

اثر پس‌زنی گرانشی تولید زوج شوینگر در یک میدان الکتریکی قوی در فضا-زمان دوسپته

احسان باورساد*، ناربه مارگسیان

دانشکده فیزیک، دانشگاه کاشان، کاشان، ایران

دریافت: 1396/06/13 ویرایش نهایی: 1396/10/09 پذیرش: 1396/11/07

چکیده

در این مقاله، یک میدان اسکالر جرم‌دار و باردار در یک میدان الکتریکی یکنواخت قوی زمینه در یک فضا-زمان دوسپته با بُعد دلخواه در نظر گرفته شده است. با استفاده از ضریب‌های بوگولیوبف¹، تانسور شبه‌کلاسیک² انرژی-تکانه زوج‌های شوینگر³ تولید شده را در حد میدان الکتریکی قوی به دست می‌آوریم. ما نشان داده‌ایم که رد⁴ تانسور شبه‌کلاسیک انرژی-تکانه صفر می‌شود. ما یافته‌ایم که مؤلفه‌های غیرصفر تانسور شبه‌کلاسیک انرژی-تکانه با افزایش میدان الکتریکی به صورت توانی افزایش پیدا می‌کنند. نتیجه‌های ما برای تانسور شبه‌کلاسیک انرژی-تکانه برای بحث درباره اثر پس‌زنی گرانشی تولید زوج شوینگر مهم هستند. ما نشان داده‌ایم که ثابت هابل واپاشی می‌کند و مقیاس زمان برای واپاشی آن با افزایش میدان الکتریکی به صورت توانی کاهش می‌یابد.

کلیدواژگان: میدان اسکالر، فضا-زمان دوسپته، اثر شوینگر، تانسور شبه‌کلاسیک انرژی-تکانه، پس‌زنی گرانشی

مقدمه

سامانه‌ها میدان‌های الکترومغناطیسی و گرانشی قوی وجود دارند. در مرجع 3 برخی از این ایده‌ها مطالعه شده‌اند. در دوره مغناطیس‌زایی⁵ تورمی میدان‌های الکتریکی قوی نیز تولید می‌شوند [4]، بنابراین مطالعه اثر شوینگر در این دوره مهم است. بدون نیاز به در نظر گرفتن یک میدان الکتریکی تولید ذره در فضا-زمان دوسپته نیز رخ می‌دهد [5]، که گاهی به آن اثر شوینگر کیهان‌شناسی نیز گفته می‌شود [6].

به‌تازگی، اثر شوینگر به دلیل اهمیت آن در کیهان‌شناسی، برای انواع گوناگون ذرات در ابعاد گوناگون فضا-زمان دوسپته مطالعه شده است. اثر شوینگر در یک فضا-زمان دوسپته در مقاله‌های [7، 8]،

اثر شوینگر [1] به پدیده تولید زوج به وسیله یک میدان الکترومغناطیسی قوی زمینه در فضا-زمان مینکوفسکی گفته می‌شود که یک پدیده غیراختلالی در نظریه میدان‌های کوانتومی است. با وجود تلاش‌های فراوان، هنوز این پدیده در آزمایشگاه‌های روی زمین دیده نشده است. دلیل اصلی آن این است که آهنگ تولید زوج در میدان‌های الکتریکی ضعیف‌تر از مقدار بحرانی $E_{critical} \approx 1.3 \times 10^{18} \text{ V/M}$ [2] به طور نمایی کاهش می‌یابد. به همین دلیل در سال‌های اخیر پیشنهاد شده است که اثر شوینگر را در سامانه‌های اختریفیزیکی و کیهان‌شناسی مطالعه کنیم، چون به طور طبیعی در این

* نویسنده مسئول: bavarsad@kashanu.ac.ir

¹ Bogoliubov

² Semiclassical

³ Schwinger

⁴ Trace

⁵ Magnetogenesis

[20] در میدان گرانشی خالص یک جهان فریدمان-لومتر-رابرتسون-واکر¹ (که دوسپته حالت خاص آن است) با در نظر گرفتن متریکی که قسمت فضایی آن تخت است، مطالعه شده است. در مرجع‌های [5،13،14] نویسندگان اثر پس‌زنی تولید ذره در فضا-زمان دوسپته را مطالعه کرده‌اند. در [5،14] نشان داده‌اند که تولید ذره به واپاشی ثابت هابل می‌انجامد. درحالی که در کارهای [15-23] نویسندگان بیشتر نظریه بازبهنجارش را توسعه داده‌اند.

در مرجع [9] برای اولین بار اثر پس‌زنی روی میدان گرانشی توسط اسکالره‌های شوینگر با تعریف تانسور شبه‌کلاسیک انرژی-تکانه در فضا-زمان دوسپته با بُعد دلخواه مطالعه شده است. در آن کار نویسندگان با در نظر گرفتن یک میدان اسکالر سنگین نشان داده‌اند که ثابت هابل واپاشی می‌کند به طوری که مقیاس زمان برای واپاشی آن با افزایش جرم میدان اسکالر به طور نمایی بزرگ می‌شود. در مرجع‌های [24،25] در حالت خلأ ورودی، چشم‌داشتی عملگر رد تانسور-انرژی تکانه اسکالره‌های شوینگر به ترتیب در فضا-زمان‌های دوسپته 1+1 و 1+2 بُعدی مطالعه شده است. در آن کارها اثر پس‌زنی روی میدان گرانشی مطالعه نشده است اما نشان داده شده که رد بازبهنجارشده به روش کم‌کردن بی‌دررو²، در مقدارهای مشخص جرم اسکالر و شدت میدان الکتریکی، تغییر علامت می‌دهد. در این مقاله با هدف کامل کردن کار انجام شده در مقاله [9] ما یک میدان اسکالر را در یک میدان الکتریکی یکنواخت قوی زمینه در فضا-زمان دوسپته با بُعد دلخواه در نظر می‌گیریم. پس از محاسبه تانسور شبه‌کلاسیک انرژی تکانه در حد میدان الکتریکی قوی، اثر پس‌زنی آن روی میدان گرانشی زمینه را مطالعه خواهیم کرد.

به ترتیب در 1+1 و 1+3 بُعد مورد بررسی قرار گرفته است. در این کارها چشم‌داشتی خلأ عملگر جریان رسانندگی میدان اسکالر مطالعه شده است. در مرجع [9]، اثر شوینگر و جریان رسانندگی میدان اسکالر در فضا-زمان دوسپته 2+1 بُعدی به عنوان مثالی از فضا-زمان دوسپته با بُعد فرد مطالعه شده است. در مرجع‌های [10،11] اثر شوینگر و جریان رسانندگی القایی برای میدان فرمیونی به ترتیب در فضا-زمان‌های دوسپته 1+1 و 1+3 بُعدی مطالعه شده است. در همه کارهای [11-7] دو میدان زمینه در نظر گرفته شده است: میدان الکتریکی و میدان گرانشی. این میدان‌های الکتریکی و گرانشی زمینه از راه سازوکار شوینگر زوج ذره‌های باردار را خلق می‌کنند. زوج‌های خلق شده خود دارای میدان الکترومغناطیسی و تانسور انرژی-تکانه هستند. میدان الکترومغناطیسی زوج‌های تازه خلق شده، میدان الکتریکی زمینه را تغییر می‌دهد که به این پدیده اثر پس‌زنی تولید زوج شوینگر روی میدان الکترومغناطیسی یا به اختصار پس‌زنی الکترومغناطیسی می‌گوییم. تانسور انرژی-تکانه زوج‌های تازه خلق شده شوینگر میدان گرانشی زمینه را تغییر می‌دهد که به این پدیده اثر پس‌زنی تولید زوج شوینگر روی میدان گرانشی یا به اختصار پس‌زنی گرانشی می‌گوییم. برای مطالعه اثر پس‌زنی روی میدان الکترومغناطیسی به جریان رسانندگی و برای مطالعه اثر پس‌زنی روی میدان گرانشی به تانسور انرژی-تکانه نیاز است. با داشتن جریان رسانندگی، اثر پس‌زنی روی میدان الکترومغناطیسی توسط اسکالرها [8] و فرمیون‌های [12] شوینگر به ترتیب در فضا-زمان‌های دوسپته 1+3 و 1+1 بُعدی مطالعه شده است.

بدون در نظر گرفتن میدان الکتریکی زمینه، تانسور انرژی-تکانه ذرات اسکالر [19-13،5] و فرمیون [23-

² Adiabatic subtraction method

¹ Friedmann-Lemaitre-Robertson-Walker

اثر شوینگر

برای آغاز مطالعه اثر شوینگر، کنش یک میدان اسکالر جفت‌شده به میدان پیمانه‌ای الکترومغناطیسی در فضا-زمان دوسپته را به صورت زیر در نظر می‌گیریم

$$S = \int d^D x \sqrt{|g|} [g^{\mu\nu} (\partial_\mu + ieA_\mu)\phi \times (\partial_\nu - ieA_\nu)\phi^* - (m^2 + \xi R)\phi\phi^* - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}], \quad 1$$

به گونه‌ای که m و e به ترتیب جرم و بار الکتریکی میدان اسکالر مختلط ϕ هستند. ما در این مقاله بُعد فضا-زمان دوسپته را با D و تعداد بُعدهای مکانی را با d نشان می‌دهیم، بنابراین $D=1+d$ است. $|g|$ قدر مطلق دترمینان متریک است. ξ ثابت جفت‌شدگی میدان اسکالر به خمش اسکالر R فضا-زمان دوسپته $D=1+d$ بُعدی (dS_D) است. متریک فضا-زمان دوسپته را به صورت زیر در نظر می‌گیریم

$$ds^2 = \Omega^2(\tau)(d\tau^2 - d\mathbf{x}^2), \quad \tau \in (-\infty, 0), \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^d, \quad 2$$

عامل مقیاس همدیس به صورت زیر داده می‌شود

$$\Omega(\tau) = -\frac{1}{\tau H}, \quad 3$$

به گونه‌ای که H ثابت هابل است. ما در این مقاله پیش از آغاز مطالعه اثر پس‌زنی روی میدان گرانشی، ثابت هابل H را یک مقدار ثابت بدون وابستگی به زمان در نظر می‌گیریم. از این‌رو، خمش اسکالر dS_D یک مقدار ثابت بدون وابستگی به مختصات زمان و مکان $R = D(D-1)H^2$ به دست می‌آید. در ادامه این مقاله برای سادگی $\xi = 0$ قرار می‌دهیم. برای توصیف یک میدان الکتریکی یکنواخت در dS_D پتانسیل برداری الکترومغناطیسی را به صورت زیر در نظر می‌گیریم

$$A_\mu = -\frac{E}{\tau H^2} \delta_\mu^1, \quad 4$$

به گونه‌ای که E یک مقدار ثابت است. از این‌رو، تنها مؤلفه‌های غیرصفر تانسور شدت میدان الکترومغناطیسی به صورت زیر داده می‌شوند

$$F_{01} = -F_{10} = \partial_0 A_1 - \partial_1 A_0 = \Omega^2(\tau)E. \quad 5$$

از کنش 1 معادله کلاین-گوردن¹ خوانده می‌شود

$$\frac{1}{\sqrt{|g|}} \partial_\mu (\sqrt{|g|} g^{\mu\nu} \partial_\nu \phi) + 2ieA^\mu \partial_\mu \phi - e^2 A^\mu A_\mu \phi + m^2 \phi = 0. \quad 6$$

می‌توان نشان داد که جواب‌های متعامد بهنجار معادله 6، که در حد زمان‌های آغازی ($\tau \rightarrow -\infty$) دارای رفتار مجانبی موج تخت هستند، برای مُدهای² فرکانس مثبت و منفی به ترتیب به صورت زیر داده می‌شوند [9]

$$U_{\text{in},k}(x) = (2k)^{\frac{-1}{2}} e^{\frac{i k \pi}{2}} \Omega^{\frac{2-D}{2}}(\tau) \times e^{+ik \cdot x} W_{\kappa, \gamma}(z_+), \quad 7$$

$$V_{\text{in},k}(x) = (2k)^{\frac{-1}{2}} e^{\frac{-i k \pi}{2}} \Omega^{\frac{2-D}{2}}(\tau) \times e^{-ik \cdot x} W_{\kappa, -\gamma}(z_-).$$

از طرف دیگر، جواب‌های متعامد بهنجار معادله 6، که در حد زمان‌های پایانی ($\tau \rightarrow 0$) دارای رفتار مجانبی موج تخت هستند، برای مُدهای فرکانس مثبت و منفی به ترتیب به صورت زیر داده می‌شوند [9]

$$U_{\text{out},k}(x) = (4|\gamma|k)^{\frac{-1}{2}} e^{\frac{i \gamma \pi}{2}} \Omega^{\frac{2-D}{2}}(\tau) \times e^{+ik \cdot x} M_{\kappa, \gamma}(z_+), \quad 8$$

$$V_{\text{out},k}(x) = (4|\gamma|k)^{\frac{-1}{2}} e^{\frac{-i \gamma \pi}{2}} \Omega^{\frac{2-D}{2}}(\tau) \times e^{-ik \cdot x} M_{\kappa, -\gamma}(z_-).$$

در معادله‌های 7 و 8 W, M توابع ویتاکر³ [26] هستند و زیرنویس‌های in و out نشان دهنده رفتار دلخواه توابع مُد به ترتیب در زمان‌های آغازی و پایانی هستند. پارامترهای بی‌بُعد به صورت زیر تعریف شده‌اند

³ Whittaker

¹ Klein-Gordon

² Modes

با این فرض که تعداد بُعدهای فضا-زمان خیلی بزرگ نباشد، به‌دیگر سخن، مرتبه بزرگی d یک باشد، در این صورت اگر

$$\lambda^2 + \lambda_m^2 \gg 1 \quad 14$$

باشد، آنگاه شرایط بی‌دررو 12 در زمان‌های آینده نیز برقرار خواهد بود. تحت شرایط شبه‌کلاسیک 14 راجع به دو قلمرو حدی می‌توان بحث کرد: قلمرو میدان اسکالر سنگین $\lambda_m \gg \max(1, \lambda)$ و قلمرو میدان الکتریکی قوی $\lambda \gg \max(1, \lambda_m)$. خلق ذره زمانی روی می‌دهد که شرایط بی‌دررو 12 نقض شوند. بنابراین زمان خلق یک ذره با تکانه همراه k^1 هنگامی است که تابع $v(\tau)$ تغییر سریعی داشته باشد، به دیگر سخن، در نقاط پیشینه تابع $|\dot{v}/v^2|$ [78]. تحلیل تابع $|\dot{v}/v^2|$ نشان می‌دهد که زمان خلق یک ذره با تکانه همراه k به‌صورت زیر تخمین زده می‌شود [8]

$$\tau \sim -\frac{\rho}{k}, \quad 15$$

به‌گونه‌ای که ρ در معادله 9 تعریف شده است. با داشتن دو مجموعه کامل متعامد بهنجار از توابع مُد که در معادله‌های 7 و 8 داده شده‌اند، می‌توان ضرب‌های بوگولیوبوف را از ضرب اسکالر توابع مُد به‌دست آورد. می‌توان نشان داد [9]

$$|\alpha_k|^2 = \frac{e^{2i\pi\kappa} + e^{2\pi|\gamma|}}{2\sinh(2\pi|\gamma|)}, \quad 16$$

$$|\beta_k|^2 = \frac{e^{2i\pi\kappa} + e^{-2\pi|\gamma|}}{2\sinh(2\pi|\gamma|)},$$

به‌گونه‌ای که رابطه بهنجارش $|\alpha_k|^2 - |\beta_k|^2 = 1$ برآورده می‌شود. ضرب بوگولیوبوف $|\beta_k|^2$ برابر است با چگالی تعداد ذرات شوینگر خلق شده با تکانه همراه \mathbf{k} به‌دیگر سخن، تابع توزیع ذرات تولید شده است [9-7]. با در نظر گرفتن تعریف $\kappa = -\frac{i\lambda k_x}{k}$

$$\begin{aligned} k &= |\mathbf{k}|, \quad r = \frac{k_x}{k}, \quad \lambda_m = \frac{m}{H}, \\ \lambda &= -\frac{eE}{H^2}, \quad \rho = \sqrt{\lambda_m^2 + \lambda^2}, \\ \gamma &= \sqrt{\frac{d^2}{4} - \rho^2}, \quad \kappa = -i\lambda r, \\ z_+ &= 2ikt, \quad z_- = -2ikt. \end{aligned} \quad 9$$

برای داشتن حالت‌های فیزیکی قابل قبول، نیاز داریم که حالت‌های ذره‌ای خوش تعریف در زمان‌های آغازی و پایانی داشته باشیم تا بتوانیم برانگیختگی‌های میدان اسکالر را به‌عنوان ذره تعریف کنیم. برای این منظور باید میدان‌های الکتریکی و گرانشی زمینه کندتغییر باشند. این شرط، بی‌دررو نامیده می‌شود که یک تقریب شبه‌کلاسیک است. معادله کلاین-گوردن (6) را به‌صورت زیر بازنویسی می‌کنیم

$$\frac{d^2 f(\tau)}{d\tau^2} + v^2(\tau)f(\tau) = 0, \quad 10$$

به‌گونه‌ای که فرکانس وابسته به زمان به‌صورت زیر داده می‌شود

$$v^2(\tau) = k^2 + \frac{2\lambda k_x}{\tau} + \frac{(1/4) - \gamma^2}{\tau^2}. \quad 11$$

شرایط بی‌دررو ایجاب می‌کند که در همه زمان‌ها فرکانس $v(\tau)$ یک تابع کند تغییر با زمان باشد و رابطه‌های زیر برآورده شوند

$$\frac{\dot{v}^2}{v^4} \ll 1, \quad \frac{\ddot{v}}{v^3} \ll 1, \quad 12$$

به‌گونه‌ای که نقطه نشان دهنده مشتق نسبت به زمان همدیس τ است. در زمان‌های بینهایت گذشته ($\tau \rightarrow -\infty$)، فرکانس 11 به مقدار $k \sim v$ میل می‌کند که رابطه‌های 12 را برآورده می‌کند. در زمان‌های بینهایت آینده ($\tau \rightarrow 0$) خواهیم داشت

$$\frac{\dot{v}^2}{v^4} \sim \frac{1}{2} \frac{\ddot{v}}{v^3} \sim \left(\lambda^2 + \lambda_m^2 + \frac{1-d^2}{4} \right)^{-1}. \quad 13$$

محاسبه انتگرال 17 مؤلفه‌های بردار تکانه همراه \mathbf{k} را در مختصات کروی می‌نویسیم

$$k_i = k\omega_i, \quad i=1, \dots, d, \quad 19$$

به گونه‌ای که $k = \sqrt{k_i k_i}$ اندازه بردار و ω_i مختصات توصیف کننده رویه یک کره $d-1$ بُعدی با شعاع یک هستند و به صورت زیر تعریف می‌شوند

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \cos \theta_1, \\ \omega_2 &= \sin \theta_1 \cos \theta_2, \\ &\vdots \\ \omega_{d-1} &= \sin \theta_1 \cdots \sin \theta_{d-2} \cos \theta_{d-1}, \\ \omega_d &= \sin \theta_1 \cdots \sin \theta_{d-2} \sin \theta_{d-1}, \\ 0 &\leq \theta_1, \dots, \theta_{d-2} \leq \pi, \quad 0 \leq \theta_{d-1} \leq 2\pi. \end{aligned} \quad 20$$

در معادله 15 زمان خلق یک ذره با اندازه تکانه همراه $k = \sqrt{k_i k_i}$ تخمین زده شده است. ما برای مشخص شدن مؤلفه‌های تکانه فیزیکی 18 به یک رابطه نیاز داریم که زمان خلق یک ذره را با مؤلفه تکانه همراه k_i تخمین بزند. ما این رابطه را در حد میدان الکتریکی قوی، به صورت زیر در نظر می‌گیریم

$$k_i \tau \sim \lambda \omega_i, \quad i=1, \dots, d. \quad 21$$

با در نظر گرفتن اینکه در حد میدان الکتریکی قوی $\rho \approx \lambda$ ، رابطه میان مختصات $\omega_i \omega_i = 1$ است، می‌توان نشان داد که رابطه 21 با رابطه 15 سازگار است. رابطه 21 با رابطه مشابه داده شده در مرجع [7] برای مورد فضا-زمان دوسویه 1+1 بُعد سازگار است. با استفاده از رابطه 21 تکانه فیزیکی ذرات با عبارت‌های زیر تقریب زده می‌شوند

$$\begin{aligned} p_{\mathbf{k}}^0 &\approx \Omega^{-1}(\tau) H \lambda \sqrt{2(1 + \cos \theta_1)}, \\ p_{\mathbf{k}}^1 &\approx -\Omega^{-1}(\tau) H \lambda (1 + \cos \theta_1), \\ p_{\mathbf{k}}^i &\approx -\Omega^{-1}(\tau) H \lambda \omega^i, \quad i=2, \dots, d, \end{aligned} \quad 22$$

با یادآوری تعریف $|\gamma| = \sqrt{\lambda^2 + \lambda_m^2 - (d^2/4)}$ ، در حد میدان الکتریکی قوی $\lambda \gg \max(1, \lambda_m)$ می‌توان نوشت $|\gamma| \approx \lambda$ ، از این رو ضریب بوگولیووف 16 با عبارت تقریبی زیر داده می‌شود

معادله 16 نشان می‌دهد ضریب بوگولیووف $|\beta_{\mathbf{k}}|^2$ برای $k_x > 0$ و $k_x < 0$ غیر صفر است. برای محاسبه تانسور شبه کلاسیک انرژی-تکانه روی همه مقدارهای ممکن k_x انتگرال گرفته می‌شود؛ معادله 17 را در ادامه ببینید. چون رابطه شبه کلاسیک 15 و نتیجه‌های ما در این مقاله به علامت λ بستگی ندارند، برای سادگی λ را همواره مثبت در نظر می‌گیریم.

تانسور شبه کلاسیک انرژی-تکانه

در مرجع [9] تانسور شبه کلاسیک انرژی-تکانه ذرات شوینگر به صورت زیر تعریف شده است

$$T^{\mu\nu} = |g|^{-\frac{1}{2}} \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{p_{\mathbf{k}}^\mu p_{\mathbf{k}}^\nu}{p_{\mathbf{k}}^0} |\beta_{\mathbf{k}}|^2, \quad 17$$

به گونه‌ای که g دترمینان متریک است و از معادله 2 خوانده می‌شود و ضریب بوگولیووف $|\beta_{\mathbf{k}}|^2$ در معادله 16 داده شده است. در معادله 2 مختصات همدیس تخت فضا-زمان دوسویه، مؤلفه‌های بردار تکانه فیزیکی p^μ یک ذره شبه کلاسیک باردار هستند که در پتانسیل الکتریکی داده شده در معادله 4 حرکت می‌کند و با استفاده از جفت‌شدگی کمینه، به صورت زیر داده می‌شوند

$$\begin{aligned} p_{\mathbf{k}}^i &= \Omega^{-2}(\tau) \delta^{ij} (k_j + eA_j), \\ i &= 1, \dots, d, \\ p_{\mathbf{k}}^0 &= \Omega^{-1}(\tau) \sqrt{m^2 + \Omega^2(\tau) \delta_{ij} p_{\mathbf{k}}^i p_{\mathbf{k}}^j}. \end{aligned} \quad 18$$

در مرجع [9] تانسور معادله 17 در حد میدان اسکالر سنگین $\lambda_m \gg \max(1, \lambda)$ محاسبه شده و از آن برای مطالعه اثر پس‌زنی گرانشی تولید زوج استفاده شده است. در این مقاله، هدف اصلی ما این است که تانسور 17 را در حد میدان الکتریکی قوی $\lambda \gg \max(1, \lambda_m)$ محاسبه کرده و از آن برای مطالعه اثر پس‌زنی گرانشی تولید زوج استفاده کنیم. برای

معادله 26. در قلمرو میدان الکتریکی قوی مؤلفه‌های

تانسور شبه‌کلاسیک انرژی-تکانه به دست می‌آیند

$$T^{00} = \frac{C(4\pi\lambda)^{\frac{1}{4}}}{\Gamma\left(d - \frac{1}{2}\right)} M_{\frac{-1}{4}, \frac{d-3}{2}, \frac{3}{4}}(4\pi\lambda),$$

$$T^{11} = \frac{Cd(4\pi\lambda)^{\frac{-1}{4}}}{2\Gamma\left(d + \frac{1}{2}\right)} M_{\frac{-3}{4}, \frac{d-1}{2}, \frac{1}{4}}(4\pi\lambda),$$

$$T^{0i} = \frac{C\Gamma\left(\frac{d+1}{2}\right)}{\Gamma(d)\Gamma\left(\frac{d}{2}\right)} M_{\frac{-1}{2}, \frac{d-1}{2}}(4\pi\lambda),$$

$$T^{ij} = \delta^{ij} \frac{C(4\pi\lambda)^{\frac{-1}{4}}}{2\Gamma\left(d + \frac{1}{2}\right)} M_{\frac{1}{4}, \frac{d-1}{4}}(4\pi\lambda),$$

$$T^{0i} = 0, \quad i = 2, \dots, d,$$

$$C = \Omega^{-2}(\tau) \frac{H^D \lambda^{\frac{d+1}{2}} e^{-2\pi\lambda}}{(2\pi)^d d \sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{d}{2}\right). \quad 27$$

با استفاده از روابط بازگشتی [26] توابع ویتاکر می‌توان نشان داد رد تانسور داده شده در معادله 27 صفر می‌شود

$$T = g_{\mu\nu} T^{\mu\nu} = 0, \quad 28$$

این خاصیت، سازگار است با این واقعیت که رد تانسور انرژی-تکانه یک شماره کامل با معادله حالت تابش صفر است. برای ساده‌تر استخراج کردن نتیجه‌های فیزیکی، رفتار مؤلفه‌های تانسور معادله 27 را در قلمرو حدی $\lambda \rightarrow \infty$ جستجو می‌کنیم. در حد $\lambda \rightarrow \infty$ جمله‌های پیشیناز¹ مؤلفه‌های غیرصفر تانسور 27 به صورت زیر داده داده می‌شوند

$$T^{00} \simeq T^{11} \simeq T^{01} \simeq \frac{\Omega^{-2}(\tau) 2 |eE|^{\frac{1+D}{2}}}{(2\pi)^{D-1} (D-1) H^2},$$

$$T^{ij} \simeq \delta^{ij} \Omega^{-2}(\tau) \frac{|eE|^{\frac{D}{2}}}{2(2\pi)^D (D-1)}, \quad 29$$

$$i = 2, \dots, d,$$

$$|\beta_k|^2 \simeq \exp[2\pi\lambda(\cos(\theta_1) - 1)]. \quad 23$$

با در نظر گرفتن مختصات قطبی کروی 20، عنصر

دیفرانسیلی انتگرال‌گیری به صورت زیر نوشته می‌شود

$$d^d k = d\Sigma_{d-1} k^{d-1} dk,$$

$$d\Sigma_{d-1} = (\sin \theta_1)^{d-2} \dots \sin \theta_{d-2} \times d\theta_1 \dots d\theta_{d-1}, \quad 24$$

به گونه‌ای که $d\Sigma_{d-1}$ عنصر سطح یک کره $d-1$

بعدی است. اکنون با جای‌گذاری معادله 24 در معادله 17

خواهیم داشت

$$T^{\mu\nu} = \frac{\Omega^{-D}(\tau)}{(2\pi)^d} \int d\Sigma_{d-1} |\beta_k|^2 \frac{P_k^\mu P_k^\nu}{P_k^0} \times \int_0^\infty k^{d-1} dk. \quad 25$$

انتگرال k در سمت راست معادله 25 آشکارا واگرا

است، زیرا همه ذرات تولید شده از زمان بینهایت

گذشته تا بینهایت آینده را به حساب می‌آورد. اما تعداد

ذرات تولید شده در یکای حجم، یکای زمان متناهی

است [7-9]. بنابر شرایط بی‌دررو، در قلمرو میدان

الکتریکی قوی، می‌دانیم که زمان خلق یک ذره با تکانه

k با معادله 15 داده می‌شود، به گونه‌ای که در معادله 15

$\rho = \lambda$ در نظر گرفته می‌شود. ما برای محاسبه مقداری

متناهی برای انتگرال 25 از روشی مشابه [7-9] استفاده

می‌کنیم: از معادله 15 برای تبدیل انتگرال تکانه k به

یک انتگرال زمان τ استفاده می‌کنیم. سپس به دست

می‌آوریم

$$\int_0^{k_{\max}} k^{d-1} dk = \lambda^d H^{d+1} \int_{-\infty}^{\tau} \Omega^{d+1}(\tau') d\tau',$$

$$= \frac{\lambda^d H^d}{d} \Omega^d(\tau), \quad 26$$

به گونه‌ای که d نشان دهنده تعداد بُعدهای مکانی فضا-

زمان دوسویه $D=1+d$ بعدی است. سرانجام با

جاگذاری عبارت‌های صریح 22-24 و استفاده از

¹ Leading

ما در این مقاله شرایطی را در نظر می‌گیریم که چگالی انرژی میدان الکتریکی که متناسب با E^2 است بسیار کوچک‌تر از چگالی انرژی خلأ $H^2 M_p^2$ باشد که در آن جرم پلانک است. در این شرایط می‌توان فرض کرد که در اثر تولید زوج شکل معادله انیشتین تغییر نکند. به دیگر سخن، فرض می‌کنیم پس‌زنی تولید زوج تنها به یک ثابت کیهانشناسی مؤثر Λ_{eff} در معادله انیشتین برای فضا-زمان دوسویه با پارامتر هابل وابسته به زمان بیانجامد. از این‌رو، معادله انیشتین را به صورت زیر می‌توان نوشت

$$R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g^{\mu\nu} + \Lambda_{\text{eff}} g^{\mu\nu} = -8\pi G_D T^{\mu\nu}, \quad 31$$

به‌گونه‌ای که تانسور انرژی-تکانه در معادله 29 داده شده است و $G_D = H^{4-D} M_p^{-2}$ ثابت گرانش نیوتون در dS_D است. برای تحلیل پس‌زنی گرانشی پارامتر هابل وابسته به‌زمان را به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$H(\tau) = \Omega^{-2}(\tau) \frac{d\Omega(\tau)}{d\tau}. \quad 32$$

با در نظر گرفتن متریک فضا-زمان به صورت داده شده در معادله 2 می‌توان نشان داد که تانسور ریچی و خمش اسکالر برحسب $H(\tau)$ ، به صورت زیر داده می‌شوند

$$\begin{aligned} R_{00} &= (D-1) \left(H^2(\tau) + \Omega^{-1} \dot{H}(\tau) \right) \\ &\quad \times \Omega^2(\tau), \\ R_{ij} &= - \left((D-1) H^2(\tau) + \Omega^{-1} \dot{H}(\tau) \right) \\ &\quad \times \Omega^2(\tau) \delta_{ij}, \\ R_{0i} &= 0, \quad i = 1, \dots, d, \\ R &= (D-1) \left(D H^2(\tau) + 2 \Omega^{-1} \dot{H}(\tau) \right). \end{aligned} \quad 33$$

اکنون با استفاده از معادله‌های 28 و 33 به سادگی می‌توان نشان داد که رد معادله 31 به نتیجه زیر می‌انجامد

$$\Lambda_{\text{eff}} = \left(\frac{D-2}{2D} \right) R. \quad 34$$

معادله انیشتین شامل جمله T^{00} را به صورت زیر می‌توان نوشت

به‌گونه‌ای که از تعریف $\lambda = |eE|/H^2$ استفاده کرده‌ایم. در قلمرو میدان الکتریکی قوی، چگالی تعداد زوج‌های خلق شده [9]:

$$n = \frac{|eE|^{\frac{D}{2}}}{(2\pi)^{D-1} (D-1) H}, \quad 30$$

به دست آمده است. مقایسه چگالی انرژی زوج‌های خلق شده که با T^{00} در رابطه 29 و چگالی تعداد آنها در رابطه 30 نشان می‌دهد که انرژی متوسط هر زوج برابر است با $2|eE|/H$ ، که مقدار انرژی پتانسیل الکتریکی یک زوج ذره با بار e است که در میدان الکتریکی خارجی E مسافت افق هابل H^{-1} را می‌پیمایند.

اثر پس‌زنی گرانشی

هدف ما در این بخش ارائه یک بحث کوتاه درباره اثر پس‌زنی گرانشی زوج‌های اسکالر شوینگر است که در بخش پیشین تانسور شبه کلاسیک انرژی-تکانه آنها را محاسبه کردیم. برای این منظور، روش [9] را پیش می‌گیریم. یک روش دقیق‌تر مطالعه اثر پس‌زنی تولید زوج روی میدان گرانشی این است که دوره زمانی تولید زوج را به بازه‌های به اندازه کافی کوچک‌تر تقسیم کنیم. در پایان هر بازه زمانی تانسور انرژی-تکانه زوج‌های خلق شده را محاسبه کنیم و با استفاده از آن معادله انیشتین را حل کرده و میدان گرانشی تصحیح شده را بیابیم. برای بازه زمانی بعدی این میدان گرانشی تصحیح شده را به صورت فضا-زمان زمینه در نظر بگیریم و توابع مد تصحیح شده را به دست بیاوریم و با استفاده از آنها تانسور تصحیح شده انرژی-تکانه را محاسبه کنیم و این فرآیند را تا پایان دوره تولید زوج تکرار کنیم. این شیوه دقیق‌تر مطالعه اثر تولید زوج روی میدان گرانشی، هدف پژوهش ما در این مقاله نیست.

نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک میدان اسکالر جرم‌دار و باردار در یک میدان الکتریکی قوی زمینه در فضا-زمان دوسپته با بُعد دلخواه در نظر گرفته شد. با استفاده از ضریب‌های بوگولیوبوف تانسور شبه‌کلاسیک انرژی-تکانه ذرات اسکالر شوینگر تولید شده در قلمرو میدان الکتریکی قوی، محاسبه شد. در حد $\lambda \rightarrow \infty$ ، تانسور شبه‌کلاسیک انرژی-تکانه با توان مناسبی که به بُعد فضا-زمان بستگی دارد افزایش یافت. از تانسور شبه‌کلاسیک انرژی-تکانه برای مطالعه اثر پس‌زنی تولید زوج شوینگر در قلمرو میدان الکتریکی قوی استفاده شد. همچنین محاسبه شد تولید زوج شوینگر در قلمرو میدان الکتریکی قوی، به واپاشی ثابت هابل می‌انجامد. با انجام محاسبات نشان داده شد زمان واپاشی ثابت هابل با افزایش میدان الکتریکی به صورت توانی کاهش پیدا می‌کند و با افزایش میدان الکتریکی آهنگ تولید زوج افزایش پیدا می‌کند [7-9]. با افزایش آهنگ تولید زوج، در واقع آهنگ تبدیل انرژی گرانشی به ماده افزایش پیدا می‌کند. بنابراین انتظار داریم زمان واپاشی ثابت هابل کوتاه‌تر شود. مقایسه با مسأله هم‌ارز در قلمرو میدان اسکالر سنگین نشان می‌دهد [9] که در آن مورد با افزایش جرم میدان اسکالر چون آهنگ تولید زوج کمتر می‌شود، بنابراین زمان واپاشی ثابت هابل نیز به‌طور نمایی افزایش می‌یابد.

سپاس‌گزاری

احسان باورساد از حمایت این پژوهش توسط دانشگاه کاشان با شماره پژوهانه 317203/4 سپاس‌گزاری می‌کند.

مرجع‌ها

[1] J.S. Schwinger, On gauge invariance and vacuum polarization, *Physical Review* **82**, (1951) 664.

$$R^{00} - \frac{1}{2} R g^{00} + \Lambda_{\text{eff}} g^{00} = -8\pi G_D T^{00}, \quad 35$$

با جای‌گذاری معادله‌های ۲۹، ۳۳ و 34 در معادله 35 خواهیم داشت

$$\Omega^{-1}(\tau) \frac{dH}{d\tau} = - \frac{8DM_p^{-2} |eE|^{\frac{2+D}{2}}}{(2\pi)^{D-2} (D-1)^2 (D-2) H^{D-2}}. \quad 36$$

اگر متریک دوسپته معادله 2 را به شکل متریک یک جهان فریدمان-لومتر-رابرتسون-واکر با عامل مقیاس کیهان‌شناسی $a(t)$ بنویسیم

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) dx^2, \quad 37$$

آنگاه به سادگی می‌توان نشان داد که تحول زمانی پارامتر هابل بر حسب زمان ویژه t به صورت زیر داده می‌شود

$$\frac{dH}{dt} = \frac{-8DM_p^{-2} |eE|^{\frac{2+D}{2}}}{(2\pi)^{D-2} (D-1)^2 (D-2) H^{D-2}}. \quad 38$$

این نتیجه نشان می‌دهد که تولید زوج شوینگر به واپاشی ثابت هابل می‌انجامد. مشابه با مرجع [5] مقیاس زمان واپاشی ثابت هابل را به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$t_B = - \left(\frac{dH}{dt} \right)^{-1} H = \frac{(2\pi)^{D-2} (D-1)^2 (D-2) H^{D-1} M_p^2}{8D |eE|^{\frac{D+2}{2}}}. \quad 39$$

بنابراین، تولید زوج شوینگر در قلمرو میدان الکتریکی قوی، به واپاشی ثابت هابل می‌انجامد؛ به گونه‌ای که زمان واپاشی با افزایش میدان الکتریکی به صورت توانی کاهش پیدا می‌کند. به‌طور خاص برای مورد 1+3 بُعد زمان واپاشی ثابت هابل با افزایش میدان الکتریکی E به صورت E^{-3} کاهش می‌یابد.

- [16] S.A. Fulling, L. Parker, Renormalization in the theory of a quantized scalar field interacting with a robertson-walker spacetime, *Annals of Physics* **87** (1974) 176.
- [17] J.S. Dowker, R. Critchley, Effective Lagrangian and Energy-Momentum Tensor in de Sitter Space, *Physical Review D* **13** (1976) 3224.
- [18] S. Habib, C. Molina-Paris, E. Mottola, Energy-momentum tensor of particles created in an expanding universe, *Physical Review D* **61** (1999) 024010.
- [19] D. Lopez Nacir, F.D. Mazzitelli, Backreaction in trans-Planckian cosmology: Renormalization, trace anomaly and self-consistent solutions, *Physical Review D* **76** (2007) 024013.
- [20] A. Landete, J. Navarro-Salas, F. Torrenti, Adiabatic regularization and particle creation for spin one-half fields, *Physical Review D* **89** (2014) 044030.
- [21] A. Landete, J. Navarro-Salas, F. Torrenti, Adiabatic regularization for spin-1/2 fields, *Physical Review D* **88** (2013) 061501.
- [22] S. Ghosh, Creation of spin 1/2 particles and renormalization in FLRW spacetime, *Physical Review D* **91** (2015) 124075.
- [23] S. Ghosh, Spin 1/2 field and regularization in a de Sitter and radiation dominated universe, *Physical Review D* **93** (2016) 044032.
- [24] ز. سجادی‌نیا، تریس بازبهنجارشده تانسور انرژی-تکانه اسکالرهای شوینگر در فضا-زمان دوسویه 2-بعدی، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه کاشان، کاشان، ایران (1396).
- [24] Z. Sajadi Nia, *Renormalized trace of the energy-momentum tensor of the Schwinger scalars in 2D de Sitter spacetime*, Thesis for the Degree of Master of Science (MSc), University of Kashan, Kashan, Iran (2017).
- [25] م. مرتضی‌زاده، بررسی تریس تانسور انرژی-تکانه میدان اسکالر در حضور میدان الکتریکی زمینه در فضا-زمان دوسویه 3-بعدی، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه کاشان، کاشان، ایران (1396).
- [25] M. Mortezaazadeh, *Investigation of trace energy-momentum tensor of scalar field in presence of an electric field background in 3D de*
- [2] A. Di Piazza, C. Muller, K.Z. Hatsagortsyan, C.H. Keitel, Extremely high-intensity laser interactions with fundamental quantum systems, *Reviews of Modern Physics* **84** (2012) 1177.
- [3] R. Ruffini, G. Vereshchagin, S.S. Xue, Electron-positron pairs in physics and astrophysics: from heavy nuclei to black holes, *Physics Reports* **487** (2010) 1.
- [4] R. Durrer, A. Neronov, Cosmological Magnetic Fields: Their Generation, Evolution and Observation, *The Astronomy and Astrophysics Review* **21** (2013) 62.
- [5] E. Mottola, Particle Creation in de Sitter Space, *Physical Review D* **31** (1985) 754.
- [6] J. Martin, Inflationary perturbations: The Cosmological Schwinger effect, *Lecture Notes in Physics* **738** (2008) 193.
- [7] M.B. Fröb, J. Garriga, S. Kanno, M. Sasaki, J. Soda, T. Tanaka and A. Vilenkin, Schwinger effect in de Sitter space, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* **04** (2014) 009.
- [8] T. Kobayashi, N. Afshordi, Schwinger Effect in 4D de Sitter Space and Constraints on Magnetogenesis in the Early Universe, *Journal of High Energy Physics* **10** (2014) 166.
- [9] E. Bavarsad, C. Stahl and S.S. Xue, Scalar current of created pairs by Schwinger mechanism in de Sitter spacetime, *Physical Review D* **94** (2016) 104011.
- [10] C. Stahl, E. Strobel, S.S. Xue, Fermionic current and Schwinger effect in de Sitter spacetime, *Physical Review D* **93** (2016) 025004.
- [11] T. Hayashinaka, T. Fujita, J. Yokoyama, Fermionic Schwinger effect and induced current in de Sitter space, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* **07** (2016) 010.
- [12] C. Stahl and S.S. Xue, Schwinger effect and backreaction in de Sitter spacetime, *Physics Letters B* **760** (2016) 288.
- [13] T. Markkanen, A. Rajantie, Massive scalar field evolution in de Sitter, *Journal of High Energy Physics* **01** (2017) 133.
- [14] T. Markkanen, De Sitter Stability and Coarse Graining, *The European Physical Journal C* **78** (2018) 97.
- [15] L. Parker, S.A. Fulling, Adiabatic regularization of the energy-momentum tensor of a quantized field in homogeneous spaces, *Physical Review D* **9** (1974) 341.

Sitter spacetime, Thesis for the Degree of Master of Science (MSc), University of Kashan, Kashan, Iran (2017).

[26] F.W.J. Olver, D.W. Lozier, R.F. Boisvert, C.W. Clark, *NIST Handbook of Mathematical Functions*, Cambridge University Press, Cambridge (2010).

Gravitational backreaction effect of Schwinger pair production in a strong electric field in de Sitter spacetime

Ehsan Bavarsad*, Narbeh Margosian

Department of Physics, University of Kashan, Kashan, Iran

Received: 04.09.2017 Final revised: 30.12.2017 Accepted: 27.01.2018

Abstract

In this paper, a massive charged scalar field in a uniform strong electric field background in a de Sitter spacetime of arbitrary dimension has been considered. Using Bogoliubov coefficients, we obtain the semiclassical energy-momentum tensor of the Schwinger pairs in the strong electric field limit. We have shown that the trace of the semiclassical energy-momentum tensor vanishes. We have found that the nonvanishing components of the semiclassical energy-momentum tensor increase by a power of the electric field. Our results of the semiclassical energy-momentum tensor would be important for discussing the gravitational backreaction effect of the Schwinger pair production. We have shown that the Hubble constant decays and the time scale of the decay decreases by a power of the electric field.

Keywords: Scalar field, de Sitter spacetime, Schwinger effect, Semiclassical energy-momentum tensor, Gravitational backreaction

*Corresponding Author: bavarsad@kashanu.ac.ir