

## رفتار ابرناهمخوانی کوآنتومی در مدل هایزنبرگ دو کیوبیتی با اثرات

### ناهمدوسی

فروزان میرمسعودی\*، صدیف احدپور

گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه محقق اردبیلی، اردبیل، ایران

دریافت: 1396/02/26 ویرایش نهائی: 1396/11/07 پذیرش: 1397/02/17

#### چکیده

یکی از مفاهیم کلیدی در نظریه اطلاعات کوآنتومی و محاسبات کوآنتومی مطالعه همبستگی‌های کوآنتومی است. اثر ناهمدوسی و اتلافی محیط بر روی میزان همبستگی‌های کوآنتومی بسیار مهم بوده است. در این مقاله دینامیک ابرناهمخوانی کوآنتومی مدل هایزنبرگ XYZ که دارای برهم‌کنش ژیاوسینکی-موریا است، تحت تأثیر ناهمدوسی محیط با در نظر گرفتن معادله لیندبلاد مطالعه می‌کنیم. حالت اولیه سیستم را حالت معروف ورنر دو کیوبیتی در نظر می‌گیریم. با محاسبه تحول زمانی سیستم، با کمک ناهمخوانی کوآنتومی و ابرناهمخوانی کوآنتومی و کانکرنس تأثیر حالت اولیه سیستم بر روی دینامیک تحول سیستم مورد بررسی قرار می‌دهیم و نتایج را با یکدیگر مقایسه می‌کنیم. نتیجه قابل توجه این است که برای موردی که حالت اولیه سیستم حالت بل می‌باشد، با وجود نابودی ابرناهمخوانی کوآنتومی و ناهمخوانی کوآنتومی، درهم‌تنیدگی در سیستم از بیشترین مقدار یک به حداقل مقدار صفر تغییر می‌یابد. این مغایر با نتایج اخیر که همبستگی‌های کوآنتومی همواره بزرگتر از درهم‌تنیدگی هستند، مغایر می‌باشد. اثر جفت شدگی بین سیستم و محیط بر ابرناهمخوانی کوآنتومی بر اساس پارامترهای برهم‌کنشی مورد بررسی قرار می‌دهیم. نتایج نشان می‌دهد بزرگی برهم‌کنش ژیاوسینکی-موریا که بیانگر برهم‌کنش اسپین-مدار است، نقش به‌سزایی در میزان ابرناهمخوانی کوآنتومی می‌تواند داشته باشد.

**کلیدواژگان:** همبستگی‌های کوآنتومی، ابرناهمخوانی کوآنتومی، ناهمخوانی کوآنتومی، معادله لیندبلاد، مدل هایزنبرگ، کانکرنس، برهم‌کنش ژیاوسینکی-موریا

#### مقدمه

در سال‌های اخیر بسیار مورد توجه قرار گرفته است. کانکرنس یکی از ابزارهای معروف برای محاسبه مقدار درهم‌تنیدگی می‌باشد. این ابزار در واقع مربوط به اندازه‌گیری حالت‌های دویخشی هستند. در سال‌های اخیر گفته شده است که همبستگی‌های کوآنتومی نمی‌توانند تنها محدود به درهم‌تنیدگی باشند، زیرا حالت‌های مخلوط جداپذیر می‌توانند همبستگی کوآنتومی داشته باشند، به عبارتی دیگر جداپذیری لزوماً به معنای عدم اثرات کوآنتومی نیست. نتایج نشان داده

رفتار جمعی در سیستم‌های بس‌ذره‌ای کوآنتومی مربوط به همبستگی کوآنتومی و کلاسیکی میان اجزای تشکیل دهنده این سیستم‌ها می‌باشد. همبستگی‌های کوآنتومی یا همان درهم‌تنیدگی را نمی‌توان با رهیافت معمول در فیزیک کلاسیک اندازه‌گیری کرد. درهم‌تنیدگی یکی از مسایل حیاتی در اطلاعات کوآنتومی و ارتباطات کوآنتومی محسوب می‌شود. موضوع ابزاری برای اندازه‌گیری مقدار درهم‌تنیدگی،

\* نویسنده مسئول: fmirmasoudi@uma.ac.ir

این مقاله ما اثر اندازه‌گیری‌های ضعیف را بر روی اسپین‌های کوپل شده بررسی خواهیم کرد. از جمله سیستم‌های مورد علاقه جهت بررسی همبستگی‌های کوآنتومی می‌توان به زنجیره اسپینی اشاره نمود [6]. ساده‌ترین زنجیره اسپینی، زنجیره هایزنبگ است، که برای ساخت کامپیوترهای کوآنتومی و نقاط کوآنتومی استفاده می‌شوند. در این مقاله با در نظر گرفتن مدل هایزنبگ  $XZ$  دو کیوبیتی در حضور میدان مغناطیسی در راستای  $Z$  و برهم‌کنش ژیلوشنسکی-موریا یکنواخت، با در نظر گرفتن ناهمدوسی محیط بر سیستم به مطالعه همبستگی‌های کوآنتومی می‌پردازیم. از آنجا که سیستم مورد نظر ما یک سیستم باز کوآنتومی است و با محیط اطراف خود برهم‌کنش دارد و تحت ناهمدوسی سیستم است، برای محاسبه ماتریس چگالی تحول یافته سیستم از معادله لیندبلاد استفاده می‌کنیم. پس همبستگی کوآنتومی بین دو اسپین در یک زنجیره اسپینی به دلیل برهم‌کنش بین سیستم و محیط در طی تحول سیستم دستخوش تغییر خواهد شد، به همین دلیل ما علاقمندیم در این مدل به محاسبه همبستگی‌های کوآنتومی بپردازیم. نتایج به دست آمده از مقایسه همبستگی‌های کوآنتومی از جمله کانکرنس، ناهمخوانی کوآنتومی و ابرناهمخوانی کوآنتومی رفتاری متضاد با نتایج به دست آمده در کارهای اخیر را نشان می‌دهد. لازم به ذکر است در مرجع [6] مقایسه بین کانکرنس و ناهمخوانی کوآنتومی نیز گواه همین مطلب است.

شده است که همبستگی‌های کوآنتومی از جمله ناهمخوانی کوآنتومی<sup>1</sup> و ابرناهمخوانی کوآنتومی<sup>2</sup> کامل‌تر از کانکرنس است. ناهمخوانی کوآنتومی یک خاصیت کوآنتومی است که بر اساس آنتروپی فون نویمن تعریف می‌شود و اولین بار توسط اولیور و زورک در سال 2001 معرفی شد [1]. ناهمخوانی کوآنتومی، یک اندازه‌گیری متفاوت بین نسخه‌های اطلاعات متقابل کوآنتومی و کلاسیکی بین دو عبارت می‌دهد، که در تعیین و کاربرد همبستگی‌های کوآنتومی در حالت مخلوط بسیار مفید است. زیرا حالت‌های مخلوط همبستگی‌هایی دارند که همبستگی‌های کلاسیکی‌شان نهان هستند. در سال‌های اخیر دیده شده است در سیستم‌های اتلافی استفاده از ناهمخوانی کوآنتومی می‌تواند منجر به تسریع در تبادل و انتقال اطلاعات کوآنتومی شود. ناهمخوانی کوآنتومی براساس اندازه‌گیری‌های قوی (عملگرهای تصویری<sup>3</sup>) بیان می‌شود. اندازه‌گیری یک حالت کوآنتومی دلخواه براساس عملگرهای تصویری منجر به از دست دادن همدوسی می‌شود. در حالی که اگر اندازه‌گیری به‌آرامی صورت گیرد همدوسی سیستم را حین اندازه‌گیری حفظ می‌کند. اندازه‌گیری ضعیف<sup>4</sup> می‌تواند در حفظ همبستگی کوآنتومی بسیار مؤثر باشد. اخیراً نشان داده شده است که اندازه‌گیری‌های ضعیف بر روی یکی از زیر سیستم‌های کوآنتومی منجر به یک خاصیت کوآنتومی جدیدی به نام ابرناهمخوانی<sup>5</sup> می‌شود که همیشه بزرگتر از ناهمخوانی کوآنتومی است [5-2]. در

<sup>4</sup> weak measurements<sup>5</sup> Super discord<sup>1</sup> Quantum discord<sup>2</sup> Super quantum discord<sup>3</sup> positive operator

## توصیف مدل

هامیلتونین مدل هایزنبرگ  $XYZ$  دو کیوبیتی در حضور میدان مغناطیسی در راستای  $z$  و تحت برهم‌کنش ژیاوشنسکی-موریا یکنواخت و در راستای محور  $Z$  در نظر می‌گیریم [4]:

$$H = B(S_1^z + S_2^z) + J(S_1^+ S_1^- + S_1^- S_1^+) + \frac{J_z}{2} \sigma_1^z \sigma_1^z + \frac{D}{2} (\sigma_1^x \sigma_2^y - \sigma_1^y \sigma_2^x) \quad 1$$

$J$  و  $J_z$  ضرایب حقیقی، برای مواد آنتی فرومغناطیس  $J > 0$  و مواد فرومغناطیس  $J < 0$  است.  $\sigma_n^\alpha$  ماتریس‌های پاؤلی که روی اسپین  $n$  اثر می‌کنند و از رابطه  $S_n^\alpha = \frac{1}{2} \sigma_n^\alpha$  ( $\alpha = x, y, z$ ) پیروی می‌کنند. پارامتر  $D$  بیانگر برهم‌کنش ژیاوشنسکی-موریا و  $B$  میدان مغناطیسی است. شرایط مرزی سیستم را پررودیک یعنی  $S_{n+1} = S_1$  در نظر می‌گیریم. سوالی که در اینجا به دنبال جواب آن هستیم این است که اگر یک حالت اولیه سیستم را حالت معروف ورنر در نظر بگیریم، در زمان‌های بعدی شانس درهم‌تنیده بودن و رفتار همبستگی کوآنتومی چگونه خواهد بود؟

در سامانه‌های باز کوآنتومی، تبادل اطلاعات بین محیط و سامانه گریز ناپذیر است، که این مسئله منجر به ناهمدوسی سیستم می‌شود. همبستگی‌های موجود بین زیر سامانه‌های مورد مطالعه، تحت تحول، تغییر کرده و رفتار متفاوتی نشان می‌دهند. بنابراین مطالعه اثرات ناهمدوسی در محاسبات کوآنتومی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. در مرجع [7-9] برای سیستم‌های باز

کوآنتومی با تعمیمی از معادله شرودینگر، تحول زمانی ماتریس چگالی از معادله زیر به دست می‌آید:

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{\gamma} \{ \exp[-i\gamma H] \rho(t) \exp[i\gamma H] - \rho(t) \} \quad 2$$

$\gamma$  بیانگر نرخ ناهمدوسی محیط است. در ادامه، به منظور مطالعه اثرات ناهمدوسی محیط در تحول زمانی سیستم از معادله مستر کمک می‌گیریم، معادله مستر بیانگر ناهمدوسی محیط تحت تقریب مارکوفی بودن سیستم است و با در نظر گرفتن تقریب مارکوف معادله بالا منجر به رابطه زیر می‌شود:

$$\frac{d\rho}{dt} = -i[H, \rho(t)] - \frac{\gamma}{2} [H, [H, \rho(t)]] \quad 3$$

و [1] بیانگر رابطه جابه‌جایی است. جواب معادله را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\rho(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\gamma t)^k}{k!} M^k(t) \rho(0) M^{\dagger k}(t) \quad 4$$

$\rho(0)$  ماتریس چگالی اولیه و  $M^k(t)$  برابر با:

$$M^k = H^k \exp(-iHt) \exp(-\frac{\gamma t}{2} H^2) \quad 5$$

پس با در نظر گرفتن یک حالت اولیه دلخواه برای سیستم می‌توان با به کارگیری معادله مستر ماتریس چگالی تحول یافته را به دست آورد. با وارد کردن رابطه کاملیت  $\sum_n |\phi_n\rangle\langle\phi_n|$  در رابطه 4 ماتریس چگالی تحول یافته به صورت زیر خواهد بود:

6

$$y = \frac{r}{2} e^{-\gamma t} \frac{4D \cos\left(\frac{t\alpha}{2}\right) + iJ}{4D + iJ},$$

$$v = 1 + y - e^{-\gamma t}.$$

که  $\alpha = \sqrt{16\alpha^2 + j^2}$  است. این ماتریس چگالی به فرم  $X$  است. در بخش بعدی ابرناهمخوانی کوآنتومی را مورد بررسی قرار می‌دهیم. می‌خواهیم اثرات ناهمدوسی محیط را در این مدل به کمک ابرناهمخوانی کوآنتومی محاسبه کنیم و آنرا با ناهمخوانی کوآنتومی و کانکرنس مقایسه کنیم. بدین منظور به توصیف اجمالی همبستگی‌های کوآنتومی می‌پردازیم.

### همبستگی‌های کوآنتومی

برای اندازه‌گیری درهم‌تنیدگی بین دو کیوبیت از تابع کانکرنس استفاده می‌کنیم، که با رابطه زیر تعریف می‌شود [10]:

$$C(\rho) = \max(0, \sqrt{\lambda_1} - \sqrt{\lambda_2} - \sqrt{\lambda_3} - \sqrt{\lambda_4}) \quad 8$$

که در آن  $\lambda_i$  ویژه‌مقادیر مرتب شده نزولی ماتریس اسپین وارون  $R$  هستند:

$$R = \rho(\sigma_y \otimes \sigma_y) \rho^*(\sigma_y \otimes \sigma_y) \quad 9$$

$\rho$  مزدوج مختلط ماتریس چگالی سیستم دو کیوبیتی در پایه‌های  $|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle$  و  $\sigma_y$  ماتریس پائولی است. برای حالت‌های جداپذیر  $C=0$ ، برای حالتی با بیشترین مقدار درهم‌تنیدگی  $C=1$  است. به این ترتیب با استفاده از معادله 7 کانکرنس به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\max[0, -2\sqrt{wL}, 2(y - \sqrt{uv})] \quad 10$$

$$\rho(t) = \sum_{m,n} \exp\left[-\frac{\gamma t}{2}(E_m - E_n)^2 - it(E_m - E_n)\right] \times \langle \phi_m | \rho(0) | \phi_n \rangle | \phi_m \rangle \langle \phi_n |$$

$| \phi_m \rangle$  و  $E_m$  ( $m, n = 1, 2, 3, 4$ ) به ترتیب ویژه بردارها و ویژه‌مقدارهای مربوط به معادله 1 می‌باشند. حال با محاسبه ویژه‌مقادیر و ویژه‌بردارها و فرض اینکه حالت اولیه یک حالت دو کیوبیتی معروف ورنر است. به محاسبه ماتریس چگالی تحول یافته می‌پردازیم.

$$\text{حالت ورنر } \rho = r | \varphi^+ \rangle \langle \varphi^+ | + \left(\frac{1-r}{4}\right) \mathbf{I}$$

$$| \varphi^+ \rangle = \frac{|01\rangle + |10\rangle}{\sqrt{2}}$$

حالت بل<sup>1</sup> و  $\mathbf{I}$  ماتریس واحد<sup>2</sup>

است، هنگامی که  $\frac{1}{3} < r \leq 1$  درهم‌تنیدگی دارد. به این ترتیب می‌توان عناصر ماتریس چگالی تحول یافته را به دست آورد:

$$\rho = \begin{pmatrix} u & 0 & 0 & 0 \\ 0 & w & y & 0 \\ 0 & y^* & L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & v \end{pmatrix} \quad 7$$

که

$$u = \frac{1-r}{4} e^{-2\gamma t},$$

$$L = \frac{1}{2} e^{-\gamma t} - u - \frac{2Dr}{\alpha} e^{-\gamma t} \sin\left(\frac{t\alpha}{2}\right),$$

$$W = \frac{1}{2} e^{-\gamma t} - y + \frac{2D r}{\alpha} e^{-\gamma t} \sin\left(\frac{t\alpha}{2}\right),$$

<sup>2</sup> Identity operator<sup>1</sup> Bell state

برای ماتریس‌های  $X$  فرم ناهمخوانی کوآنتومی به صورت تحلیلی حل شده است. در این مقاله با به کارگیری روش گفته شده در مرجع [10] به محاسبه ناهمخوانی کوآنتومی می‌پردازیم.

یکی دیگر از همبستگی‌های کوآنتومی که برحسب اندازه‌گیری‌های ضعیف تعریف می‌شود، ابرناهمخوانی کوآنتومی نامیده می‌شود [2]. عملگرهای اندازه‌گیری ضعیف به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$P(\pm x) = \sqrt{\frac{1 \mp \tanh x}{2}} \Pi_0 + \sqrt{\frac{1 \mp \tanh x}{2}} \Pi_1 \quad 12$$

که  $x$  شدت اندازه‌گیری ضعیف است.  $\Pi_0$  و  $\Pi_1$  پایه‌های اورتونرمال و از قاعده  $\Pi_0 + \Pi_1 = 1$  پیروی می‌کنند،  $\lim_{x \rightarrow \infty} P(-x) = \Pi_1$  و  $\lim_{x \rightarrow \infty} P(+x) = \Pi_0$  است. ابرناهمخوانی کوآنتومی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$SQD = S(\rho^B) - S(\rho^{AB}) + \min_{\{\Pi_j^B\}} S_W(A|P^B(x)) \quad 13$$

که  $S(\rho) = -\rho \ln(\rho)$  آنترپی فون نویمن و  $S(\rho^{AB})$  آنترپی توأم  $A$  و  $B$ ، آنترپی کاهش یافته بخش  $A$  و  $B$  است. آنترپی شرطی برحسب عملگرهای ضعیف تعریف می‌شود:

$$S_W(A|P^B(x)) = P(x)S(\rho_{A|P^B(x)}) + P(-x)S(\rho_{A|P^B(-x)}) \quad 14$$

و

$$P(\pm x) = \text{Tr}_{AB}[(I_A \otimes P^B(\pm x))\rho_{AB} \times (I_A \otimes P^B(\pm x))]$$

در نظریه اطلاعات کلاسیکی، برای سیستم‌های دو جزئی همبستگی کل به صورت اطلاعات متقابل به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$I(\rho^{AB}) = S(\rho^A) + S(\rho^B) - S(\rho^{AB}) \quad 11$$

که  $S(\rho) = -\rho \ln(\rho)$  آنترپی فون نویمن و  $S(\rho^{AB})$  آنترپی توأم  $A$  و  $B$ ،  $S(\rho^A)$  و  $S(\rho^B)$  آنترپی کاهش یافته بخش  $A$  و  $B$  است. همبستگی کلاسیکی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$C(\rho^{AB}) = S(\rho^A) - \min_{\{\Pi_k\}} \left( \sum_k p_k S(\rho_A^{(k)}) \right)$$

$\Pi_k = |k\rangle\langle k|$  ( $k = \pm$ ) عملگرهای تصویری متعامد هستند که روی زیرفضای  $B$  اثر می‌کند.  $|+\rangle$  و  $|-\rangle$  به عنوان بردارهای واحد روی کره بلاخ هستند. بردارهای پایه  $|+\rangle = \cos\theta|1\rangle + e^{i\varphi}\sin\theta|0\rangle$  و  $|-\rangle = e^{-i\varphi}\sin\theta|1\rangle - \cos\theta|0\rangle$  با  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$  و  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$  هستند. ماتریس چگالی کاهش یافته زیر سامانه  $A$  برای  $k$  امین خروجی حالت بعد از اندازه‌گیری، برابر است با:

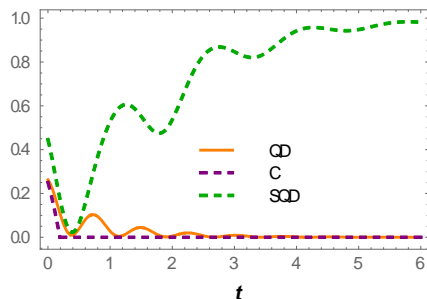
$$\rho_A^{(k)} = \frac{\text{Tr}_B[(I_A \otimes \Pi_k)\rho_{AB}(I_A \otimes \Pi_k)]}{p_k}$$

که در آن  $p_k = \text{Tr}_{AB}[(I_A \otimes \Pi_k)\rho_{AB}(I_A \otimes \Pi_k)]$  است. ناهمخوانی کوآنتومی را به صورت اختلاف همبستگی‌های کلاسیکی و کل تعریف می‌شود:

$$QD = I(\rho) - C(\rho)$$

و

این مورد کانکرنس خیلی سریع تر از ناهمخوانی کوآنتومی از بین می رود. از شکل به وضوح دیده می شود تغییرات ابرناهمخوانی کوآنتومی در ابتدا همانند ناهمخوانی کوآنتومی بوده اما با گذر زمان با وجود عدم کانکرنس و ناهمخوانی کوآنتومی مقدار آن نه تنها حفظ شده بلکه سیر افزایشی نیز دارد. در تمام لحظات مقدار ابرناهمخوانی کوآنتومی همواره بزرگتر از مقدار کانکرنس و ناهمخوانی کوآنتومی است و ناهمخوانی کوآنتومی همواره مقدار بزرگتری از کانکرنس دارد.



شکل 1. رفتار ابرناهمخوانی کوآنتومی، ناهمخوانی کوآنتومی و کانکرنس برحسب زمان برای

$$J=1, \gamma=1, D=2, X=0.1, r=0.5$$

شکل 2 برای موردی با حالت اولیه درهم تنیده  $r=0.75$  رسم شده است. از مقایسه شکل های 1 و 2 در می یابیم تغییر رفتار همبستگی های کوآنتومی و کانکرنس همانند یکدیگر است. اما با این تفاوت که با افزایش  $r$  میزان آنها افزایش و تغییراتشان تسریع یافته است. در لحظه  $t=0$  بیشترین مقدار ابرناهمخوانی کوآنتومی و مقدار کانکرنس کمی بیشتر از ناهمخوانی کوآنتومی است.

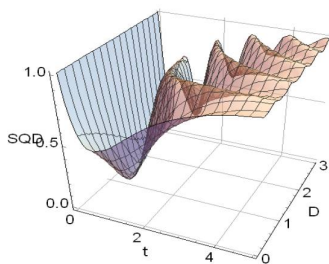
$$\rho_{A|P^B}(\pm x) = \frac{\text{Tr}_B[(I_A \otimes P^B(\pm x))\rho_{AB}(I_A \otimes P^B(\pm x))]}{P(\pm x)}$$

در ادامه با استفاده از روش های به کار رفته در [11-12]، به محاسبه ابرناهمخوانی کوآنتومی در این مدل می پردازیم. ماتریس چگالی 7 نشان می دهد میزان همبستگی کوآنتومی و درهم تنیدگی مستقل از بزرگی میدان مغناطیسی و  $J_z$  می باشد، بنابراین مقدار آنها تأثیری در همبستگی های کوآنتومی و کانکرنس نخواهند داشت. در شکل 1 و 2 و 3 تغییرات همبستگی های کوآنتومی برحسب زمان به ازای  $r$  مختلف برای  $X=0.4, J=1, \gamma=1, D=2$  نشان داده شده است. شکل ها نشان می دهد همبستگی های کوآنتومی و درهم تنیدگی رفتاری نوسانی نسبت به زمان دارد، یعنی مرگ و تولد آنها به صورت نوسانی است. با افزایش  $r$  برای  $r \neq 1$  میزان همبستگی های کوآنتومی و درهم تنیدگی افزایش می یابد و با گذشت زمان با وجود نابودی درهم تنیدگی کوآنتومی و ناهمخوانی کوآنتومی، ابرناهمخوانی کوآنتومی حفظ شده است. به طوری که به ازای  $r=1$  رفتار کاملاً متفاوتی را نشان می دهد.

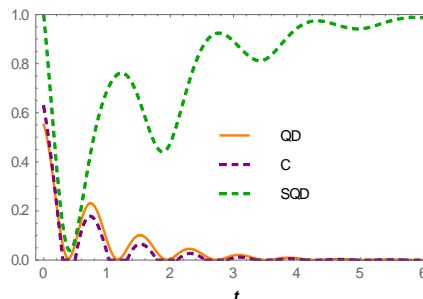
با توجه به شکل 1 وجود ناهمدوسی محیط بر سیستم باعث ایجاد درهم تنیدگی برای حالت اولیه غیردرهم تنیده به ازای  $r=0.5$  شده است. به طوری که تغییرات درهم تنیدگی همراه با افت ناگهانی است. در این مورد رفتار ناهمخوانی کوآنتومی نوسانات میرا و افت ناگهانی و احیا را نشان می دهد. به عبارتی دیگر، در

برای دیدن رفتار همبستگی کوآنتومی نسبت به بزرگی ژیاوشنسکی-موریا، ابرناهمخوانی کوآنتومی را برحسب ژیاوشنسکی-موریا و زمان به‌ازای  $X = 0.1, r = 0.75, J = 1, \gamma = 1$  در شکل 4 رسم شده است. از شکل ملاحظه می‌شود ابرناهمخوانی کوآنتومی رفتاری نوسانی نسبت به زمان دارد. به‌طوری‌که به‌ازای یک  $D$  معین با افزایش زمان، دامنه نوسان افزایش یافته و در نهایت به مقدار بیشینه خود می‌رسد. همچنین با گذشت زمان با افزایش  $D$  مقدار ابرناهمخوانی کوآنتومی تغییر محسوسی نمی‌کند. پس می‌توان گفت مقدار  $D$  در میزان همبستگی کوآنتومی تأثیری ندارد.

در ادامه اثر پارامتر  $J$  را بر میزان همبستگی کوآنتومی با گذشت زمان بررسی می‌کنیم. شکل 5 بیانگر تأثیر  $J$  بر میزان ابرناهمخوانی کوآنتومی است. رفتار ابرناهمخوانی کوآنتومی برحسب زمان نوسانی بوده و با گذشت زمان به‌ازای یک  $J$  معین مقدار آن افزایش و به حداکثر مقدار خود می‌رسد. مقدار ابرناهمخوانی کوآنتومی به‌ازای  $J$  بزرگتر رخ می‌دهد.

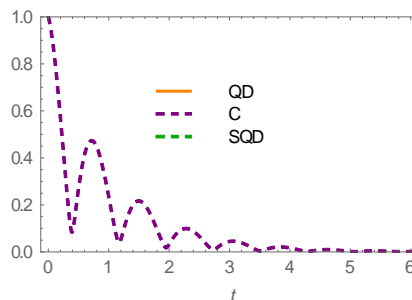


شکل 4. ابرناهمخوانی کوآنتومی برحسب زمان و ضریب ژیاوشنسکی-موریا برای  $J = 1, \gamma = 1, X = 0.1, r = 0.75$ .



شکل 2. رفتار ابرناهمخوانی کوآنتومی، ناهمخوانی کوآنتومی و کانکرنس برحسب زمان برای  $J = 1, \gamma = 1, D = 2, X = 0.1, r = 0.75$ .

اما نکته قابل توجه از شکل 3 این است که، به‌ازای  $r = 1$  یعنی وقتی حالت اولیه حالت بل و بیشترین مقدار درهم‌تنیدگی است، ابرناهمخوانی کوآنتومی و ناهمخوانی کوآنتومی از بین رفته است. هرچند در این مورد کانکرنس رفتاری نوسانی و میرا دارد و از مقدار بیشینه یک به حداقل مقدار صفر میل می‌کند. رفتار ناهمخوانی کوآنتومی همانند ابرناهمخوانی کوآنتومی است. این مدل نشان می‌دهد در مواردی با وجود حفظ شدن درهم‌تنیدگی، همبستگی کوآنتومی می‌تواند نابود شود. این نتیجه مخالف با نظریه‌ای است که همبستگی‌های کوآنتومی همواره بزرگتر از درهم‌تنیدگی هستند، می‌باشد.



شکل 3. رفتار ابرناهمخوانی کوآنتومی، ناهمخوانی کوآنتومی و تلافی برحسب زمان برای  $J = 1, \gamma = 1, D = 2, X = 0.1, r = 1$ .

88, (2001) 017901.

[2] N. Jing, B. Yu, Super Quantum Discord for X-type States, Super quantum discord for general two qubit X states, *Quantum Information Process* **16** (2017) 99.

[3] T. Li, T. Ma, Y. Wang S. Fei, Z. Wang, Super Quantum Discord for X-type States, *International Journal of Theoretical Physics* **54** (2015) 680–688.

[4] Y.S. Kim, J.C. Lee, O. Kwon, Y.H. Kim, Protecting entanglement from decoherence using weak measurement and quantum measurement reversal, *Nature Physics* **8** (2012) 117.

[5] M. Berta, M. Christandl, R. Colbeck, J.M. Renes and R. Renner, The uncertainty principle in the presence of quantum memory, *Nature Physics* **6** (2010) 659-662.

[6] Y.G. Hui<sup>1</sup>, Investigations of the Quantum Correlation in Two-Qubit Heisenberg XYZ Model with Decoherence; *International Journal of Theoretical Physics* (2016) 957–964.

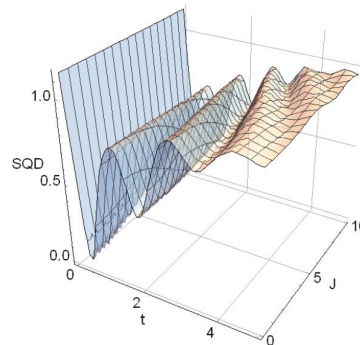
[7] G.J. Milburn, Intrinsic decoherence in quantum mechanics, *Physical Review A* **44**, (1991) 5401.

[8] H. Moya-Cessa, et al. Intrinsic decoherence in the atom-field interaction *Physical Review A* **48** (1993) 3900.

[9] J. Y. Hua, Dynamics of super-quantum discord and direct control with weak measurement in open quantum system, *Chinese Physics B* **12** (2015) 120302.

[10] M. Ali, A.P. Rau, G. Alber, Quantum discord for two-qubit X states, *Physical Review A* **81** (2010) 042105.

[11] Y. K. Wang, T. Ma, H. Fan, S.M. Fei, Z. Xi. Wang, Super quantum correlation and



شکل 5. ابرناهمخوانی کوآنتومی برحسب زمان و ضریب  $D$  برای  $J=1, \gamma=1, X=0.1, r=0.75$

## نتیجه گیری

در این مقاله اثر ناهمدوسی محیط بر روی مدل هایزنبرگ XYZ دو کیوبیتی در حضور میدان مغناطیسی در راستای Z و برهم کنش ژیاوشنسکی-موریا یکنواخت به کمک ابرناهمخوانی کوآنتومی مورد بررسی قرار گرفت. با در نظر گرفتن اینکه سیستم به طور اولیه در حالت ورتر دو کیوبیتی قرار دارد، نتایج نشان داد تغییر رفتار ابرناهمخوانی کوآنتومی، درهم تنیدگی و ناهمخوانی کوآنتومی تحت اثرات ناهمدوسی محیط بر سیستم عمل می کنند. در نواحی از سیستم با وجود داشتن درهم تنیدگی همبستگی های کوآنتومی نابود شده اند. در نواحی از حالت اولیه که درهم تنیدگی صفر است بعد از تحول درهم تنیدگی کوآنتومی ایجاد می شود. بنابراین این مدل گواه این است که همواره همبستگی های کوآنتومی از جمله ابرناهمخوانی کوآنتومی بزرگتر از کانکرنس نمی باشند.

## مرجع ها

[1] H. Ollivier, W.H. Zurek, Quantum discord: A measure of the quantumness of correlations, *Physical Review Letters*,



[12] U. Singh, A.K. Pati, Quantum discord with weak measurements, *Annals of Physics* **343** (2014) 141–152.

geometry for Bell-diagonal states with weak measurements, *Quantum Information Process* **13** (2014) 283–297.

# Super quantum discord behaviors in two-qubit Heisenberg XYZ model with intrinsic decoherence

Forouzan Mirmasoudi\*, Sodeif Ahadpour

Department of Physics, University of Mohaghegh Ardabili, Ardabil, Iran

Received: 16.05.2017    Final revised: 27.01.2018    Accepted: 07.05.2018

## Abstract

One of the key concepts in quantum information theory and quantum computing is the study of quantum correlations. Other factors aside, the effect of decoherence on the quantum correlations is very important. In this paper, *dynamics of super-quantum discord* in Heisenberg model with Dzyaloshinskii-Moriya interaction and the influence of environmental decoherence by taking Lyndblad equation will be studied. We consider Werner state as the initial state of the system. By calculating the time evolution of the system, we figure out the influence of mixture degree  $r$  on the dynamics such as super quantum discord, quantum discord and concurrence. A remarkable result is that when the initial state is Bell state the concurrence decay from 1 to a minimum value is close to 0 but the *super-quantum discord and quantum discord* vanish. This is contrary to recent results obtained. The effect of coupling between the quantum system and environment on *super-quantum discord* was investigated based on interaction parameters. The results showed that the magnitude of Dzyaloshinskii-Moriya interaction that represents the interaction of spin-orbit interaction has played a significant role in the amount of super quantum discord.

**Keywords:** Quantum correlations, Super *quantum discord*, *Quantum discord*, Lyndblad equation, Heisenberg model, Concurrence, Dzyaloshinskii-Moriya interaction

---

\* Corresponding Author: fmirmasoudi@uma.ac.ir