

## انتشار امواج رانشی الکتروستاتیک در مغناطوپلاسمای کوآنتومی

## نایکنواخت و غیر ایده‌آل

احمد مهرآمیز\*، بابک محمدحسینی، الهام شعبان سلیمانی

گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه بین‌المللی امام خمینی (ره)، قزوین، ایران

دریافت: 1396/01/10 بازنگری کلی: 1396/10/14 پذیرش: 1396/11/07

## چکیده

در این پژوهش، انتشار امواج رانشی الکتروستاتیک در یک پلاسمای ناهمگن و کوآنتومی بررسی شده و با در نظر گرفتن مقاومت ویژه و جنبه‌های کوآنتومی برای محیط، رابطه پاشندگی امواج به‌گونه‌ای تحلیلی به‌دست آورده می‌شود. نشان داده می‌شود که آثار کوآنتومی، پاشندگی مدهای رانشی را تحت تأثیر قرار می‌دهند و دو موج رانشی دیامغناطیسی الکترون و یون صوتی، با تصحیحات کوآنتومی نمایان می‌شوند. نتایج به‌دست آمده گویای اینست که سرعت این دو موج، بزرگتر از مقدار به‌دست آمده تحت شرایط کلاسیکی است. علاوه بر این، تحلیل نموداری گویای اینست که شاخه الکترونی موج رانشی در حالت کلاسیکی تقریباً نوسانی است ولی شاخه یونی آن منتشر می‌شود. همچنین، بررسی‌های انجام شده نشان می‌دهند که مقاومت ویژه در پلاسمای کوآنتومی، باعث ناپایداری موج رانشی الکترونی می‌شود، در حالی که شاخه یونی این امواج میرا است. از سوی دیگر، در غیاب آثار کوآنتومی و در شرایط حدی که مقاومت ویژه پلاسمای به صفر میل می‌کند، دو موج یون صوتی و رانشی الکترونی پایدار ایجاد می‌شوند.

کلیدواژه‌گان: امواج رانشی، پلاسمای ناهمگن، پلاسمای کوآنتومی

## مقدمه

از سوی دیگر، در سال‌های اخیر ثابت شده است که جنبه‌های کوآنتومی نیز تأثیر به‌سزایی بر رفتار بسیاری از محیط‌های پلاسمایی دارند [3]. در واقع هنگامی که طول موج دوبروی ذرات باردار محیط، بزرگتر یا مساوی با فاصله بین ذره‌ای ( $d \propto n^{-3}$ ) در محیط پلاسمای باشند، آثار کوآنتومی مهم می‌شوند. برای درک بسیاری از جنبه‌های تاکنون نادیده انگاشته شده پلاسماهای ابر چگال اختر فیزیکی، همچون ستاره‌های نوترونی و ابرنواخترها [4 و 5] و همچنین محیط‌های برهم‌کنش لیزر با پلاسمای [6]، بررسی اثرات کوآنتومی راهگشا بوده است. این تأثیرات در دیگر محیط‌های پلاسمایی مانند پلاسماهای ابر سرد [7] و ساختارهای فوق ریز الکترونیکی همچون دیودهای تونلی و سیم‌های کوآنتومی [8] نیز مشاهده شده است.

در طبیعت، اغلب پلاسمای ناهمگن هستند و این ناهمگنی، موجب حرکت رانشی و امواج رانشی وابسته به آن می‌شود. به بیان دیگر، در یک پلاسمای مغناطیده، ناهمگنی می‌تواند به‌صورت گرادیان دما، گرادیان چگالی و یا هر دو وجود داشته باشد و ذرات تشکیل دهنده محیط، سوقی وابسته به آن گرادیان‌ها پیدا کنند. در چنین حالتی، نوسانات و امواجی برانگیخته شده و با سرعت فازی هم مرتبه با سرعت‌های رانشی در عرض میدان مغناطیسی پلاسمای پدیدار می‌گردند. انتشار چنین امواجی در بسیاری از محیط‌های پلاسمای، از اهمیت ویژه‌ای برخوردار بوده و در رژیم کلاسیکی بررسی و بحث شده‌اند [1 و 2].

\*نویسنده مسئول: mehramiz@sci.ikiu.ac.ir

مغناطیسی خارجی در نظر می‌گیریم. فرض می‌شود چگالی ذرات پلاسما  $n_o(x)$ ، در راستای محور  $x$  دارای پروفایلی ناهمگن باشد. علاوه بر این، پلاسما دارای مقاومت ویژه  $\eta$  است. برای توصیف پلاسمای مورد نظر، مجموعه‌ای از معادلات فیزیکی شامل قانون اهم تعمیم یافته، معادله‌های اوایلر و پیوستگی در نظر گرفته می‌شوند. قانون تعمیم یافته اهم، یکی از معادلات مناسبی است که جنبه‌های کوآنتومی و مقاومتی محیط را به شکل زیر در بر دارد [13 و 14]:

1

$$\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B} - \frac{m_i}{\rho_m e} \vec{J} \times \vec{B} - \frac{\hbar^2}{2m_e} \vec{\nabla} \cdot \frac{\nabla^2 \sqrt{\rho_m}}{\sqrt{\rho_m}} = \eta \vec{J} - \frac{m_i}{\rho_m e} \vec{\nabla} p_e$$

که در آن، کمیت‌های  $\vec{E}$ ،  $\vec{u}$ ،  $\vec{B}$ ،  $m_i$ ،  $\vec{J}$ ،  $m_e$  و  $p_e$  به ترتیب نشان دهنده میدان الکتریکی، سرعت سیال، میدان مغناطیسی در راستای  $z$ ، جرم یون، چگالی جریان، جرم الکترون و فشار الکترونی هستند. با توجه به استفاده از مدل هیدرودینامیکی تک سیال، چگالی جرمی کل در حالت شبه خنثایی (که  $n_i$  برابر  $n_e$  است)، به شکل زیر قابل نوشتن است:

2

$$\rho_m = n_e (m_e + m_i)$$

برای رسیدن به رابطه پاشندگی امواج رانشی لازم است معادله اوایلر اصلاح شده که به شکل زیر است نیز مورد استفاده قرار گیرد:

3

$$\rho_m \left( \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u} \right) = -\vec{\nabla} p_e + \vec{J} \times \vec{B} + \frac{\hbar^2}{2m_e m_i} \vec{\nabla} \cdot \frac{\nabla^2 \sqrt{\rho_m}}{\sqrt{\rho_m}}$$

با استفاده از خطی سازی جملات رابطه 3، مؤلفه‌های  $x$  و  $y$  اختلالی مرتبه اول معادله حرکت به ترتیب، به شکل زیر به دست می‌آیند:

4

$$-i\omega \rho_o u_x = -\frac{\partial p_1}{\partial x} + J_{y1} B_{zo} - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\hbar^2 k^2}{4m_e m_i} \frac{\rho_1}{\rho_o} \right) \quad \text{و}$$

نمونه‌هایی از پژوهش‌های انجام گرفته درباره تصحیحات کوآنتومی و امواج پلاسما، امواج کوآنتومی رانشی [9]، امواج یون صوتی کوآنتومی [10] و میرایی لاندئو کوآنتومی [11] است.

پیامدهای تصحیحات کوآنتومی بر امواج رانشی الکتروستاتیک نیز تاکنون مورد مطالعه قرار گرفته است. در مرجع [12] امواج رانشی در یک پلاسمای ایده آل و فاقد آثار اتلافی و با در نظر گرفتن الکترون‌ها به صورت گاز فرمی کم دما مورد مطالعه قرار گرفته است. در پژوهش فوق، تأثیر جنبه‌های کوآنتومی، میدان مغناطیسی و ناهمگنی فضایی بر رابطه پاشندگی این امواج خاطر نشان شده و با حالت کلاسیک مقایسه گردیده است.

در سیستم‌های پلاسمایی علاوه بر تأثیرات کوآنتومی، آثار اتلافی نیز می‌توانند بر رفتار پلاسما و امواج پلاسمایی مؤثر باشند. این در حالی است که در بیشتر پژوهش‌های صورت گرفته تاکنون از مدل‌های آرمانی استفاده شده است. در نظر گرفتن حالت‌های غیر ایده‌آل و لحاظ کردن ویژگی‌های اتلافی می‌تواند به درک واقعی‌تری از رفتارها و مدهای موجی پلاسما کمک نماید.

در پژوهش حاضر، تأثیر جنبه‌های کوآنتومی و مقاومتی (مقاومت ویژه پلاسما) را بر رفتار و پاشندگی امواج رانشی الکتروستاتیک در یک پلاسمای ناهمگن مورد مطالعه قرار می‌دهیم. بدین منظور، از معادلات سیال کوآنتومی (معادلات مدل هیدرودینامیک و اصلاح شده با تصحیحات کوآنتومی) استفاده می‌شود.

## معادلات و مدل فیزیکی

در مدل حاضر، یک پلاسمای ناپیکنواخت را برای مطالعه امواج رانشی با در نظر گرفتن اثرات کوآنتومی به صورت یک تک سیال ترکیبی و متشکل از الکترون‌ها و یون‌های تک بار یونیده و در معرض میدان

11

با استفاده از  $E_z = -\vec{\nabla}\varphi$  و  $u_x = \frac{E_y}{B_{z0}} = \frac{-ik_y\varphi}{B_{z0}}$  مؤلفه موازی میدان الکتریکی برحسب مؤلفه  $x$  سرعت به دست می‌آید:

$$E_z = -ik_z\varphi = \frac{k_z u_x B_{z0}}{k_y} \quad 12$$

با ترکیب روابط 11 و 12، شکل کوآنتومی قانون اهم در مسأله حاضر برابر می‌شود با:

$$\frac{k_z u_x B_{z0}}{k_y} = \eta J_z - ik_z \frac{\hbar^2 k^2}{4m_e \rho_{m0}} \rho_{m1} - ik_z \frac{m_i}{\rho_{me}} p_{e1} \quad 13$$

با توجه به جرم بسیار زیاد یون‌ها ( $m_e \ll m_i$ )، رابطه 2 شکل ساده‌تر زیر را به خود می‌گیرد:

$$\frac{\rho_m}{m_i} = n_e \left( 1 + \frac{m_e}{m_i} \right) \approx n_e \quad 14$$

اکنون با به کار بردن رابطه 14، معادله 13 ساده‌تر شده و در نهایت با توجه به تعریف فشار گرمایی الکترونی در نهایت  $p_{e1} = K_B T_{e0} n_{e1}$  و  $K_B \approx 1$ ، به دین شکل زیر ظاهر می‌شود:

$$k_z u_x B_{z0} = k_y \left( \eta J_z - \frac{ik_z n_{e1}}{n_e e} \left[ \frac{\hbar^2 k^2}{4m_e} + T_{e0} \right] \right) \quad 15$$

در ادامه، عبارتی برای چگالی اختلالی الکترون ( $n_{e1}$ ) به دست می‌آوریم. بدین منظور، شکل اختلالی مؤلفه موازی معادله حرکت به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$-i\omega u_z = -ik_z \frac{\hbar^2 k^2 n_{e1}}{4m_i m_e n_{e0}} - \frac{ik_z p_{e1}}{\rho_m} \quad 16$$

همچنین، از شکل خطی شده معادله پیوستگی بارداریم:

$$-i\omega n_{e1} + u_x \frac{dn_{e0}}{dx} + ik_z n_{e0} u_z = 0 \quad 17$$

اکنون با ترکیب معادلات 16 و 17، معادله زیر به دست خواهد آمد:

$$-i\omega \rho_o u_y = -ik_y p_1 - J_{x1} B_{z0} - ik_y \left( \frac{\hbar^2 k^2 \rho_1}{4m_e m_i \rho_o} \right) \quad 5$$

با گرفتن مشتق نسبت به  $x$  از معادله 5 و ترکیب عبارت حاصل با رابطه 4 به معادله زیر می‌رسیم:

6

$$-i\omega \rho_o u_x = -\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\omega \rho_o u_y}{k_y} \right) - iB_{z0} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{J_{x1}}{k_y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\hbar^2 k^2 \rho_1}{4m_e m_i \rho_o} \right) + J_{y1} B_{z0} - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\hbar^2 k^2 \rho_1}{4m_e m_i \rho_o} \right)$$

در ادامه، معادله پیوستگی بار به شکل زیر را یادآوری می‌کنیم:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0 \quad 7$$

با استفاده از معادله 7 و اندکی عملیات، رابطه 6 به شکل زیر تبدیل می‌شود:

$$-i\omega \left( \frac{\partial}{\partial x} (\rho_o u_y) - ik_y \rho_o u_x \right) = ik_z B_{z0} J_z \quad 8$$

با در نظر گرفتن شرط تراکم ناپذیری  $\vec{\nabla} \cdot \vec{u}_\perp = 0$ ، جمله  $\frac{\partial}{\partial x} u_y$  در معادله 8، شکل زیر را به خود می‌گیرد:

$$\frac{\partial}{\partial x} u_y = \frac{i}{k_y} \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} \quad 9$$

بنابراین، با استفاده از عبارت 9 و جای‌گذاری آن در رابطه 8 و با توجه به اینکه  $k_\perp^2 = k_x^2 + k_y^2$ ، همچنین با فرض ناهمگنی فضایی کوچک (و کاربرد تقریب WKB) [12]،  $\frac{\partial^2}{\partial x^2} = (ik_x)^2$  است. در نهایت مؤلفه  $z$  چگالی جریان، برابر می‌شود با:

$$J_z = \frac{i\omega k_\perp^2 \rho_o u_x}{k_y k_z B_{z0}} \quad 10$$

از طرف دیگر، مؤلفه موازی میدان رابطه 1 را به صورت زیر داریم:

$$E_z = \eta J_z - ik_z \frac{\hbar^2 k^2}{4m_e \rho_{m0}} \rho_{m1} - ik_z \frac{m_i}{\rho_{me}} p_{e1}$$

$$k_z u_x B_{zo} \left( 1 - \left[ \frac{k_y v_{de} + \frac{\hbar^2 k^2 k_y v_{de}}{4m_e T_{eo}}}{\left( \omega - \frac{\hbar^2 k^2 k_z^2}{4m_i m_e \omega} - \frac{k_z^2 T_{eo} n_{eo}}{\omega \rho_m} \right)} \right] \right) = k_y \eta J_z \quad 23$$

در گام بعدی، از ترکیب روابط 10 و 23 عبارت زیر به دست می آید:

$$k_z u_x B_{zo} \left( 1 - \left[ \frac{k_y v_{de} + \frac{\hbar^2 k^2 k_y v_{de}}{4m_e T_{eo}}}{\left( \omega - \frac{\hbar^2 k^2 k_z^2}{4m_i m_e \omega} - \frac{k_z^2 T_{eo} n_{eo}}{\omega \rho_m} \right)} \right] \right) = k_y \eta \left( \frac{i \omega k_z^2 \rho_o u_x}{k_y k_z B_{zo}} \right) \quad 24$$

معادله بالا با توجه به تعریف سرعت آلفون (

$$v_A = \frac{B_{zo}}{\sqrt{\mu_o \rho}}$$

زیر قابل بازنویسی است:

$$\left( 1 - \left[ \frac{k_y v_{de} + \frac{\hbar^2 k^2 k_y v_{de}}{4m_e T_{eo}}}{\left( \omega - \frac{\hbar^2 k^2 k_z^2}{4m_i m_e \omega} - \frac{k_z^2 T_{eo} n_{eo}}{\omega \rho_m} \right)} \right] \right) = \frac{i \eta \omega k_z^2}{\mu_o k_z^2 v_A^2} \quad 25$$

بنابراین، رابطه پاشندگی موج رانشی (معادله 25) برابر می شود با:

$$\omega - \frac{k_z^2 n_{eo} T_{eo}}{\rho_m \omega} - \frac{\hbar^2 k^2 k_z^2}{4m_e m_i \omega} - k_y v_{de} - \frac{\hbar^2 k^2 k_y v_{de}}{4m_e T_{eo}} = i \eta \frac{k_z^2 \omega}{\mu_o k_z^2 v_A^2} \frac{1}{\omega} \left( \omega^2 - \frac{k_z^2 n_{eo} T_{eo}}{\rho_m} - \frac{\hbar^2 k^2 k_z^2}{4m_e m_i} \right) \quad 26$$

در نهایت پس از ساده سازی مختصر و با توجه به

تعریف سرعت یون صوتی ( $C_s = \sqrt{\frac{T_{eo}}{m_i}}$ )، رابطه

پاشندگی موج رانشی با احتساب جنبه های کوآتومی و مقاومتی، بدین صورت قابل نوشتن است:

$$\omega - \frac{k_z^2 C_s^2}{\omega} \left( 1 + \frac{\hbar^2 k^2}{4m_e T_{eo}} \right) - k_y v_{de} \left( 1 + \frac{\hbar^2 k^2}{4m_e T_{eo}} \right) = i \eta \frac{k_z^2}{\mu_o k_z^2 v_A^2} \left( \omega^2 - k_z^2 C_s^2 \left[ 1 + \frac{\hbar^2 k^2}{4m_e T_{eo}} \right] \right) \quad 27$$

$$-i \omega n_{e1} + u_x \frac{dn_{eo}}{dx} + i(k_z n_{eo}) \times \left( k_z \frac{\hbar^2 k^2 n_{e1}}{4m_i m_e \omega n_{eo}} + \frac{k_z p_{e1}}{\omega \rho_m} \right) = 0 \quad 18$$

با توجه به تعریف فشار گرمایی الکترون و فاکتورگیری

$$-i \omega n_{e1} \left( 1 - \frac{\hbar^2 k^2 k_z^2}{4m_i m_e \omega^2} - \frac{k_z^2 T_{eo} n_{eo}}{\omega^2 \rho_m} \right) = -u_x \frac{dn_{eo}}{dx}$$

از جمله مشترک  $-i \omega n_{e1}$ ، رابطه 18 تبدیل می شود به:

$$n_{e1} = -i \frac{u_x}{\omega} \frac{dn_{eo}}{dx} \left[ \frac{1}{\left( 1 - \frac{\hbar^2 k^2 k_z^2}{4m_i m_e \omega^2} - \frac{k_z^2 T_{eo} n_{eo}}{\omega^2 \rho_m} \right)} \right] \quad 19$$

بنابراین، چگالی اختلالی الکترون به شکل زیر به دست می آید:

با جای گذاری معادله 20 در رابطه 15 خواهیم داشت:

$$\frac{k_z u_x B_{zo}}{k_y} = \eta J_z - \frac{i k_z}{n_e e} \times \left[ \frac{-i \frac{u_x}{\omega} \frac{dn_{eo}}{dx}}{\left( 1 - \frac{\hbar^2 k^2 k_z^2}{4m_i m_e \omega^2} - \frac{k_z^2 T_{eo} n_{eo}}{\omega^2 \rho_m} \right)} \right] \times \left[ \frac{\hbar^2 k^2}{4m_e} + T_{eo} \right] \quad 20$$

رابطه 21

رابطه اخیر را به شکل زیر نیز می توان بازنویسی نمود:

$$k_z u_x B_{zo} \left( 1 - \left[ \frac{- \left( k_y \frac{T_{eo}}{n_e e B_{zo}} \frac{dn_{eo}}{dx} + \frac{\hbar^2 k^2 k_y}{4n_e m_e B_{zo}} \frac{dn_{eo}}{dx} \right)}{\left( \omega - \frac{\hbar^2 k^2 k_z^2}{4m_i m_e \omega} - \frac{k_z^2 T_{eo} n_{eo}}{\omega \rho_m} \right)} \right] \right) = k_y \eta J_z \quad 22$$

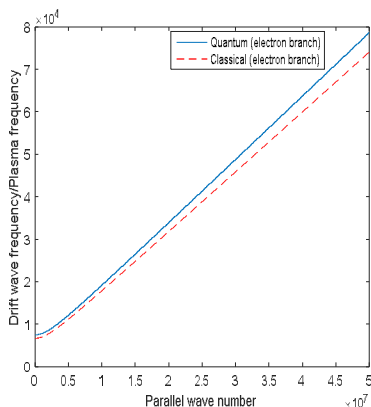
با توجه به تعریف سرعت رانشی

$$v_{de} = - \frac{T_{eo}}{e n_{eo} B_{zo}} \frac{dn_{eo}}{dx} \quad [2] \text{ و انجام برخی محاسبات،}$$

در نهایت رابطه اخیر تبدیل می شود به:

رانشی نامیده می‌شود (شکل 1) و دیگری، شاخه یونی موج رانشی نام دارد (شکل 2). هر دو شاخه اثرات کوآنتومی را نیز همراه دارند.

از سوی دیگر، با در نظر گرفتن عدد موج موازی به‌عنوان پارامتر متغیر و رسم نمودار فرکانس بر حسب عدد موج عمودی (در هر دو حالت کلاسیکی و کوآنتومی) به دو شاخه از امواج رانشی (شاخه الکترونی (شکل 3) و شاخه یونی (شکل 4) دست پیدا می‌کنیم. تحت چنین شرایطی، در شاخه الکترونی موج رانشی در حالت کلاسیک فرکانس تقریباً تابع ثابتی از عدد موج عمودی است (شکل 3) و تنها در راستای X و Y تقریباً نوسان داریم. در عوض برای حالت کوآنتومی باتوجه به شکل 3 انتشار وجود دارد و با افزایش عدد موج عمودی، فرکانس موج نیز افزایش می‌یابد و در حد عدد موج‌های عمودی کوتاه نمودار در حالت کوآنتومی با نتیجه کلاسیکی‌اش مطابقت دارد. برای شاخه یونی موج رانشی (شکل 4) در حالت کلاسیک پدیده جذب اتفاق می‌افتد. برای عدد موج‌های بسیار بلند (محدوده طول موج‌های کوتاه) تصحیحات کوآنتومی این جذب را تقویت می‌نماید و در حد طول موج‌های بلند، تطابق خوبی بین محاسبات کلاسیکی و کوآنتومی به چشم می‌خورد.



شکل 1. فرکانس شاخه الکترونی موج رانشی بر حسب عدد موج موازی، عدد موج عمودی برابر با  $k_{perpen} = 2 \times 10^{10} m^{-1}$  (حالت‌های کلاسیکی و کوآنتومی).

در رابطه اخیر، می‌توان دو سرعت جدید یون صوتی و رانشی دیامغناطیسی الکترون را به‌دین شکل تعریف نمود:

$$v_{qde} = v_{de} + \frac{\hbar^2 k^2 v_{de}}{4m_e T_{eo}} \quad C_{qs}^2 = C_s^2 + \frac{\hbar^2 k^2 C_s^2}{4m_e T_{eo}} \quad 28$$

از ترکیب روابط 27 و 28، معادله زیر برای پاشندگی موج رانشی در پلاسما حاصل می‌گردد:

$$\omega - \frac{k_z^2 C_{qs}^2}{\omega} - k_y v_{qde} = i\eta \frac{k_{\perp}^2}{\mu_0 k_z^2 v_A^2} (\omega^2 - k_z^2 C_{qs}^2) \quad 29$$

این معادله، شکل تعمیم یافته‌ای از رابطه پاشندگی امواج رانشی را نشان می‌دهد.

### بحث و بررسی

نتیجه به‌دست آمده در بخش قبل (معادله 29)، طیف وسیعی از مدهای موجی الکتروستاتیک پایدار، میرا، ناپایدار و غیره را در بر می‌گیرد. در ادامه به بررسی حالت‌های مختلف امواج منتشر شونده در پلاسمای مورد نظر پرداخته می‌شود.

#### حالت اول) پلاسمای کوآنتومی ایده‌آل

اگر جنبه‌های مقاومتی برای محیط نادیده گرفته شوند یعنی  $(\eta \rightarrow 0)$ ، معادله 29، برابر می‌شود با:

$$\omega - \frac{k_z^2 C_{qs}^2}{\omega} - k_y v_{qde} = 0 \quad 30$$

در پلاسمای یکنواخت که  $v_{de} = 0$  است، رابطه اخیر به  $\omega^2 = k_z^2 C_{qs}^2$  تبدیل می‌شود که موج یون صوتی با احتساب اثر کوآنتومی است. همچنین در حالت حدی به‌صورت  $k_z C_{qs} \ll k_y v_{qde}$ ، موج رانشی الکترونی با فرکانس  $\omega \approx k_y v_{qde}$  خواهیم داشت. بنابراین رابطه 29، معادله‌ای درجه دو از  $\omega$  است که برای مقادیر مختلف  $k_z$  و  $k_y$  دو شاخه از موج رانشی را در بر می‌گیرد. شاخه اول آن، شاخه الکترونی موج

## حالت دوم) پلاسمای غیر ایده‌آل و کوآنتومی

بنابر رابطه 29، با در نظر گرفتن جنبه‌های کوآنتومی و حضور مقاومت ویژه، فرکانس موج می‌تواند شکل مختلفی به خود بگیرد، (یعنی  $\omega \rightarrow \omega_r + i\gamma$ )، که در آن  $\gamma$  معرف نرخ رشد است. با اندکی عملیات می‌توان نشان داد این کمیت به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$\gamma = \frac{\eta k_{\perp}^2}{\mu_0 k_z^2 v_A^2} \frac{\omega^2 (\omega^2 - k_z^2 C_{qs}^2)}{(\omega^2 + k_z^2 C_{qs}^2)} \quad 31$$

معادله 31، نشان می‌دهد که موج رانشی در حالت  $|\omega| > |k_z C_{qs}|$ ، ناپایدار است.

اکنون برای تحلیل رابطه پاشندگی موج رانشی تعمیم یافته، به بررسی نموداری آن با توجه به (شکل‌های 1 و 2) می‌پردازیم. با توجه به شکل 1، شاخه موج الکترونی شاخه‌ای است که در آن  $|\omega| > |k_z C_{qs}|$  و موج همیشه ناپایدار است ( $\gamma$  مثبت) و شاخه یونی شکل 2، که برای آن  $|\omega| < |k_z C_{qs}|$  است، نشانگر میرایی موج خواهد بود ( $\gamma$  منفی).

## حالت سوم) پلاسمای غیر کوآنتومی و ایده‌آل

با توجه به تعاریف موجود در رابطه 28، اگر اثرات کوآنتومی و مقاومت ویژه هر دو نادیده گرفته شوند، رابطه 29، به شکل زیر تبدیل می‌شود:

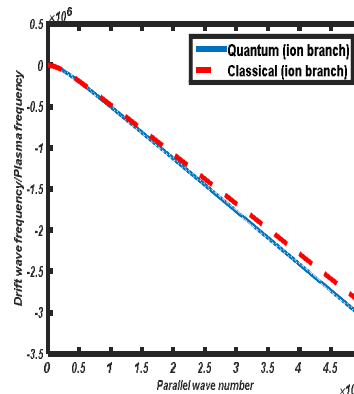
$$\omega - \frac{k_z^2 C_s^2}{\omega} - k_y v_{de} = 0 \quad 32$$

این رابطه، پاشندگی امواج رانشی در یک محیط پلاسمای کلاسیک و ایده‌آل را نشان خواهد داد [2]. با حل معادله 32، دو رابطه پاشندگی به شکل زیر پدید می‌آید:

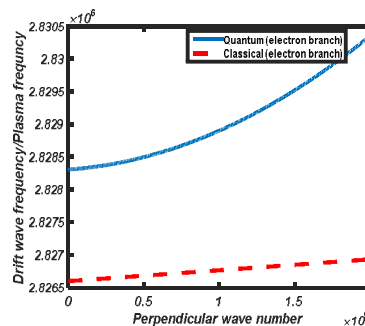
$$\omega = k_z C_s \quad 33$$

$$\omega = k_y v_{de} \quad 34$$

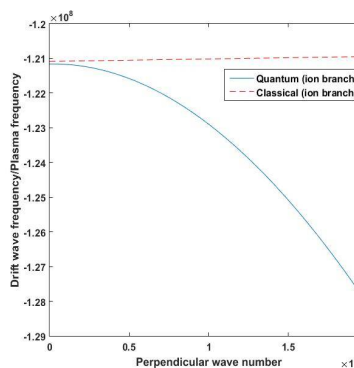
این دو رابطه به ترتیب بیانگر موج یون صوتی و موج رانشی الکترونی پایدار است.



شکل 2. فرکانس شاخه یونی موج رانشی برحسب عدد موج موازی، عدد موج عمودی برابر با  $k_{perpen} = 2 \times 10^{10} m^{-1}$  (حالت‌های کلاسیکی و کوآنتومی).



شکل 3. فرکانس شاخه الکترونی موج رانشی برحسب عدد موج عمودی، عدد موج موازی برابر با  $k_{para} = 2 \times 10^9 m^{-1}$  (حالت‌های کلاسیکی و کوآنتومی).



شکل 4. فرکانس شاخه یونی موج رانشی برحسب عدد موج عمودی، عدد موج موازی برابر با  $k_{para} = 2 \times 10^9 m^{-1}$  (حالت‌های کلاسیکی و کوآنتومی).

## نتیجه‌گیری

در این مطالعه، با در نظر گرفتن مجموعه‌ای از معادلات سیال کوآنتومی برای یک سیستم پلاسمای نایکنواخت، رابطه پاشندگی امواج رانشی الکتروستاتیک در حضور اثرات مقاومتی و کوآنتومی به دست آورده شد. نتیجه به دست آمده نشان داد که پاشندگی موج به شدت تحت تأثیر آثار مقاومتی و کوآنتومی قرار می‌گیرد. در این حالت، فرکانس موج رانشی مختلط شده و یک قسمت موهومی پیدا می‌کند. شاخه الکترونی این موج همیشه ناپایدار ( $\gamma$  مثبت) و شاخه یونی آن میرا ( $\gamma$  منفی) است. ظهور سرعت رانشی دیامغناطیسی و سرعت یون صوتی جدیدی (که از مقادیر قبلی آن‌ها در حالت کلاسیکی بزرگتر است)، به دلیل لحاظ کردن جنبه‌های کوآنتومی برای حامل‌های جریان محیط است. در چنین وضعیتی (اعمال تأثیرات کوآنتومی) مقدار فرکانس در امواج مذکور افزایش یافته است.

بررسی حالت‌های ویژه نشان دادند که در صورت چشم پوشی از مقاومت ویژه محیط، دو شاخه از امواج رانشی کوآنتومی پدیدار می‌شوند، یکی شاخه الکترونی موج رانشی و دیگری شاخه یونی، که هر دو پایدارند. همچنین، شاخه الکترونی موج رانشی در حالت کلاسیکی، تحت شرایطی که فرکانس موج برحسب عدد موج عمودی ارزیابی می‌شود تقریباً نوسانی است. در مقابل برای حالت کوآنتومی شاخه مذکور، موج رانشی انتشار می‌یابد. از سوی دیگر، شاخه یونی این موج، تحت چنین موقعیتی در حالت کلاسیکی جذب محیط می‌شود و به علاوه تصحیحات کوآنتومی برای این شاخه، میزان جذب را افزایش می‌دهد. در حد طول موج‌های بلند، هر دو حد کلاسیکی و کوآنتومی برای شاخه‌های الکترونی و یونی، تطابق خوبی باهم دارند. در حالت حدی آخر، که از هر دو اثر کوآنتومی و مقاومتی چشم پوشی گردید، معادله‌های پاشندگی

تعمیم یافته امواج رانشی و یون صوتی به حالت کلاسیکی خود تبدیل می‌شوند و وجود دو نوع موج یون صوتی و رانشی پایدار را نشان می‌دهند. نتایج این تحقیق در محیط‌های پلاسمایی ابر چگال همچون کوتوله‌های سفید و ستاره‌های نوترونی قابل طرح و کاربرد هستند.

## مرجع‌ها

- [1] W. Horton, Nonlinear drift waves and transport in magnetized plasmas, *Physics Reports* **192** (1990) 1-177.
- [2] N.A. Krall, A.W. Trivelpiece, *Principles of plasma physics*, Mc Graw-Hill Company, (1973).
- [3] م. شاه منصوری، تأثیر پتانسیل تبدالی بر امواج الکتروستاتیک در پلاسمای نیم‌رسانای کوآنتومی، *مجله پژوهش سیستم‌های بس‌ذره‌ای* **7** (1396)، 95-103.
- [3] M. Shahmansouri, Effect of exchange potential on the electrostatic waves in quantum semiconductor plasmas, *Journal of Research on Many-body Systems* **7** (2017) 95-103.
- [4] G. Chabrier, F. Douchin, A.Y. Potekhin, Dense astrophysical plasmas, *Journal of Physics: Condensed Matter* **14** (2002) 9133-9139.
- [5] Y.D. Jung, Quantum-mechanical effects on electron-electron scattering in dense high-temperature plasmas, *Physics of Plasmas* **8** (2001) 3842-3844.
- [6] D. Kremp, Th. Bornath, M. Bonitz and M. Schlanges, Quantum kinetic theory of plasmas in strong laser fields, *Physical Review E* **60** (1994) 4725-4732.
- [7] Li. Wenhui, P.J. Tanner, T.F. Gallagher, Dipole-Dipole Excitation and Ionization in an Ultracold Gas of Rydberg Atoms, *Physical Review Letters* **94** (2005) 173001-173005.

- [8] H. G. Craighead, Nanoelectromechanical Systems, *Science* **290** (2000) 1532-1535.
- [9] B. Shokri and A.A. Rukhadze, Quantum drift waves, *Physics of Plasmas* **6** (1999) 4467-4472.
- [10] F. Haas, L.G. Garcia, J. Goedert, G. Manfredi, Quantum ion-acoustic waves, *Physics of Plasmas* **10** (2003) 3858-3867.
- [11] N. Suh, M.R. Feix, P. Bertrand, Numerical simulation of the quantum Liouville-Poisson system, *Journal of Computational Physics* **94** (1991) 403-418.
- [12] Z. Wu, H. Ren, J. Cao, P.K. Chu, Electrostatic drift waves in Nonuniform quantum magnetized plasmas, *Physics of Plasmas* **15** (2008) 082103-1-6.
- [13] F. Hass, A magnetohydrodynamic model for quantum plasmas, *Physics of Plasmas* **12** (2005) 062117-1-9.
- [14] J.A. Bittencourt, *Fundamentals of Plasma Physics* (3th Ed), Springer-Verlag New York (2004).