.

[3] T. Kawabata, H. Akimune, H. Fujimura, H. Fujita, Y. Fujita, M. Fujiwara, K. Hara, K.Y. Hara, K. Hatanaka, T. Ishikawa, et al., Isovector and isoscalar spin-flip M1 strengths in  ${}^{11}\text{B}$ , *Physical Review C* **70** (2004) 034318-034327.

[4] T. Kawabata, H. Akimune, H. Fujita, Y. Fujita, M. Fujiwara, K. Hara, K. Hatanaka, M. Itoh, Y. Kanada-En'yo, S. Kishi, et al.,  $2\alpha+t$  cluster structure in  ${}^{11}\text{B}$ , *Physics Letters B* **646** (2007) 6-11.

[5] G.M. Fuller, S.E. Woosley, T.A. Weaver. The evolution of radiation-dominated stars. I -

# Astrophysical s-factor of ${}^7_4\text{Be}(\alpha, \gamma){}^{11}_6\text{C}$ Radiative Capture Reaction

Motahareh Ghamary<sup>1</sup>, Hossein Sadeghi<sup>2,\*</sup>, Saeed Mohammadi<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Physics Department, Payame Noor University, PO BOX 19395-3697 Tehran, Iran

<sup>2</sup>Physics Department, Faculty of Science, Arak University, Arak 8349-8-38156, Iran

Received: 25.12.2015    Final revised: 06.03.2017    Accepted: 01.05.2017

## Abstract

Due to the importance of  ${}^7_4\text{Be}(\alpha, \gamma){}^{11}_6\text{C}$  capture reaction in nuclear and astrophysics physics, the present study introduces the obtained reaction and calculates its potential, cross-section and reaction rate. Then after the introduction and calculation of astrophysical S-factors, we obtain a quantity with less energy dependence in relation to the cross-section in low energies range for primordial nucleosynthesis, and we then obtain astrophysical s-factor for the reaction in the energy range of 0MeV-10MeV about 0 - 0.14 MeV.b.

**Keywords:** alpha capture reaction, nucleosynthesis energies,  $AV_{18}$  potential, astrophysical S-factors

---

\* Corresponding Author: H-Sadeghi@araku.ac.ir