

## مطالعه همزیستی بین ابرسانایی و فرومغناطیس در ابرساناهای

### فرومغناطیس

حمیدرضا امامی پور\*

دانشکده علوم پایه، گروه فیزیک، دانشگاه ایلام، ایلام، ایران

### چکیده

در این مقاله، همزیستی میان ابرسانایی و فرومغناطیس را در یک ابرسانای فرومغناطیس مورد مطالعه قرار می‌دهیم. ابرسانای فرومغناطیس را در دو حالت جفتی اسپین پادموازی و اسپین موازی در نظر می‌گیریم و با استفاده از معادلات وابسته به اسپین بوگولیوبوف-دژن، تابعیت دمایی ( $T$ ) پارامتر نظم ابرسانایی را به دست می‌آوریم. همچنین وابستگی پارامتر نظم به میدان تبدیلی ابرسانای فرومغناطیس ( $h$ ) را نیز به دست آورده و مشاهده می‌کنیم که به ازای برخی از مقادیر دما و میدان تبدیلی، پارامتر نظم تابعی دو مقداری می‌شود که برای تعیین مقدار درست پارامتر نظم ابرسانایی، اختلاف پتانسیل ترمودینامیکی بین حالت‌های عادی و ابرسانایی را محاسبه می‌کنیم و یک منحنی گذار فاز در صفحه  $h-T$  را به دست می‌آوریم و نتیجه می‌گیریم که تنها وجود پارامتر نظم مخالف صفر برای فرار گرفتن در حالت ابرسانایی کافی نیست. به عبارت دیگر به ازای برخی  $T$  و  $h$  با وجود آن که پارامتر نظم مخالف صفر است، اما از آنجا که در این نقاط پتانسیل ترمودینامیکی حالت عادی پایین‌تر از حالت ابرسانایی است، لذا سیستم در حالت عادی قرار می‌گیرد.

**کلیدواژگان:** ابرساناهای فرومغناطیسی، پتانسیل ترمودینامیکی، حالت اسپینی موازی، حالت اسپینی پاد موازی

### مقدمه

به لحاظ نظری، سؤال مهم درباره نوع تقارن جفت‌های کوپر در ابرساناهای فرومغناطیس می‌باشد که برای پاسخ به این سؤال، رسانش تونلی برای چنین ابرساناهایی، محاسبه شده که برای نمونه می‌توان به مراجع [۴ - ۶] اشاره کرد.

تاریخچه مطالعه نحوه همزیستی بین ابرسانایی و فرو مغناطیس به دهه ۱۹۶۰ میلادی برمی‌گردد، جایی که برای اولین بار فولده<sup>۱</sup> و فرل<sup>۲</sup> در سال ۱۹۶۴ میلادی [۷] و سپس لارکین<sup>۳</sup> و افچینیکوف<sup>۴</sup> در سال ۱۹۶۵

کشف همزیستی بین فرومغناطیس و ابرسانایی در چندین ماده کپه‌ای مثل  $UGe_2$  [۱]،  $ZrZn_2$  [۲] و  $URhGe$  [۳] باعث به وجود آمدن رده جدیدی از مواد ابرسانا شده که به ابرساناهای فرومغناطیس معروف شده‌اند. این کشف نه تنها به لحاظ نظری از اهمیت زیادی برخوردار است بلکه به لحاظ کاربردهای عملی و صنعتی آن نیز به خصوص در اسپینترونیک از اهمیت ویژه برخوردار می‌باشد.

<sup>1</sup> Fulde

<sup>2</sup> Ferrel

<sup>3</sup> Larkin

<sup>4</sup> Ovchinnikov

ضروری می‌باشد که در این مقاله به آن خواهیم پرداخت.

در این مقاله همزیستی بین فرومغناطیس و ابرسانایی را در دماهای مخالف صفر و در حضور یک میدان تبدلی مورد مطالعه قرار می‌دهیم. این کار را به این صورت انجام می‌دهیم: ابتدا معادلات وابسته به اسپین بوگلیوبوف-دژن را به دست آورده، با استفاده از آن پارامتر نظم ابرسانایی را به صورت تابعی از دما و میدان تبدلی به دست می‌آوریم. سپس اختلاف پتانسیل ترمودینامیکی را بین حالت‌های عادی و ابرسانایی محاسبه کرده، با استفاده از آن یک خط مرزی در صفحه  $h-T$  را به دست می‌آوریم، به گونه‌ای که با استفاده از آن ناحیه ابرسانا از ناحیه عادی کاملاً مشخص می‌گردد. نتیجه جالبی که به دست می‌آید این است که در حضور یک میدان تبدلی، وجود یک پارامتر نظم مخالف صفر برای قرار گرفتن در حالت ابرسانایی، به تنهایی کافی نیست و همان‌گونه که خواهیم دید این امکان وجود دارد که در حضور یک پارامتر نظم مخالف صفر، سیستم در حالت عادی قرار گیرد.

## الف) معادلات بوگلیوبوف-دژن در فضای اسپینی

برای مطالعه چگونگی همزیستی بین فرومغناطیس و ابرسانایی، ابتدا معادلات بوگلیوبوف-دژن را در فضای اسپینی به دست می‌آوریم. هامیلتونی مربوط به ابرسانا در حضور میدان مغناطیسی به صورت زیر می‌باشد [۱۳]:

$$\hat{H} = \sum_{k\sigma} \varepsilon_{k\sigma} C_{k\sigma}^+ C_{k\sigma} - \frac{1}{2} \sum_{k\sigma k'\sigma'} V_{\sigma\sigma'}(\vec{k}, \vec{k}') C_{k\sigma}^+ C_{k'\sigma'}^+ C_{k'\sigma} C_{k\sigma} + \sum_{\vec{k}, \sigma\sigma'} C_{k\sigma}^+ (\vec{\sigma}_{\sigma\sigma'} \cdot \vec{h}) C_{k\sigma}$$

میلاادی [۸] به آن پرداختند و بعد از مطالعه آنان، ابرساناهای  $\text{FFLO}^0$  در ادبیات ابرسانایی رایج شدند. در ابرساناهای معمولی جفت‌های کوپر از دو الکترون با اندازه حرکت و اسپین مخالف هم ( $k \downarrow$  و  $k \uparrow$ )، تشکیل می‌شوند به گونه‌ای که اندازه حرکت مرکز جرم، در آن‌ها صفر می‌باشند. در ابرساناهای  $\text{FFLO}$  در حضور یک میدان تبدلی، جفت‌های کوپر دارای اندازه حرکت مرکز جرم ( $Q$ )، متناسب با  $Q \propto \frac{2h}{h} v_F$  می‌باشد که در آن  $2h$  انرژی تبدلی متناظر با اختلاف انرژی بین الکترون‌های واقع در نوارهای اسپین بالا و اسپین پایین می‌باشد ( $v_F$  سرعت فرمی می‌باشد). اگرچه حالت  $\text{FFLO}$  با  $\downarrow (-k + \frac{Q}{2})$  و  $\uparrow (k + \frac{Q}{2})$  در مواد حجیم مشاهده نشدند اما کشف ابرسانایی در مواد فرومغناطیس  $\text{URhGe}$  و  $\text{ZrZn}_2$ ،  $\text{UGe}_2$  در سال‌های ۲۰۰۰ و ۲۰۰۱ میلادی فصل جدیدی را در همزیستی بین ابرسانایی و فرومغناطیس گشوده است. همچنین خاصیت ابرسانایی در ترکیبات شامل اورانیوم که خاصیت فرومغناطیس دارند، مانند  $\text{UCoGe}$  نیز مشاهده شده‌اند [۹ و ۱۰]. در یک فرومغناطیس حجیم،  $h$  حداقل دو مرتبه بزرگی از گاف انرژی یک ابرسانای حجیم،  $\Delta$  بزرگ‌تر است. اما هنگامی که همزیستی بین ابرسانایی و فرومغناطیس رخ می‌دهد، به محض آنکه  $h$  از مقدار  $\Delta/\sqrt{2}$  بزرگ‌تر می‌شود حالت عادی، ظاهر می‌گردد. مقدار  $\Delta/\sqrt{2}$  به صورت معیار کلاگستون<sup>۶</sup> در دمای صفر شناخته می‌شود [۱۱]. به هر حال، مطالعه همزیستی میان ابرسانایی و فرومغناطیس در دماهای مخالف صفر،

<sup>۵</sup> Fulde- Ferrel- Larkin- Ovchinnikov

<sup>۶</sup> Clogston

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_k + h_z & h_x - ih_y & \Delta_{\uparrow\uparrow} & \Delta_{\uparrow\downarrow} \\ h_x + ih_y & \varepsilon_k - h_z & \Delta_{\downarrow\uparrow} & \Delta_{\downarrow\downarrow} \\ -\Delta_{\uparrow\uparrow}^* & -\Delta_{\uparrow\downarrow}^* & -\varepsilon_k - h_z & -h_x - ih_y \\ -\Delta_{\downarrow\uparrow}^* & -\Delta_{\downarrow\downarrow}^* & -h_x + ih_y & -\varepsilon_k + h_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{\uparrow\sigma} \\ u_{\downarrow\sigma} \\ v_{\uparrow\sigma} \\ v_{\downarrow\sigma} \end{pmatrix} = E_{k\sigma} \begin{pmatrix} u_{\uparrow\sigma} \\ u_{\downarrow\sigma} \\ v_{\uparrow\sigma} \\ v_{\downarrow\sigma} \end{pmatrix}$$

که در اینجا  $h_x, h_y, h_z$  به ترتیب مؤلفه‌های میدان تبدلی در راستای  $x, y$  و  $z$  می‌باشند. با قرار دادن تبدیلات نشان داده‌شده توسط رابطه ۳ در معادله ۲ و نیز استفاده از رابطه معادله ۱۳ و ۱۴]:

(۶)

$$\Delta_{\sigma\sigma'}(\vec{k}) = \frac{1}{2} \sum_{\vec{k}, \sigma'} V_{\sigma\sigma'}(\vec{k}, \vec{k}') [u_{\sigma\sigma'} v_{\sigma\sigma'} - u_{\sigma\sigma'}^* v_{\sigma\sigma'}^*] [1 - 2f(E_{\sigma\sigma'}(\vec{k}'))]$$

که در این رابطه  $f(E)$  تابع توزیع فرمی-دیراک می‌باشد. حال می‌توان این نتایج را برای یک ابررسانای فرومغناطیس که در حالت‌های جفتی اسپین موازی و اسپین پادموازی قرار دارد به‌کاربرد. در آنچه که در زیر می‌آید فرض می‌کنیم که میدان تبدلی یکنواخت و در راستای  $z$  باشد. این فرض برای سادگی انجام می‌شود ضمن آنکه عمومیت جواب‌ها نیز حفظ می‌گردد.

### ب) محاسبه پارامتر نظم برای حالت‌های

#### موازی و پاد موازی

برای به‌دست آوردن پارامتر نظم به‌صورت تابعی از دما و میدان تبدلی برای حالت‌های موازی و پادموازی باید  $u$  و  $v$  را از رابطه ۵ به‌دست آورده با جای‌گذاری آن‌ها در رابطه ۶ پارامتر نظم به‌دست می‌آید. ابتدا با حالت اسپینی پادموازی شروع می‌کنیم. برای این کار  $\Delta_{\uparrow\uparrow} = \Delta_{\downarrow\downarrow} = 0$  را در رابطه ماتریسی

که در آن  $\varepsilon_k$  انرژی تک ذره‌ای است که نسبت به سطح فرمی سنجیده می‌شود.  $C_{\vec{k}\sigma}^+$  و  $C_{\vec{k}\sigma}$  به‌ترتیب عملگرهای خلق و نابودی ذره‌ای با اسپین  $\sigma$  در حالت  $\vec{k}$ ،  $\vec{h}$  میدان مؤثر تبدلی ابررسانا و  $\vec{\sigma}$  ماتریس‌های پائولی می‌باشند.  $V_{\sigma\sigma'}(\vec{k}, \vec{k}')$  پتانسیل برهم‌کنش بین ذره‌ای در حالت  $\vec{k}\sigma$  با ذره‌ای دیگر در حالت  $\vec{k}'\sigma'$  را نشان می‌دهد. تابع گاف ابررسانایی را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\Delta_{\sigma\sigma'}(\vec{k}) = - \sum_{\vec{k}'} V_{\sigma\sigma'}(\vec{k}, \vec{k}') \langle C_{\vec{k}'\sigma} C_{\vec{k}\sigma'} \rangle \quad (۲)$$

در تقریب میدان میانگین و با استفاده از تبدیلات بوگلیوبوف-والاتین که به‌صورت زیر می‌باشند می‌توان هامیلتونی ۱ را به‌صورت قطری نوشت:

$$\begin{aligned} C_{\vec{k}\sigma} &= \sum_{\sigma'} [u_{\sigma\sigma'}(\vec{k}) b_{\vec{k}\sigma'} + v_{\sigma\sigma'}^*(\vec{k}) b_{\vec{k}\sigma'}^+] \\ C_{\vec{k}\sigma}^+ &= \sum_{\sigma'} [u_{\sigma\sigma'}^*(\vec{k}) b_{\vec{k}\sigma'}^+ + v_{\sigma\sigma'}(\vec{k}) b_{\vec{k}\sigma'}] \end{aligned} \quad (۳)$$

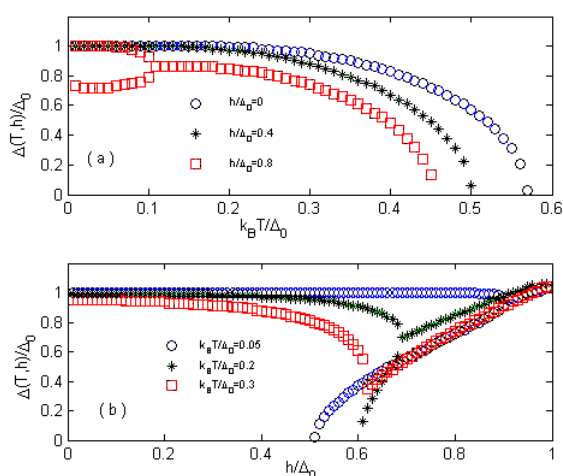
در اینجا  $b^+$  و  $b$  عملگرهای خلق و فنا در حالت برانگیخته می‌باشند که به کمک آن‌ها هامیلتونی ۱ قطری می‌شود.  $u$  و  $v$  نیز ضرایب همدوسی می‌باشند که با حل معادلات بوگلیوبوف-دژن به‌دست می‌آیند. حال با استفاده از تبدیلات بوگلیوبوف-والاتین و نیز با محاسبه رابطه جابه‌جایی  $[\hat{H}, C_{\vec{k}\sigma}]$  معادلات بوگلیوبوف - دژن در فضای اسپینی به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند:

(۴)

$$\begin{aligned} \sum_{\beta} \left( \varepsilon_k \delta_{\sigma\beta} + \vec{\sigma}_{\sigma\beta} \cdot \vec{h} \right) u_{\beta\sigma}(\vec{k}) + \Delta_{\sigma\beta}(\vec{k}) v_{\beta\sigma}(\vec{k}) &= E_{k\sigma} u_{\sigma\sigma}(\vec{k}) \\ - \sum_{\beta} \left( \varepsilon_k \delta_{\sigma\beta} + \vec{\sigma}_{\sigma\beta}^* \cdot \vec{h} \right) v_{\beta\sigma}(\vec{k}) + \Delta_{\sigma\beta}^*(\vec{k}) u_{\beta\sigma}(\vec{k}) &= E_{k\sigma} v_{\sigma\sigma}(\vec{k}) \end{aligned}$$

برای سادگی این روابط را می‌توان به شکل ماتریسی نیز نوشت که شکل ماتریسی معادلات اسپینی بوگلیوبوف-دژن به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

(۵)



شکل ۱. نمودار پارامتر نظم ابرسانایی برای حالت اسپین پادموازی (a): برحسب دما، به ازای میدان‌های تبدلی مختلف ۱ (b): برحسب میدان تبدلی در دماهای مختلف.

شکل ۱ (a) نشان می‌دهد که با افزایش  $h$  دمایی که در آن پارامتر نظم ابرسانایی صفر می‌شود (دمای گذار ابرسانایی) کاهش می‌یابد. همچنین ملاحظه می‌گردد که در  $h$ های بزرگ‌تر، مثلاً در  $h = 0/8\Delta_0$ ، و در یک دمای کوچک نمودار به دو شاخه تقسیم می‌گردد.

به عبارت دیگر در یک دما و میدان خاص دو مقدار کاملاً مختلف برای پارامتر نظم وجود دارد. منشأ فیزیکی دو شاخه شدن پارامتر نظم و در نتیجه دو مقداری شدن آن، به میزان انرژی دریافتی جفت‌های کوپر حالت پاد موازی از میدان تبدلی مربوط می‌باشد. به عبارت دیگر با افزایش  $h$  اختلاف انرژی الکترون‌های با اسپین مخالف در جفت کوپر نیز افزایش می‌یابد به گونه‌ای که افزایش  $h$ ، نهایتاً منجر به صفر شدن پارامتر نظم می‌گردد و به ازای مقادیری از  $h$  ( $h < \Delta_0$ )، این اختلاف انرژی، دو شاخه شدن (دو مقداری شدن) پارامتر نظم را باعث می‌شود.

۵ جای‌گذاری می‌کنیم. با صفر قرار دادن دترمینان ضرایب در رابطه ۵ ویژه مقادیر انرژی به صورت ویژه بردارهای متناظر با آن به صورت زیر به دست می‌آیند [۵]:

(۷)

$$u_{-\sigma\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\sqrt{(E_\sigma - \sigma h)^2 - |\Delta|^2}}{E_\sigma - \sigma h} \right)}, \sigma = \pm,$$

$$v_{-\sigma\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\sqrt{(E_\sigma + \sigma h)^2 - |\Delta|^2}}{E_\sigma + \sigma h} \right)}, \sigma = \pm,$$

با قرار دادن  $u$  و  $v$ های به دست آمده برای مورد پادموازی در رابطه ۶ تابعیت پارامتر نظم ابرسانایی برحسب دما و میدان تبدلی از معادله خود سازگار زیر به دست می‌آید:

(۸)

$$\ln\left(\frac{\Delta_0}{\Delta}\right) = \int_0^{\hbar\omega_D} \frac{d\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon^2 + |\Delta|^2}} [f(E_+) + f(E_-)]$$

در این رابطه  $\Delta$  پارامتر نظم ابرسانایی در دمای  $T$  و میدان  $h$  ( $\Delta = \Delta(T, h)$ ) و  $\Delta_0$  پارامتر نظم ابرسانایی در دما و میدان صفر ( $\Delta_0 = \Delta(0, 0)$ ) می‌باشد. همچنین فرکانس دمای و  $E_\pm$  به صورت

$$E_\pm = \sqrt{\varepsilon_k^2 + |\Delta|^2} \pm h$$

شکل‌های (a) و (b) پارامتر نظم ابرسانایی را به صورت تابعی از دما و  $h$  نشان می‌دهند که این شکل‌ها نیز با حل عددی و به روش خود سازگار از معادله ۸ به دست آمده است.

می‌آیند و ویژه بردارهای متناظر با آن نیز به صورت زیر حاصل می‌شوند [۵]:

(۹)

$$u_{-\sigma\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\sqrt{E_\sigma^2 - |\Delta|^2}}{E_\sigma} \right)}, \sigma = \pm,$$

$$v_{-\sigma\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\sqrt{E_\sigma^2 - |\Delta|^2}}{E_\sigma} \right)}, \sigma = \pm,$$

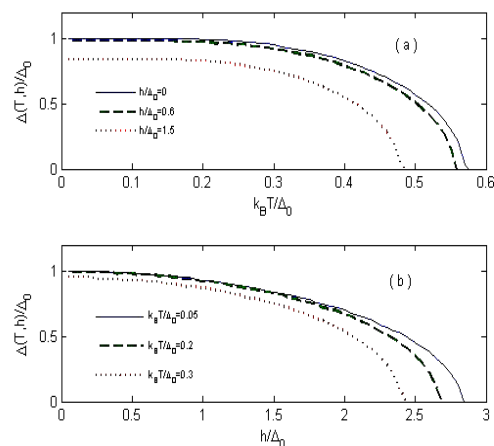
با قرار دادن این روابط در معادله ۶ پارامتر نظم ابررسانایی در مورد اسپین موازی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\ln\left(\frac{\Delta_0}{\Delta}\right) = \int_0^{h\omega_D} d\varepsilon \left\{ \frac{f(E_+)}{E_+} + \frac{f(E_-)}{E_-} \right\} \quad (10)$$

در اینجا  $\omega_D$  فرکانس دمای،  $\Delta = \Delta(T, h)$  پارامتر نظم حالت موازی برای  $T \neq 0$  و  $h \neq 0$  و  $\Delta_0 = \Delta(0, 0)$  پارامتر نظم حالت موازی برای  $T = 0$  و  $h = 0$  می‌باشد. ضمناً  $E_\pm$

به صورت  $E_\pm = \sqrt{(\varepsilon \pm h)^2 + |\Delta|^2}$  تعریف می‌شود.

شکل‌های ۲(a) و ۲(b)، پارامتر نظم ابررسانایی را به صورت تابعی از دما و میدان تبدالی برای حالت اسپینی موازی نشان می‌دهند که این نمودارها با حل عددی معادله ۱۰ به روش خود سازگار به دست آمده‌اند. ملاحظه می‌شود که با افزایش  $h$  دمایی که در آن پارامتر نظم ابررسانایی صفر می‌شود (دمای گذار) کاهش می‌یابد. نکته‌ای که در اینجا وجود دارد، این است که برخلاف حالت اسپین پادموازی که در آن‌ها  $h$  همواره کوچک‌تر از  $\Delta_0$  می‌باشد، در حالت اسپین موازی  $h$  می‌تواند مقادیری بزرگ‌تر از  $\Delta_0$  داشته باشد. همچنین شکل ۲(b) نشان می‌دهد که با افزایش دما، میدان تبدالی که در آن پارامتر نظم ابررسانایی به سمت صفر میل می‌کند (میدان بحرانی) کاهش پیدا



شکل ۲. نمودار پارامتر نظم ابررسانایی برای حالت اسپین موازی ۲(a): برحسب دما، به ازای میدان‌های تبدالی مختلف، ۲(b): برحسب میدان تبدالی در دماهای مختلف.

حال این سؤال مطرح می‌شود که کدام یک از این دو مقدار باید انتخاب شود؟ در حقیقت معادله خود سازگار ۸ به تنهایی نمی‌تواند پارامتر نظم را مشخص کند و باید پایداری جواب‌ها در حضور میدان تبدالی نیز بررسی شود.

در بخش بعد به طور مفصل در این باره بحث خواهیم کرد، ولی اجمالاً باید گفت که سیستم در حالت ابررسانا و در حضور میدان تبدالی مقداری را انتخاب می‌کند که انرژی آن پایین‌تر باشد، به عبارت دیگر پایدارتر باشد که با محاسبه پتانسیل ترمودینامیکی این کار انجام می‌شود. شکل ۲ پارامتر نظم را برحسب دما (شکل ۲(a)) و میدان تبدالی (شکل ۲(b)) نشان می‌دهد. از شکل ۲(b) ملاحظه می‌گردد که با افزایش دما، میدانی که در آن پارامتر نظم صفر می‌شود (میدان بحرانی) کاهش می‌یابد.

برای محاسبه پارامتر نظم مورد اسپین موازی  $\Delta_{\uparrow\downarrow} = \Delta_{\downarrow\uparrow} = 0$  را در رابطه ۵ جای‌گذاری می‌کنیم. با صفر قرار دادن دترمینان ضرایب در رابطه ۵ ویژه مقادیر انرژی برای مورد اسپین موازی به صورت  $E_\pm(\mathbf{k}) = \pm\sqrt{(\varepsilon_{\mathbf{k}} \pm h)^2 + |\Delta|^2}$  به دست

می‌کند. در اینجا نیز نکته‌ای که باید بررسی شود این است که چه مقادیری از پارامتر نظم مجاز می‌باشند، که این کار را در بخش بعد انجام خواهیم داد.

در اینجا  $\Omega_s(T, 0)$  پتانسیل ترمودینامیکی برای هامیلتونی  $BCS$  در غیاب میدان تبدالی می‌باشد.  $\langle \dots \rangle$  میانگین آنسامبلی با هامیلتونی برهم‌کنشی  $\lambda \hat{H}_1$  در حضور میدان تبدالی می‌باشد که  $\hat{H}_1$  به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$\hat{H}_1 = \sum_k h (C_{k\uparrow}^+ C_{k\uparrow} - C_{k\downarrow}^+ C_{k\downarrow}) \quad (13)$$

با قرار دادن معادله ۱۳ در معادله ۱۲ اولین عبارت سمت راست رابطه ۱۱ را که به صورت زیر است به دست می‌آوریم:

$$(14)$$

شکل‌های (a) و (b) نشان می‌دهند به ازای برخی از مقادیر یکسان  $T$  و  $h$  دو مقدار کاملاً متفاوت برای پارامتر نظم ابرسانایی به دست می‌آیند. سؤالی که مطرح می‌شود این است که کدام یک از این دو مقدار مختلف پایدارتر بوده و به لحاظ فیزیکی قابل قبول می‌باشد. همان‌گونه که در فصل ابرسانایی مرجع [۱۵] نیز ذکر شده، راه حل این مسئله در محاسبه پتانسیل ترمودینامیکی برای حالت‌های عادی و ابرسانایی نهفته است. به عبارت دیگر، این که سیستم در حالت عادی یا ابرسانایی قرار می‌گیرد با توجه به این نکته مشخص می‌گردد که کدامیک از آن‌ها دارای پتانسیل ترمودینامیکی پایین‌تری می‌باشد. به این دلیل باید اختلاف پتانسیل ترمودینامیکی بین حالت ابرسانایی،  $\Omega_s(T, h)$  و حالت عادی،  $\Omega_n(T, h)$  را محاسبه کرد. این اختلاف را به صورت مجموع سه اختلاف جداگانه به شکل زیر می‌توان نوشت:

$$\left[ \Omega_n(T, 0) - \Omega_n(T, h) \right] g(\varepsilon_F) = h^2 \quad (15)$$

عبارت دوم در سمت راست رابطه ۱۱ در غیاب میدان تبدالی  $h$  می‌باشد و اختلاف پتانسیل ترمودینامیکی بین حالت‌های عادی و ابرسانایی در  $h=0$  را نشان می‌دهد که از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$(16)$$

$$\left[ \Omega_s(T, 0) - \Omega_n(T, 0) \right] g(\varepsilon_F) = \frac{\pi^2}{3\beta^2} \frac{1}{2} \Delta^2(T, 0) \left[ 1 + 2 \ln \left( \frac{\Delta_0}{\Delta(T, 0)} \right) \right] - \frac{4}{\beta} \int_0^{\hbar\omega_p} d\varepsilon \ln \left[ 1 + \exp \left( -\beta \sqrt{\Delta^2(T, 0) + \varepsilon^2} \right) \right]$$

### ج) بررسی پایداری جواب‌های معادلات بوگولیووف-دژن

در بخش قبل با استفاده از معادلات بوگولیووف-دژن اسپینی پارامتر نظم ابرسانایی را برای یک ابرسانای فرومغناطیس در حالت‌های اسپین موازی و اسپین پادموازی به دست آوردیم. همان‌گونه که شکل‌های (a) و (b) نشان می‌دهند به ازای برخی از مقادیر یکسان  $T$  و  $h$  دو مقدار کاملاً متفاوت برای پارامتر نظم ابرسانایی به دست می‌آیند. سؤالی که مطرح می‌شود این است که کدام یک از این دو مقدار مختلف پایدارتر بوده و به لحاظ فیزیکی قابل قبول می‌باشد. همان‌گونه که در فصل ابرسانایی مرجع [۱۵] نیز ذکر شده، راه حل این مسئله در محاسبه پتانسیل ترمودینامیکی برای حالت‌های عادی و ابرسانایی نهفته است. به عبارت دیگر، این که سیستم در حالت عادی یا ابرسانایی قرار می‌گیرد با توجه به این نکته مشخص می‌گردد که کدامیک از آن‌ها دارای پتانسیل ترمودینامیکی پایین‌تری می‌باشد. به این دلیل باید اختلاف پتانسیل ترمودینامیکی بین حالت ابرسانایی،  $\Omega_s(T, h)$  و حالت عادی،  $\Omega_n(T, h)$  را محاسبه کرد. این اختلاف را به صورت مجموع سه اختلاف جداگانه به شکل زیر می‌توان نوشت:

$$(11)$$

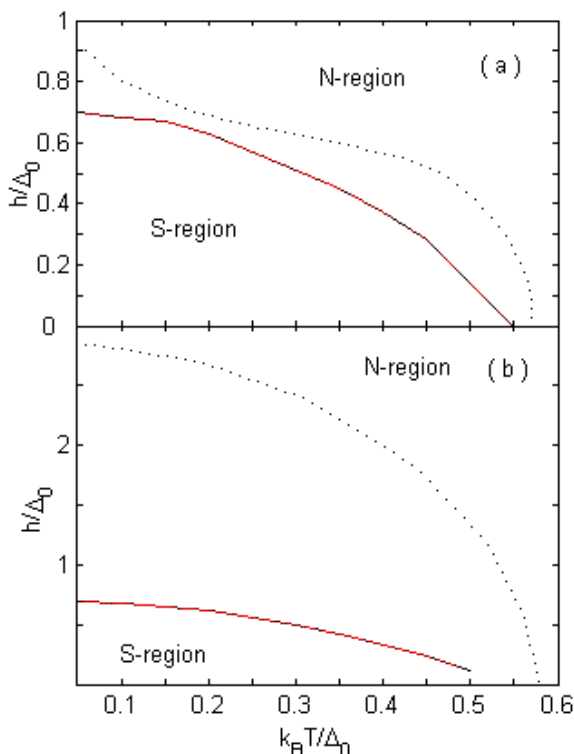
$$\Omega_s(T, h) - \Omega_n(T, h) = \left[ \Omega_s(T, h) - \Omega_s(T, 0) \right] + \left[ \Omega_s(T, 0) - \Omega_n(T, 0) \right] + \left[ \Omega_n(T, 0) - \Omega_n(T, h) \right]$$

اختلاف اول با استفاده از نمایش انتگرالی زیر به دست می‌آید [۱۵]:

$$\Omega_s(T, h) - \Omega_s(T, 0) = \int_0^1 \frac{d\lambda}{\lambda} \langle \lambda \hat{H}_1 \rangle_\lambda \quad (12)$$

خط مانند در شکل ۳ از معادله  $\Omega_s(T, h) - \Omega_n(T, h) = 0$  به دست آمده است و در ناحیه زیر منحنی خط مانند به دلیل آنکه  $\Omega_s(T, h) - \Omega_n(T, h) < 0$  می‌باشد، لذا حالت ابرسانایی پایدارتر بوده و سیستم در حالت ابرسانایی قرار می‌گیرد. اما در ناحیه بالای منحنی خط مانند به دلیل آنکه  $\Omega_s(T, h) - \Omega_n(T, h) > 0$  می‌باشد، لذا حالت عادی پایدارتر بوده و سیستم در حالت عادی قرار می‌گیرد. بنابراین در ناحیه بین منحنی‌های نقطه‌چین و خط مانند در شکل ۳، با وجود آنکه پارامتر نظم ابرسانایی مخالف صفر می‌باشد اما سیستم در حالت عادی قرار می‌گیرد زیرا در این ناحیه شرط  $\Omega_n(T, h) < \Omega_s(T, h)$  برقرار می‌باشد. در اینجا خوب است مقایسه‌ای بین نتایج این مقاله و یافته‌های دیگران در این حوزه داشته باشیم. در مراجع ۱۲ و ۱۳ پارامتر نظم ابرسانایی با تقارن‌های موج- $d$  و موج- $p$  در حضور یک میدان تبادلی مطالعه شده است. در مرجع ۱۲ شرط وقوع ابرسانایی در دمای صفر برای تقارن موج- $d$   $h < 1.06\Delta_0$  به دست آمده است. ضمن آنکه پارامتر نظم تقارن موج- $d$  نیز به ازای برخی از مقادیر میدان تبادلی دو شاخه می‌شود. در مرجع ۱۳ گاف ابرسانایی و برخی خواص ترمودینامیکی برای تقارن اسپین چندتایی موج- $p$  محاسبه شده است. ضمن آنکه هیچ بررسی در خصوص پایداری جواب‌ها انجام نگرفته است. درحالی‌که در مطالعه حاضر، با حل معادلات بوگولیوبوف-دژن هم پارامتر نظم ابرسانایی برای حالت‌های موازی و پادموازی به دست آمد و هم پایداری جواب‌ها نیز بررسی شد.

در اینجا  $\beta = 1/k_B T$  می‌باشد که در آن  $k_B$  ثابت بولتزمن است. با ترکیب روابط ۱۱ تا ۱۶ می‌توان  $\Omega_s(T, h) - \Omega_n(T, h)$  را محاسبه نمود.



شکل ۳. نمودار فاز در صفحه  $h-T$  برای: (a) مورد اسپین پاد موازی و (b) مورد اسپین موازی.

شکل ۳ نمودار گذار فاز در صفحه  $h-T$  را برای حالت‌های اسپین موازی و پاد موازی نشان می‌دهد. منحنی‌های نقطه‌چین در این نمودار از شکل‌های ۱(a,b) تا ۲(a,b) و به ازای  $T$  و  $h$ ‌هایی به دست آمده‌اند که در آن‌ها پارامتر نظم ابرسانایی صفر می‌شود. بنابراین در تمام نقاطی که بالای منحنی‌های نقطه‌چین قرار می‌گیرند پارامتر نظم ابرسانایی صفر بوده و سیستم در حالت عادی خود قرار می‌گیرد. اما در تمام ناحیه‌ای که زیر منحنی‌های نقطه‌چین قرار گرفته پارامتر نظم ابرسانایی مخالف صفر می‌باشد، اما اینکه سیستم در حالت عادی یا ابرسانایی قرارگیرد به مقدار  $\Omega_s(T, h) - \Omega_n(T, h)$  بستگی دارد. منحنی‌های

- [4] H. Emamipour, M. Abolhasani, Temperature dependence of zero-bias conductance in a normal metal/ferromagnetic superconductor junction, *Superconductor Science and Technology* 23 (2010) 105001.
- [5] H. Emamipour, M. Abolhasani, Tunneling conductance in a normal metal/ferromagnetic superconductor nano-junction at a finite temperature, *Communications in Theoretical Physics* 55 (2011) 171.
- [6] H. Emamipour, J. Emamipour, Temperature dependence of zero-bias conductance in a normal metal/ferromagnetic superconductor junction, *Chinese Physics Letters* 29 (2012) 037401.
- [7] P. Fulde, A. Ferrel, Superconductivity in a strong spin-exchange field, *Physical Review A* 135 (1964) 550.
- [8] A. Larkin, Y. Ovchinnikov, Inhomogeneous state of superconductors, *Journal of Experimental and Theoretical Physics* 20 (1965) 762.
- [9] D. Aoki, J. Flouquet, Field-induced phenomena in ferromagnetic superconductors UCoGe and URhGe, *Journal of the Physical Society of Japan*. 81 SB002 (2012).
- [10] D. Aoki, Superconductivity Reinforced by Magnetic Field and the Magnetic Instability in Uranium Ferromagnets, *Journal of the Physical Society of Japan*. 80 SA008 (2011).
- [11] M.A. Clogston, Upper limit for the critical field in hard superconductors, *Physical Review Letters*. 9 (1962) 266.
- [12] K. Yang, S. L. Sondhi, Response of a  $dx^2-y^2$  superconductor to a Zeeman magnetic field, *Physical Review B* 57 (1998) 8566.
- [13] B.J. Powell, J.F. Annett, B.L. Gyorffy, The gap equations for spin singlet and triplet ferromagnetic superconductors, *Journal of Physics A: Mathematical and General* 36 (2003) 9289.
- [14] J.F. Annett, *Superconductivity Superfluids and Condensates*, Oxford University Press, New York (2005).
- [15] A.L. Fetter, J.D. Walecka, *Quantum theory of many-particle systems*, McGraw-Hill, New York, (1971).

## نتیجه گیری

به طور خلاصه، در این مقاله پارامتر نظم ابرسانایی برای یک ابرسانای فرومغناطیس که در حالت‌های جفتی اسپین موازی و اسپین پادموازی قرار دارد را در چارچوب معادلات وابسته به اسپین بوگولیوبوف-دژن مورد مطالعه قرار دادیم. از آنجایی که برای پارامتر نظم در برخی نقاط  $(T, h)$  دو مقدار مختلف وجود دارد، لذا پایداری جواب‌های به دست آمده از معادلات بوگولیوبوف-دژن نیز مورد مطالعه قرار گرفته و یک نمودار گذار فاز را به دست آوردیم که با استفاده از آن ناحیه عادی از ناحیه ابرسانایی کاملاً مشخص می‌گردد. نکته جالبی که از این مطالعه یاد می‌گیریم این است که وجود پارامتر نظم مخالف صفر برای قرار گرفتن در حالت ابرسانایی به تنهایی کافی نیست و همان‌گونه که مشاهده کردیم این امکان وجود دارد که در حضور یک میدان تبدلی و با وجود پارامتر نظم مخالف صفر سیستم در حالت عادی قرار گیرد. از نتایج این مقاله در مطالعه جریان جوزفسون بین دو ابرسانای فرومغناطیس که در حال انجام آن هستیم بهره خواهیم برد.

## مراجع

- [1] S. Saxena, P. Agarwal, K. Ahilan, F.M. Grosche, R.K.W. Haselwimmer, M. J. Steiner, E. Pugh, I.R. Walker, S.R. Julian, P. Monthoux, G.G. Lonzarich, A. Huxley, I. Sheikin, D. Braithwaite, J. Flouquet, Superconductivity on the border of itinerant-electron ferromagnetism in UGe<sub>2</sub>, *Nature* 406 (2000) 587.
- [2] C. Pfleiderer, M. Uhlarz, S.M. Hayden, R. Vollmer, H.V. Lohneysen, N.R. Bernhoeft, G. Lonzarich, Coexistence of superconductivity and ferromagnetism in the d-band metal ZrZn<sub>2</sub>, *Nature* 412 (2001) 58.
- [3] D. Aoki, H. Andrew, E. Ressouche, D. Braithwaite, J. Flouquet, J. Brison, E. Lhotel, C. Paulsen, Coexistence of superconductivity and ferromagnetism in URhGe, *Nature* 413 (2001) 613.