

## محاسبه سطح مقطع جزئی و کل در ربایش الکترون از اتم هیدروژن توسط

### برخورد پروتون در تقریب مرتبه اول برهم‌کنش

منصوره رحمانیان، شیما عزیزان، فریده شجاعی، رضا فتحی\*، محمد صدیق سلطانی نژاد

دانشکده فیزیک، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران

#### چکیده

در این کار سطح مقطع جزئی و کل در برخورد پروتون با اتم هیدروژن در کانال انتقال بار و در تقریب مرتبه اول برهم‌کنش به صورت تحلیلی محاسبه شده است. این روش در قالب فرمول‌بندی سه جسمی، در انرژی‌های میانی و بالا برای تشکیل اتم هیدروژن در گذار  $1s \rightarrow 1s$  و  $1s \rightarrow 2s$  به کار گرفته شده است. دامنه‌های پراکندگی با استفاده از تکنیک تبدیل فوریه و انتگرال‌های فاینمن و نوردسیک در سه تقریب متفاوت محاسبه شده و در نهایت نتایج به دست آمده به صورت سطح مقطع جزئی و کل با نتایج تئوری و تجربی در دسترس مقایسه شده‌اند. محاسبات نشان می‌دهند که پراکندگی رودررو در گذار  $1s \rightarrow 1s$  در زوایا و انرژی‌های بزرگ پراکندگی یک مسئله قابل ملاحظه است.

**کلیدواژگان:** کانال انتقال بار، سطح مقطع دیفرانسیلی و کل، پراکندگی سه جسمی، دامنه پراکندگی

#### مقدمه

قسمت غیر اختلالی صرف‌نظر شده بود. توجه آن‌ها برای انجام کار این بود که در پدیده انتقال بار برهم‌کنش پروتون-پروتون تنها می‌تواند مسیر نسبی دو ذره را تغییر دهد، پس در حد انرژی‌های بالا که مسیرها به خط مستقیم نزدیک می‌شوند می‌توان از برهم‌کنش پروتون-پروتون صرف‌نظر کرد. با روش استفاده شده توسط برینکمن و کرامرز، سطح مقطع کل تقریباً چهار مرتبه بزرگ‌تر از نتایج آزمایشگاهی در انرژی حدود  $100 \text{ keV}$  به دست آمد و در انرژی‌های پایین‌تر اختلاف بیشتر از این دیده شد. تفاوت بین نتایج برینکمن و کرامرز و آزمایش‌ها به عنوان شکست تقریب بورن در این محدوده انرژی در نظر گرفته شد، در حالی که دلیلی مهم‌تر از شکست تقریب بورن برای این تفاوت وجود دارد و آن صرف‌نظر کردن از برهم‌کنش

مطالعه انتقال بار در برخورد پروتون-هیدروژن، به دلیل ساده بودن اتم هیدروژن و مشخصات دقیق این اتم، از جمله ویژه حالت‌های اولیه و نهایی، همواره مورد توجه فیزیک‌دانان بوده است. کارهای زیادی در زمینه برخورد یون‌های متفاوت با اتم هیدروژن صورت گرفته است. در اولین کارهای انجام شده در کانال بازچینی، اپنهایمر<sup>۱</sup> [۱] نشان داد که ضرب داخلی توابع موج اولیه و نهایی در برخوردهای پر انرژی مقدار کوچکی است، بنابراین می‌توان آن‌ها را تقریباً عمود بر هم در نظر گرفت. برینکمن و کرامرز<sup>۲</sup> [۲] با دنبال کردن کار اپنهایمر سطح مقطع انتقال الکترون را در برخورد پروتون-هیدروژن با استفاده از تقریب مرتبه اول بورن محاسبه کردند. در این کار به طور کامل از برهم‌کنش بین دو پروتون در هامیلتونی سیستم سه ذره‌ای، در قسمت اختلالی و در

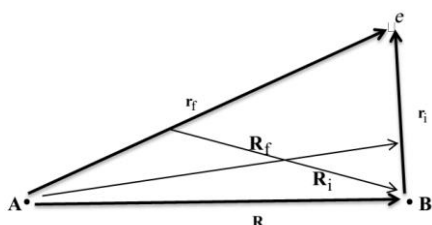
\* نویسنده مسئول: rfathi@uk.ac.ir

<sup>1</sup> Oppenheimer

<sup>2</sup> Brinkmann and Kramers

### تئوری

دستگاه مختصات برای بررسی برخورد پروتون با اتم هیدروژن در شکل ۱ رسم شده است.



شکل ۱. هندسه برخورد پروتون با اتم هیدروژن.

پروتون  $A$  بر اتم هیدروژن در حالت پایه (متشکل از الکترون و پروتون  $B$ ) فرود می‌آید. بردارهای  $R_i$  و  $R_f$  بردار موقعیت بین مرکز جرم سیستم مقید و ذره آزاد را در حالت اولیه و نهایی نشان می‌دهند. بردارهای  $R$ ،  $R_i$  و  $R_f$  به ترتیب نشان دهنده بردارهای مکان پروتون-پروتون، پروتون مقید-الکترون و پروتون پرتابی-الکترون می‌باشند. هامیلتونی در سیستم مختصات مرکز جرم سه ذره به صورت

$$H = H_0 + V \quad 1$$

نوشته می‌شود به طوری که

$$H_0 = -\frac{1}{2M_f} \nabla_{R_f}^2 - \frac{1}{2m_f} \nabla_{r_f}^2 \quad 2$$

$$V = \frac{1}{R} - \frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i}$$

می‌باشد. جرم‌های کاهش یافته ظاهر شده در روابط

به صورت

پروتون-پروتون می‌باشد که در مسائل یونیزاسیون و تهییج نادیده گرفتن این موضوع مناسب، اما در مسئله انتقال بار نامناسب بوده و ایجاد اشکال می‌نماید. سال‌ها بعد دالگارنو و بتز<sup>۳</sup> [۳]، جکسون و شیف<sup>۴</sup> [۴] مطالعه این مسئله را دوباره شروع و تأثیر باقی ماندن برهم‌کنش پروتون-پروتون را در پتانسیل اختلالی مورد توجه قرار دادند. جکسون و شیف نشان دادند که یک تداخل ویرانگر بین دامنه‌های برهم‌کنش الکترون-پروتون و پروتون-پروتون در کانال انتقال بار وجود دارد که منجر به کاهش سطح مقطع از مقدار پیشنهادی برینکمن و کرامرز می‌شود. در واقع زمانی که برهم‌کنش پروتون-پروتون در نظر گرفته شود، توافق بین تئوری و آزمایش برای برخورد پروتون و هیدروژن برای انرژی‌های بالای  $20\text{KeV}$  خوب است، حتی اگر هنوز تقریب بورن استفاده شود. در کار دیگری ماپلتون<sup>۵</sup> [۵] نشان داد که در نظر گرفتن برهم‌کنش بین هسته‌ای تأثیر قابل توجهی روی کاهش سطح مقطع در تمام انرژی‌ها دارد. تقریب دیگری که برای برخورد با این مسئله وجود دارد، و در این کار در نظر گرفته شده، این است که همچنان برهم‌کنش پروتون-پروتون را در نظر گرفته، اما این برهم‌کنش به قسمت غیر اختلالی هامیلتونی اضافه و تنها برهم‌کنش پروتون-الکترون به عنوان اختلال در نظر گرفته شود، که البته نتیجه این کار وارد کردن تابع موج کولنی به جای موج تخت در محاسبات است. در ادامه مطالبی در خصوص نظریه به کار گرفته شده بیان خواهد شد [۶-۹] و محاسبات به صورت تحلیلی مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

<sup>5</sup> Mapelton

<sup>3</sup> Bates and Dalgarno

<sup>4</sup> Jackson and Schiff

و در حالت دوم می‌توان نوشت

$$H_f = -\frac{1}{2M_f} \nabla_{R_f}^2 + \frac{1}{R} - \frac{1}{2m_f} \nabla_{r_f}^2 - \frac{1}{r_f} \quad ۷$$

$$V_f = -\frac{1}{r_i}$$

از آن جا که  $R - R_f \cong \varepsilon$  است و  $\varepsilon$  از مرتبه جرم الکترون به جرم پروتون است، می‌توان معادله ۷ را به شکل

$$H_f = -\frac{1}{2M_f} \nabla_{R_f}^2 + \frac{1}{R_f} - \frac{1}{2m_f} \nabla_{r_f}^2 - \frac{1}{r_f} \quad ۸$$

$$V_f = -\frac{1}{r_i}$$

بازنویسی کرد، که در این صورت به راحتی معادله  $(H_f - E)\phi_f = 0$  برای هر دو شکل معادله ۶ و ۸ حل خواهد شد. در صورتی که هامیلتونی به شکل معادله ۶ بازچینی شود تابع موج در کانال مورد نظر به صورت

$$\phi_f = \exp[i\mathbf{K}_f \cdot \mathbf{R}_f] \phi_f(\mathbf{r}_f) \quad ۹$$

و زمانی که به شکل رابطه ۸ بازچینی گردد تابع موج به شکل

$$\phi_f = \exp\left(-\frac{\pi}{2}\alpha\right) \Gamma(1-i\alpha) \exp[i\mathbf{K}_f \cdot \mathbf{R}_f] \quad ۱۰$$

$${}_1F_1(i\alpha, 1, -i\mathbf{K}_f \cdot \mathbf{R}_f - i\mathbf{K}_f \cdot \mathbf{R}_f) \phi_f(\mathbf{r}_f)$$

نوشته خواهد شد.  $\alpha = M_f / K_f$  پارامتر زومرفلد بوده و  $\phi_f(\mathbf{r}_f)$  نشان دهنده تابع موج سیستم مقید در حالت نهایی است که در رابطه

$$(h_f - \varepsilon_f) \phi_f(\mathbf{r}_f) = 0 \quad ۱۱$$

$$h_f = -\frac{1}{2m_f} \nabla_{r_f}^2 - \frac{1}{r_f}$$

صدق می‌کند. عناصر ماتریس گذار از حالت اولیه  $\phi_i$  به حالت نهایی  $\phi_f$  به صورت

$$m_i = m_f = \frac{Mm}{M+m} \quad ۳$$

و

$$M_i = M_f = \frac{M(M+m)}{2M+m} \quad ۴$$

تعریف می‌شوند.  $M$  جرم پروتون و  $m$  جرم الکترون است. می‌توان هامیلتونی کل را به شکل  $H = H_i + V_i = H_f + V_f$  نیز نوشت.  $(H_f)H_i$  هامیلتونی و  $(V_f)V_i$  پتانسیل‌های اختلالی در کانال ورودی (خروجی) هستند.

در مسائل پیش رو هامیلتونی نهایی در کانال خروجی به جملاتی شکسته می‌شود. هر چند می‌توان نشان داد بر روی پوسته انرژی  $E = E_i = E_f$ ، هر دو کانال ورودی و خروجی به جواب‌های یکسانی منجر می‌شوند.  $E_i$  و  $E_f$  به ترتیب انرژی کل اولیه و نهایی بوده و به شکل

$$E_i = \frac{K_i^2}{2M_i} + \varepsilon_i \quad ۵$$

$$E_f = \frac{K_f^2}{2M_f} + \varepsilon_f$$

تعریف می‌شوند که در آن  $\varepsilon_i$  و  $\varepsilon_f$  انرژی‌های زیر سیستم مقید در کانال اولیه و نهایی می‌باشند.

همچنین  $\mathbf{K}_i = M_i \mathbf{v}_i$  و  $\mathbf{K}_f = M_f \mathbf{v}_f$  به عنوان اندازه حرکت‌های نسبی اولیه و نهایی پروتون نسبت به مرکز جرم سیستم مقید معرفی می‌شوند. برای شکستن هامیلتونی در معادله ۱ می‌توان به دو صورت عمل نمود، در حالت اول:

$$H_f = -\frac{1}{2M_f} \nabla_{R_f}^2 - \frac{1}{2m_f} \nabla_{r_f}^2 - \frac{1}{r_f} \quad ۶$$

$$V_f = \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r_i}\right)$$

$$T_3 = \left\langle \exp[-\pi/2 \alpha] \Gamma(1-i\alpha) \exp[i\mathbf{K}_f \cdot \mathbf{R}_f] \left| -\frac{1}{r_i} \right| \exp[i\mathbf{K}_i \cdot \mathbf{R}_i] \right\rangle_{1F_1(i\alpha, 1, -i\mathbf{K}_f \cdot \mathbf{R}_f - i\mathbf{K}_f \cdot \mathbf{R}_f) \phi_f(\mathbf{r}_f)} \left| \phi_i(\mathbf{r}_i) \right\rangle \quad 16$$

ظاهر خواهند شد. در ادامه و برای انجام محاسبات با توجه به شکل ۱ بین بردارهای تعریف شده و نسبت‌های جرمی می‌توان روابطی را به شکل

$$\varepsilon = \frac{m}{M+m} \quad 17$$

$$\mu = \frac{M}{M+m}$$

$$\mathbf{R}_i = -\mu \mathbf{r}_i + \varepsilon \mathbf{r}_f \quad 18$$

$$\mathbf{R}_f = \mu \mathbf{r}_f - \mathbf{r}_i$$

نوشت. قسمت شعاعی تابع موج اولیه و نهایتاً ام هیدروژن در حالت پایه با روابط

$$\phi_i(r_i) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp[-r_i] \quad 19$$

$$\phi_f(r_f) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp[-r_f]$$

داده می‌شود.

با جایگزین نمودن این توابع موج در رابطه ۱۴ عناصر ماتریس گذار به صورت

$$T_1 = \frac{1}{\pi} \iint d\mathbf{r}_f d\mathbf{r}_i \exp[-i\mathbf{K}_f \cdot (\mu \mathbf{r}_f - \mathbf{r}_i)(\mathbf{r}_i)] \exp[-r_f] \left(-\frac{1}{r_i}\right) \exp[i\mathbf{K}_i \cdot (\mathbf{r}_i - \mu \mathbf{r}_f)] \exp[-r_i] \quad 20$$

ظاهر می‌شود. رابطه ۲۰ شامل دو انتگرال به صورت

$$T_1 = \frac{1}{\pi} I_1 I_1' \quad 21$$

می‌باشد. اولین انتگرال به شکل

$$T_{if} = \langle \phi_f | T | \phi_i \rangle = \langle \phi_f | V_f | \psi_i^+ \rangle \quad 12$$

تعریف می‌شود به طوری که  $\psi_i^{(+)}$  جواب معادله  $(H-E)\psi_i^{(+)} = 0$  می‌باشد.

با استفاده از تقریب بورن و این که

$$\psi_i^{(+)} = \phi_i = \exp[i\mathbf{K}_i \cdot \mathbf{R}_i] \phi_i(\mathbf{r}_i) \quad 13$$

می‌باشد می‌توان عناصر ماتریس گذار را به صورت

$$T_1 = \left\langle \exp[i\mathbf{K}_f \cdot \mathbf{R}_f] \left| -\frac{1}{r_i} \right| \exp[i\mathbf{K}_i \cdot \mathbf{R}_i] \right\rangle_{\phi_f(\mathbf{r}_f)} \left| \phi_i(\mathbf{r}_i) \right\rangle \quad 14$$

نوشت. در رابطه ۱۴ تنها برهم‌کنش پروتون-الکترون به عنوان اختلالی که فرآیند انتقال بار را توصیف می‌کند، در نظر گرفته شده و از برهم‌کنش پروتون-پروتون (برهم‌کنش‌های هسته‌ای) صرف نظر شده است. در تقریب بعدی برهم‌کنش پروتون-پروتون به عنوان برهم‌کنش هسته‌ای وارد مسأله می‌شود به طوری که عناصر ماتریس گذار به صورت

$$T_2 = \left\langle \exp[i\mathbf{K}_f \cdot \mathbf{R}_f] \left| \frac{1}{R} - \frac{1}{r_i} \right| \exp[i\mathbf{K}_i \cdot \mathbf{R}_i] \right\rangle_{\phi_f(\mathbf{r}_f)} \left| \phi_i(\mathbf{r}_i) \right\rangle \quad 15$$

نوشته می‌شود. در هر دو تقریب از تابع موج رابطه ۹ استفاده شده است. در تقریب دیگری اضافه کردن برهم‌کنش پروتون-پروتون به قسمت غیر اختلالی مسأله مورد نظر بوده و در نتیجه بازچینی هامیلتونی به شکل معادله ۸ می‌باشد و در محاسبه ماتریس گذار از تابع موج رابطه ۱۰ استفاده می‌گردد. در نتیجه عناصر ماتریس گذار در این تقریب به صورت

$$I_1 = \iint d\mathbf{r}_i \exp[-i\mathbf{r}_i \cdot (-\mathbf{K}_f + \mu\mathbf{K}_i)] \quad ۲۲$$

$$\left(\frac{-1}{r_i}\right) \exp[-r_i] = -4\pi^2 \frac{1}{(1+B^2)}$$

نوشته می‌شود که در آن

$$I_2 = \frac{1}{\pi} \iint d\mathbf{r}_i d\mathbf{r}_f \exp[-i\mathbf{K}_f \cdot (\mu\mathbf{r}_f - \mathbf{r}_i)] \exp(-r_f) \quad ۳۰$$

$$\left(\frac{1}{R}\right) \exp[\mathbf{K}_i \cdot (\mathbf{r}_f - \mu\mathbf{r}_i)] \exp(-r_i)$$

برای حل انتگرال رابطه ۳۰ از تبدیل فوریه

$$\mathbf{B} = -\mathbf{K}_f + \mu\mathbf{K}_i \quad ۲۳$$

تعریف می‌گردد. دومین انتگرال به شکل

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{|\mathbf{r}_f - \mathbf{r}_i|}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{2\pi^2} \int d\mathbf{K} \frac{\exp[-i\mathbf{K} \cdot (\mathbf{r}_f - \mathbf{r}_i)]}{K^2} \quad ۳۱$$

استفاده می‌شود. این انتگرال

$$I'_1 = \iint d\mathbf{r}_f \exp[i\mathbf{r}_f \cdot (\mathbf{K}_i - \mu\mathbf{K}_f)] \quad ۲۴$$

$$\exp[-r_f] = 8\pi \frac{1}{(1+C^2)^2}$$

است و در آن

$$I_2 = \frac{1}{2\pi^3} \iint d\mathbf{r}_i d\mathbf{r}_f \exp[-i\mathbf{K}_f \cdot (\mu\mathbf{r}_f - \mathbf{r}_i)] \exp[-r_f] \quad ۳۲$$

$$\int d\mathbf{K} \frac{\exp[-i\mathbf{K} \cdot (\mathbf{r}_f - \mathbf{r}_i)]}{K^2}$$

$$\exp[i\mathbf{K}_i \cdot (\mathbf{r}_f - \mu\mathbf{r}_i)] \exp[-r_i]$$

شامل سه قسمت خواهد بود. جواب انتگرال روی  $\mathbf{r}_i$  و  $\mathbf{r}_f$  به صورت

$$\mathbf{C} = \mathbf{K}_i - \mu\mathbf{K}_f \quad ۲۵$$

تعریف شده است. با توجه به بردارهای تعریف شده می‌توان روابط

$$I'_2 = \int d\mathbf{r}_f \exp[i\mathbf{r}_f \cdot (\mathbf{C} - \mathbf{K})] \quad ۳۳$$

$$\exp[-r_f] = \frac{8\pi}{[1+(\mathbf{C} - \mathbf{K})^2]^2}$$

و

$$B^2 = [K_f^2 + \mu^2 K_i^2 - 2\mu\mathbf{K}_i \cdot \mathbf{K}_f] \quad ۲۶$$

$$C^2 = [K_i^2 + \mu^2 K_f^2 - 2\mu\mathbf{K}_i \cdot \mathbf{K}_f] \quad ۲۷$$

را نوشت. در برخوردهای الاستیک  $|\mathbf{K}_f| = |\mathbf{K}_i| = K$  بوده و بنابراین عبارتهای ۲۶ و ۲۷ با هم برابرند. لذا ماتریس گذار در شکل نهایی به صورت

$$I''_2 = \int d\mathbf{r}_i \exp[-i\mathbf{r}_i \cdot (\mathbf{B} - \mathbf{K})] \quad ۳۴$$

$$\exp[-r_i] = \frac{8\pi}{[1+(\mathbf{B} - \mathbf{K})^2]^2}$$

درمی‌آید و در نتیجه رابطه ۳۲ به صورت

$$T_1 = \frac{-32\pi}{(1+B^2)^3} \quad ۲۸$$

درمی‌آید. برای محاسبه ماتریس گذار در تقریب دوم یعنی  $T_2$ ، چنانچه از رابطه ۱۵ مشخص است  $T_2$  شامل دو جمله می‌باشد که عبارتند از

$$I_2 = \frac{32}{\pi} \int \frac{d\mathbf{K}}{K^2} \frac{1}{[1+(C-K)^2]^2} \frac{1}{[1+(B-K)^2]^2} \quad ۳۵$$

$$T_2 = T_1 + I_2 \quad ۲۹$$

$$I_2 = 32\pi \int_0^1 dx x(1-x) \left[ \frac{2}{(1+B^2)^3 (1+x(1-x)\omega)^{1/2}} + \frac{1}{(1+B^2)^2 (1+x(1-x)\omega)^{3/2}} + \frac{3/4}{(1+B^2)(1+x(1-x)\omega)^{5/2}} \right] = 32\pi \left[ \frac{1}{(1+B^2)^3} J_1 + \frac{1}{(1+B^2)^2} J_2 + \frac{1}{(1+B^2)} J_3 \right] \quad 41$$

نوشته می شود.

جمله اول انتگرال رابطه 41 به شکل

$$J_1 = \int_0^1 dx \frac{-2(x - \frac{1}{2})^2}{\sqrt{\omega} [(\frac{1}{\omega} + \frac{1}{4}) - (x - \frac{1}{2})^2]^{1/2}} + \int_0^1 dx \frac{\frac{1}{2}}{\sqrt{\omega} [(\frac{1}{\omega} + \frac{1}{4}) - (x - \frac{1}{2})^2]^{1/2}} \quad 42$$

قابل محاسبه است. با انتخاب تغییر متغیرهای مناسب

$$(x - \frac{1}{2}) = a \sin \theta \quad 43$$

$$a^2 = (\frac{1}{\omega} + \frac{1}{4})$$

انتگرال رابطه 42 به صورت

$$J_1 = \int_0^1 \frac{-2a^2 \sin^2 \theta d\theta}{\sqrt{\omega} [a^2 - a^2 \sin^2 \theta]^{1/2}} + \int_0^1 \frac{d\theta}{2\sqrt{\omega}} \quad 44$$

نمایش داده می شود.

با حل انتگرال 44 و انتخاب

$$\theta = \tan^{-1} (x - \frac{1}{2}) / \sqrt{a^2 - (x - \frac{1}{2})^2}$$

$I_1$ ، نتیجه

ساده شده و با استفاده از انتگرال فاینمن<sup>6</sup> [10]

$$(ab)^2 = \int_0^1 \frac{6x(1-x)}{[ax + b(1-x)]^4} dx$$

بازنویسی کرد

$$I_2 = \int_0^1 dx 6x(1-x) \int \frac{dK}{K^2(K^2 + \Delta - 2K \cdot q)^4} \quad 36$$

به طوری که

$$\Delta = 1 + B^2 \quad 37$$

$$q = Cx + B(1+x)$$

است. از طرفی می توان نوشت

$$\int \frac{dK}{K^2(K^2 + \Delta - 2K \cdot q)^4} = \frac{1}{6} \frac{\partial^2}{\partial \Delta^2} \int \frac{dK}{K^2(K^2 + \Delta - 2K \cdot q)^2} = \frac{1}{6} \frac{\partial^2}{\partial \Delta^2} \left[ \frac{\pi^2}{\Delta} \frac{1}{(\Delta - q^2)^{1/2}} \right] \quad 38$$

بنابراین ماتریس گذار به شکل

39

$$I_2 = 32\pi \int_0^1 dx x(1-x) \left[ \frac{2}{\Delta^3 (\Delta - q^2)^{1/2}} + \frac{1}{\Delta^2 (\Delta - q^2)^{3/2}} + \frac{3}{4} \frac{1}{\Delta (\Delta - q^2)^{5/2}} \right]$$

بازنویسی می شود. با استفاده از تعاریف

$$(\Delta - q^2) = 1 + x(1-x)\omega \quad 40$$

$$\omega = (C - B)^2$$

انتگرال 39 به صورت

تعریف نمائیم، با در نظر گرفتن تبدیل فوریه تابع  $\varphi_f(r_f)$  به شکل

$$\frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp[-r_a] = \pi^{-5/2} \int dk \frac{\exp[-i\mathbf{K} \cdot \mathbf{r}_a]}{(1+K^2)^2} \quad ۵۰$$

محاسبه  $T_3$  ساده تر خواهد شد به طوری که داریم

$$T_3 = \exp[-\frac{\pi}{2}\alpha] \Gamma(1+i\alpha) \iint d\mathbf{r} d\mathbf{R} F_c^*(\mathbf{K}_f, \mathbf{R}_f) \pi^{-5/2} \int d\mathbf{K} \frac{\exp[-i\mathbf{K} \cdot \mathbf{r}_f]}{(1+K^2)^2} \frac{1}{r_i} \exp[i\mathbf{K} \cdot \mathbf{R}_i] \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp[-r_i]$$

با استفاده از روابط

$$\mathbf{R}_i = \frac{1}{\mu} \mathbf{R}_f + \frac{r_i}{\mu} (1-\mu^2) \rightarrow d\mathbf{r}_i d\mathbf{R}_i = \frac{1}{\mu^3} d\mathbf{r}_i d\mathbf{R}_f \quad ۵۲$$

$$\mathbf{r}_f = \frac{1}{\mu} (\mathbf{R}_f + \mathbf{r}_i) \rightarrow d\mathbf{r}_f d\mathbf{R}_f = \frac{1}{\mu^3} d\mathbf{r}_i d\mathbf{R}_f \quad ۵۳$$

و در نظر گرفتن  $r_i$  و  $\mathbf{R}_f$  به عنوان متغیرهای انتگرال، انتگرال رابطه ۵۱ بر روی  $r_i$  به شکل

$$\int d\mathbf{r}_i \left( \frac{1}{r_i} \right) \exp\left[ \frac{r_i}{\mu} \cdot (i\mathbf{K}_i (1-\mu^2) - \mathbf{K}) \right] \exp[-r_i] \quad ۵۴$$

$$= \frac{4\pi}{(1 + |(\mathbf{K} - \mathbf{K}_i (\mu^2 - 1))^2 / \mu^2|)}$$

قابل انجام است. برای محاسبه انتگرال روی  $\mathbf{K}$  با استفاده از انتگرال فاینمن

$$a^{-2} b^{-1} = 2 \int_0^1 \frac{xdx}{[ax + b(1-x)]^3}$$

می توان به رابطه

$$J_1 = \frac{1}{\omega} + \frac{\omega-4}{2\sqrt{\omega^3}} \tan^{-1} \frac{\sqrt{\omega}}{2} \quad ۴۵$$

به دست می آید. با حل مابقی جملات به روش اشاره شده رابطه نهایی را به شکل

$$I_2 = 32\pi \left[ \frac{1}{(1+B^2)^3} \left\{ \frac{1}{\omega} + \frac{\omega-4}{2\sqrt{\omega^3}} \tan^{-1} \frac{\sqrt{\omega}}{2} \right\} + \frac{1}{(1+B^2)^2} \left\{ \frac{2}{\sqrt{\omega^3}} \tan^{-1} \frac{\sqrt{\omega}}{2} - \frac{4}{\omega(4+\omega)} \right\} + \frac{1}{(1+B^2)} \frac{2}{(4+\omega)^2} \right]$$

می توان برای رابطه ۳۹ نوشت.

در نتیجه برای  $T_2$  رابطه

$$T_2 = 32\pi \left[ \frac{1}{(1+B^2)^3} \left\{ \frac{1}{\omega} + \frac{\omega-4}{2\sqrt{\omega^3}} \tan^{-1} \frac{\sqrt{\omega}}{2} \right\} + \frac{1}{(1+B^2)^2} \left\{ \frac{2}{\sqrt{\omega^3}} \tan^{-1} \frac{\sqrt{\omega}}{2} - \frac{4}{\omega(4+\omega)} \right\} + \frac{1}{(1+B^2)} \frac{2}{(4+\omega)^2} \right] + \frac{-32\pi}{(1+B^2)^3} \quad ۴۷$$

به شکل نهایی به دست می آید. برای محاسبه ماتریس گذار در تقریب سوم یعنی  $T_3$  از معادله ۱۶ استفاده خواهیم نمود در این صورت

$$T_3 = \exp[-\frac{\pi\alpha}{2}] \Gamma(1+i\alpha) \int d\mathbf{r} d\mathbf{R} \exp[-i\mathbf{K}_f \cdot \mathbf{R}_f] \quad ۴۸$$

$${}_1F_1(-i\alpha, 1, i\mathbf{K}_f \mathbf{R}_f + i\mathbf{K}_f \cdot \mathbf{R}_f)$$

$$\varphi_f(r_f) \left( -\frac{1}{r_i} \right) \exp[i\mathbf{K}_i \cdot \mathbf{R}_i] \varphi_i(r_i)$$

بوده و اگر تابع  $F_c(\mathbf{K}_f, \mathbf{R}_f)$  را به صورت

$$F_c(\mathbf{K}_f, \mathbf{R}_f) = \exp[-i\mathbf{K}_f \cdot \mathbf{R}_f] {}_1F_1(i\alpha, 1, -i\mathbf{K}_f \mathbf{R}_f - i\mathbf{K}_f \cdot \mathbf{R}_f) \quad ۴۹$$

$$\int d\mathbf{r} \exp[-\lambda r + i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}] {}_1F_1(-i\alpha, 1, i\mathbf{p}r + i\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}) = \quad 60$$

$$2\pi \frac{d}{d\lambda} \left[ \frac{1}{2} (q^2 + \lambda^2) \right]^{-i\alpha-1}$$

$$\left[ \mathbf{p} \cdot \mathbf{q} - i\lambda p + \frac{1}{2} (q^2 + \lambda^2) \right]^{i\alpha}$$

را نوشت. در نهایت رابطه

$$T_3 = \frac{4\pi}{\mu^6} \exp\left[-\frac{\pi}{2}\alpha\right] \Gamma(1+i\alpha) \quad 61$$

$$\int_0^1 x dx \frac{1}{g^3 \lambda} \frac{d}{d\lambda} \frac{1}{\lambda} \frac{d}{d\lambda} \left\{ \frac{1}{2} (q^2 + \lambda^2) \right\}^{-i\alpha-1}$$

$$\{\mathbf{K}_f \cdot \mathbf{q} - i\lambda K_f + \frac{1}{2} (q^2 + \lambda^2)\}^{i\alpha}$$

را برای ماتریس گذار  $T_3$  به دست خواهیم آورد که به راحتی و با کامپیوترهای شخصی قابل انجام است.

سطح مقطع دیفرانسیلی از رابطه

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\mu}{2\pi}\right)^2 \frac{K_f}{K_i} |T|^2 \quad 62$$

محاسبه می‌گردد و با انتگرال گیری روی زاویه فضایی می‌توان سطح مقطع کل را به دست آورد. در ادامه سطح مقطع جزئی و کل را برای هر سه تقریب  $T_1$ ،  $T_2$  و  $T_3$  به دست آورده و با نتایج در دسترس تئوری و تجربی مقایسه نموده‌ایم.

## نتایج

در این قسمت نتایج به دست آمده از محاسبات به صورت منحنی رسم شده و در خصوص آن‌ها بحث گردیده است. در شکل‌های ۲، ۳ و ۴ سطح مقطع جزئی پراکندگی پروتون از اتم هیدروژن در سیستم مرکز جرم

$$\int d\mathbf{K} \frac{\exp[i\mathbf{K} \cdot \mathbf{R}_f / \mu]}{(1+K^2)^2 (1+|(\mathbf{K} - \mathbf{K}_i)(\mu^2 - 1)|^2 / \mu^2)} = \quad 55$$

$$\frac{2}{g^3} \int_0^1 x dx \int d\mathbf{K} \frac{\exp[i\mathbf{K} \cdot \mathbf{R}_f / \mu]}{[(\mathbf{K} - \mathbf{K}_o)^2 + \eta^2]^3}$$

دست یافت که در آن

۵۶

$$g = x + \frac{1}{\mu^2}(1-x)$$

$$\mathbf{K}_o = \left( \frac{(\mu^2 - 1)(1-x)}{x\mu^2 + (1-x)} \right) \mathbf{K}_i$$

$$\eta^2 = \frac{\mu^2 + (\mu^2 - 1)(1-x)K_i^2}{1+x(\mu^2 - 1)} - \frac{(\mu^2 - 1)^2(1-x)^2}{(x\mu^2 + (1-x))^2} K_i^2$$

است. انتگرال رابطه ۵۵ را می‌توان به صورت تحلیلی و با استفاده از

$$\int d\mathbf{K} \frac{\exp[i\mathbf{K} \cdot \mathbf{R}_f / \mu]}{((\mathbf{K} - \mathbf{K}_o)^2 + \eta^2)^3} = \quad 57$$

$$\exp[i\mathbf{K}_o \cdot \mathbf{R}_f / \mu] \left( -\frac{\pi^2}{4\eta} \frac{d}{d\eta} \left( \frac{\exp[-\eta R_f / \mu]}{\eta} \right) \right)$$

محاسبه نمود. در نتیجه ماتریس گذار در تقریب سوم به شکل

$$T_3 = \exp\left[-\frac{\pi}{2}\alpha\right] \Gamma(1+i\alpha) \frac{-2}{\mu^6} \int_0^1 \frac{x dx}{g^3} \int d\mathbf{R}_f \quad 58$$

$$\exp[-i\mathbf{K}_f \cdot \mathbf{R}_f] {}_1F_1(-i\alpha; 1; i\mathbf{K}_f \mathbf{R}_f + i\mathbf{K}_f \cdot \mathbf{R}_f)$$

$$\exp[i\mathbf{K}_o \cdot \mathbf{R}_f / \mu] \frac{\mu}{\eta} \frac{d}{d\eta} \left( \frac{\exp(-\eta R_f / \mu)}{\eta / \mu} \right)$$

ظاهر می‌شود به طوری که

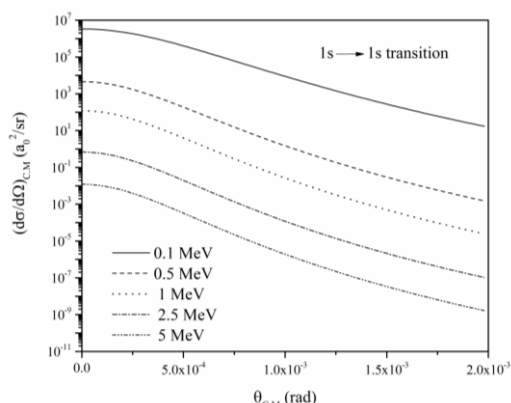
$$\lambda = \eta / \mu \quad 59$$

$$\mathbf{q} = (\mathbf{K}_i + \mathbf{K}_o) / \mu - \mathbf{K}_f$$

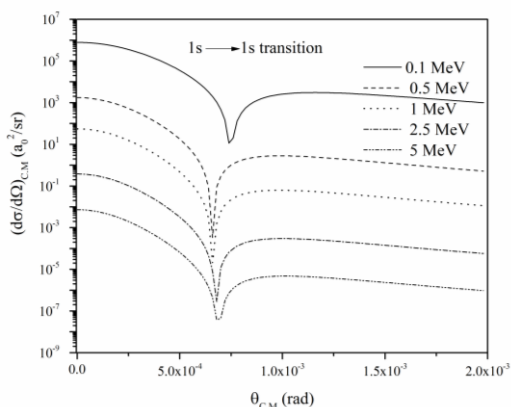
می‌باشند. با استفاده از یکی از انواع انتگرال نوردسیک<sup>۷</sup>

[۱۱] می‌توان رابطه





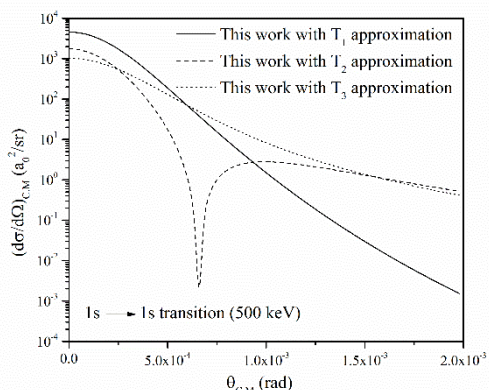
شکل ۲. مقایسه سطح مقطع جزئی محاسبه شده در کانال انتقال بار در برخورد پروتون با اتم هیدروژن برای ۵ انرژی متفاوت با استفاده از ماتریس گذار  $T_1$ .



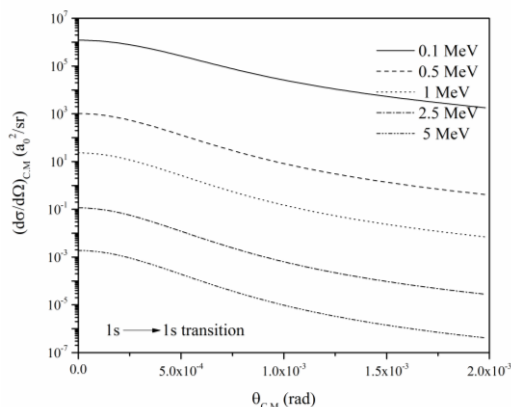
شکل ۳. مقایسه سطح مقطع جزئی محاسبه شده در کانال انتقال بار در برخورد پروتون با اتم هیدروژن برای ۵ انرژی متفاوت با استفاده از ماتریس گذار  $T_2$ .

همان‌طور که از شکل ۳ مشخص می‌شود در محاسبه سطح مقطع جزئی با تقریب دوم کاهش تندی که ناشی از تداخل دامنه‌های جزئی مربوط به برهم‌کنش‌های جاذبه و دافعه است در همه منحنی‌ها مشاهده می‌شود. زوایایی که در آن این کاهش رخ می‌دهد به زاویه تاریک معروف است. این زاویه با افزایش انرژی فرودی به سمت مقادیر کوچک‌تر حرکت می‌کند.

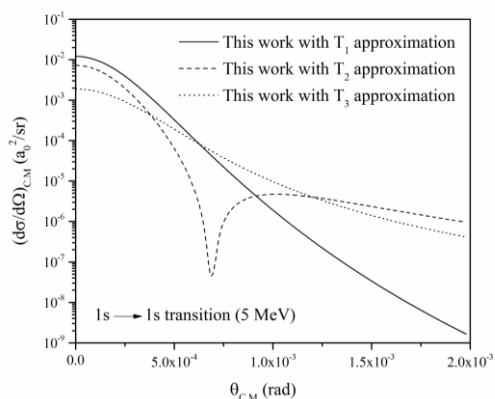
برای گذار  $1s \rightarrow 1s$  در پنج انرژی برخوردی متفاوت ۱۰۰ کیلو الکترون ولت تا ۵ مگا الکترون ولت برای هر سه تقریب برحسب زاویه پراکندگی در مختصات مرکز جرم رسم شده است. نتایج محاسبات در تقریب اول نشان می‌دهند که در زوایای بزرگ پراکندگی کاهش سطح مقطع جزئی سریع اتفاق می‌افتد و این امر در انرژی‌های بزرگ برخورد کاملاً به چشم می‌خورد. این مسأله در مورد دو تقریب دیگر کم‌تر دیده می‌شود و این نشان می‌دهد که مکانیسم اصلی برخورد در انرژی و زوایای بزرگ پراکندگی بر عهده برهم‌کنش هسته‌ای است که در تقریب اول از آن صرف‌نظر شده است. از طرفی مشاهده می‌شود که نتایج مربوط به تقریب اول در زوایای کوچک پراکندگی بالای نتایج دو تقریب دیگر قرار می‌گیرد و بیانگر این مطلب می‌باشد که در نظر گرفتن برهم‌کنش بین دو پروتون فاز مخربی را در مقابل جمله الکترونی ایجاد نموده و این مسأله باعث کاهش سطح مقطع جزئی می‌شود. نکته قابل توجه دیگری که در منحنی شکل‌های ۲، ۳ و ۴ دیده می‌شود این است که با افزایش انرژی برخورد و در زوایای کوچک پراکندگی نتایج مربوط به تقریب‌های  $T_1$  و  $T_2$  به هم نزدیک می‌شوند و در خصوص سطح مقطع کل نتایج خوبی را در مقایسه با کارهای دیگر ارائه می‌دهند. این امر نشان می‌دهد که استفاده از موج تخت در مقایسه با موج کولنی در انرژی‌های بزرگ برخورد و در کانال انتقال بار تقریب بهتری است و مکانیسم اصلی پراکندگی در زوایای کوچک پراکندگی مربوط به برهم‌کنش الکترونی است.



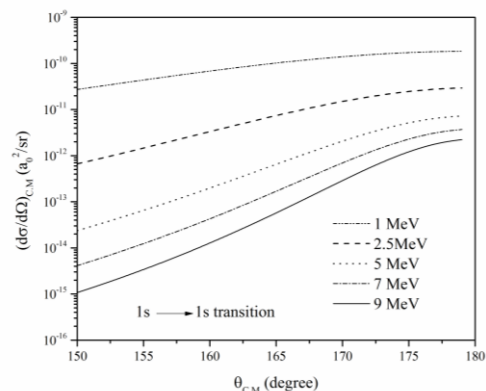
شکل ۵. مقایسه سطح مقطع جزئی محاسبه شده در کانال انتقال بار در برخورد پروتون با اتم هیدروژن برای سه تقریب  $T_1$ ،  $T_2$  و  $T_3$  در انرژی فرودی ۵۰۰ کیلو الکترون ولت.



شکل ۴. مقایسه سطح مقطع جزئی محاسبه شده در کانال انتقال بار در برخورد پروتون با اتم هیدروژن برای ۵ انرژی متفاوت با استفاده از ماتریس گذار  $T_3$ .

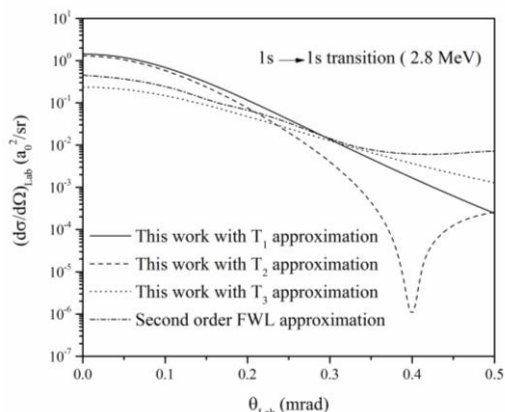


شکل ۶. مقایسه سطح مقطع جزئی محاسبه شده در کانال انتقال بار در برخورد پروتون با اتم هیدروژن برای سه تقریب  $T_1$ ،  $T_2$  و  $T_3$  در انرژی فرودی ۵ مگا الکترون ولت.



شکل ۷. مقایسه سطح مقطع جزئی محاسبه شده با تقریب  $T_2$  و در کانال انتقال بار در برخورد پروتون با اتم هیدروژن برای ۵ انرژی مختلف در زوایای بزرگ پراکندگی و در گذار  $1s \rightarrow 1s$ .

شکل‌های ۵ و ۶ برای تأکید بیشتر در خصوص نتایج مشاهده شده از محاسبات حاضر در سه تقریب مورد نظر و در دو انرژی ۵۰۰ کیلو الکترون ولت و ۵ مگا الکترون ولت رسم شده است. در بررسی فرآیند انتقال بار و در برخورد پروتون با اتم هیدروژن و گذار  $1s \rightarrow 1s$  همواره زوایای کوچک پراکندگی مد نظر بوده است و بیشترین سهم سطح مقطع کل پراکندگی به این زوایا اختصاص داشته است. به نظر می‌رسد که با افزایش زاویه پراکندگی سطح مقطع جزئی کاهش یابد ولی همان‌طور که شکل ۷ مشخص است در زوایای بزرگ پراکندگی و به‌خصوص در زوایای نزدیک  $180^\circ$  درجه با افزایش انرژی برخورد، رشد سریعی در خصوص سطح مقطع جزئی به چشم می‌خورد.

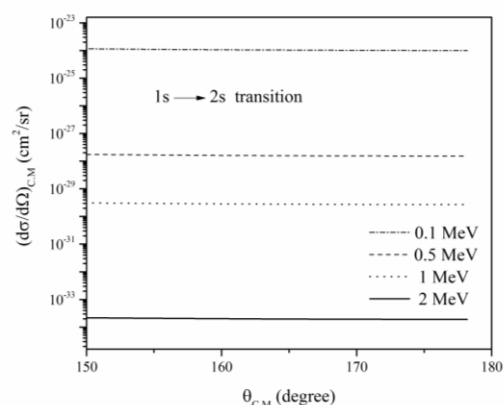


شکل ۹. مقایسه سطح مقطع‌های جزئی محاسبه شده در کانال انتقال بار و در برخورد پروتون با اتم هیدروژن و در گذار  $1s \rightarrow 1s$  با سه تقریب محاسبه شده در کار حاضر و کار تئوری مرجع [۱۲] در انرژی فرودی ۲٫۸ مگا الکترون ولت.

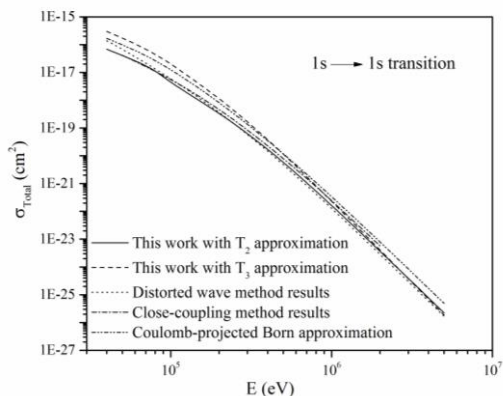
در شکل‌های ۹ و ۱۰ نتایج سه تقریب کار حاضر با نتایج تقریب مرتبه دوم فادیف-واتسون-لاولیس مقایسه گردیده است. لازم به ذکر است که در این تقریب مرتبه دوم از ماتریس گذار به جای پتانسیل‌های برهم‌کنش استفاده می‌شود و یک روش اختلالی تعمیم یافته است و محاسبات آن بسیار پیچیده‌تر از روش کار حاضر می‌باشد ولی منحنی‌ها در توافق خوبی با یکدیگر هستند به‌خصوص در شکل ۹ مشاهده می‌شود که منحنی تقریب مرتبه دوم فادیف-واتسون-لاولیس به منحنی کار حاضر با تقریب  $T_3$  بسیار نزدیک است و اختلاف به‌وجود آمده در زاویه نزدیک نیم میلی رادیان مربوط به پدیده توماس می‌باشد که به دلیل تقریب مرتبه اول بودن محاسبات کار حاضر این پدیده در منحنی‌های این کار دیده نمی‌شود. پدیده توماس با افزایش انرژی همان‌طور که در شکل ۱۰ دیده می‌شود مشهودتر است. البته با افزایش انرژی برخورد نتایج تقریب مرتبه دوم فادیف-واتسون-لاولیس از نتایج تقریب  $T_3$  دور می‌گردد و به نتایج دو تقریب دیگر به‌خصوص تقریب

بنابراین این مسأله نباید در انرژی‌های بزرگ برخورد و به‌خصوص انرژی‌های نسبیتی نادیده گرفته شود. توجیه کلاسیکی این پدیده همان برخورد مستقیم دو ذره، با جرم‌های یکسان و به‌صورت کشسان است که این بار در قالب یک فرمول‌بندی کوانتومی و در مبحث پراکندگی ظاهر شده است این پدیده فیزیکی به برخورد رودرو معروف است. باید دقت شود که این پدیده فقط در گذار  $1s \rightarrow 1s$  قابل مشاهده می‌باشد که معادل یک برخورد کشسان در برخورد پروتون با اتم هیدروژن و در کانال انتقال بار است.

همان‌طور که از شکل ۸ مشخص است پدیده برخورد رودرو در گذار  $1s \rightarrow 2s$  مشاهده نمی‌شود و از نظر فیزیکی نیز درست است زیرا این گذار به‌عنوان یک برخورد کشسان محسوب نمی‌گردد و در زوایای بزرگ پراکندگی همان‌طور که مشخص است سطح مقطع جزئی به کندی تغییر می‌کند به گونه‌ای که از تغییرات آن می‌توان صرف‌نظر کرد.



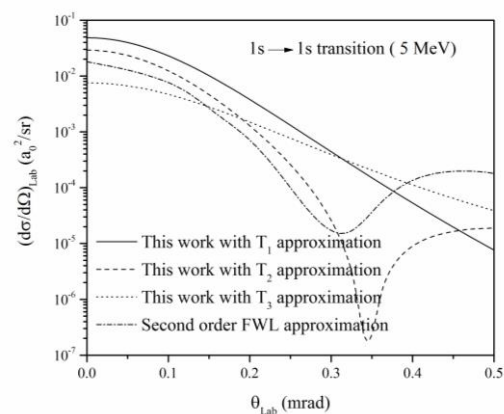
شکل ۸. مقایسه سطح مقطع جزئی محاسبه شده با تقریب  $T_2$  در کانال انتقال بار در برخورد پروتون با اتم هیدروژن برای ۵ انرژی مختلف در زوایای بزرگ پراکندگی و در گذار  $1s \rightarrow 2s$ .



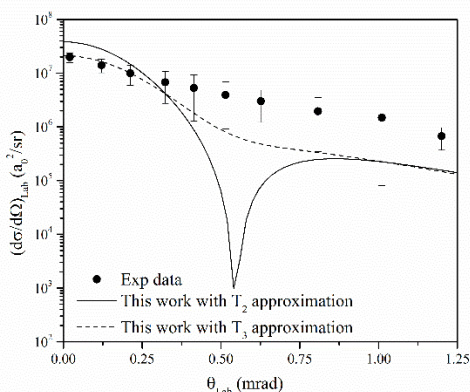
شکل ۱۱. مقایسه سطح مقطع کل محاسبه شده در کار حاضر با تقریب‌های  $T_2$  (خط توپر) و  $T_3$  (خط چین) با کارهای تئوری موج واپیچیده (نقطه چین) [۱۴]، جفت شدگی نزدیک (خط-نقطه چین) [۱۵] و کار تئوری تقریب کولمب-بورن (خط-نقطه چین) [۱۶] در گذار  $1s \rightarrow 1s$  و در برخورد پروتون با اتم هیدروژن در کانال انتقال بار.

در شکل ۱۱ سطح مقطع کل محاسبه شده در کار حاضر در دو تقریب  $T_2$  و  $T_3$  با نتایج کارهای تئوری موج واپیچیده، جفت شدگی نزدیک و تقریب کولمب-بورن مقایسه شده است. نتایج به دست آمده در توافق بسیار خوبی با سایر نتایج به خصوص در انرژی‌های بزرگ برخورد برای تقریب  $T_2$  و در انرژی‌های میانی برای تقریب  $T_3$  است. به نظر می‌رسد که در محدوده انرژی مورد بحث که انرژی بالا می‌باشد تقریب  $T_2$  به نتایج بهتری منجر شده به علاوه این تقریب پدیده برخورد رو در رو را نیز در زوایای بزرگ پراکندگی توجیه می‌کند و بنابراین تقریب فیزیکی بهتری بوده و قابل استناد در انرژی‌های بالای برخورد است. هرچند به دلیل تقریب مرتبه اول بودن محاسبات دارای ضعف‌هایی نیز می‌باشد که از جمله آن‌ها دیده نشدن پدیده توماس در تقریب  $T_2$  به دلیل مرتبه دوم بودن این پدیده است.

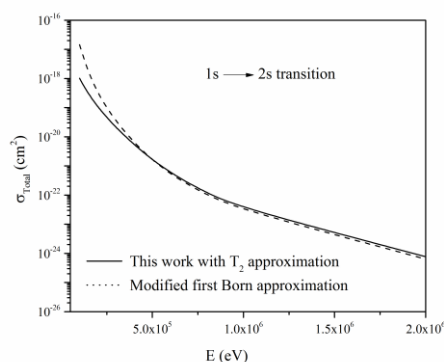
$T_2$  نزدیک‌تر می‌شود. این امر حاکی از این است که در نظر گرفتن موج تخت به عنوان تابع موج پرتابه و ذره پراکنده شده در انرژی‌های بزرگ برخورد تقریب مناسب‌تری به جای تقریب موج کولنی در کانال انتقال بار است. به نظر می‌رسد که اگر برای زوایای بزرگ‌تر تقریب مرتبه دوم فادیف-واتسون-لاولیس نتایج وجود می‌داشت، شاهد توافق بهتری برای این نتایج با نتایج کار حاضر در تقریب‌های  $T_2$  و  $T_3$  نسبت به تقریب اول می‌بودیم زیرا این دو تقریب برهم‌کنش هسته‌ای را شامل می‌شوند. نتایج به دست آمده در شکل‌های ۹ و ۱۰ را می‌توان با نتایج مرجع [۱۳] نیز مقایسه نمود که آن نیز در چارچوب فرمول‌بندی فادیف انجام پذیرفته است. چون تفاوت چندانی بین نتایج مرجع [۱۲] و [۱۳] وجود ندارد از آوردن مجدد آن صرف نظر کرده‌ایم. لازم به ذکر است که نتایج تئوری مرجع [۱۳] در خصوص سطح مقطع دیفرانسیلی با نتایج تجربی به دست آمده در دو انرژی ذکر شده در شکل‌های ۹ و ۱۰ همخوانی خوبی دارد.



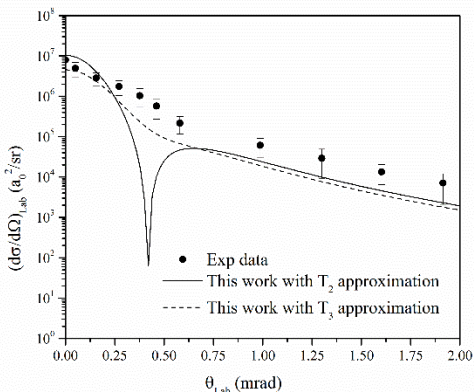
شکل ۱۰. مقایسه سطح مقطع‌های جزئی محاسبه شده در کانال انتقال بار و در برخورد پروتون با اتم هیدروژن و در گذار  $1s \rightarrow 1s$  با سه تقریب محاسبه شده در کار حاضر و کار تئوری مرجع [۱۲] در انرژی فرودی ۵ مگا الکترون ولت.



شکل ۱۲. مقایسه سطح مقطع کل محاسبه شده در کار حاضر با تقریب  $T_2$  (خط توپر) با کار تئوری مرجع [۱۷] (خط چین) در گذار  $1s \rightarrow 2s$  و در برخورد پروتون با اتم هیدروژن در کانال انتقال بار. مقایسه سطح مقطع‌های جزئی محاسبه شده در کانال  $1s \rightarrow 1s$  با تقریب‌های  $T_2$  (خط توپر) و  $T_3$  (خط چین) در کار حاضر و کار تجربی مرجع [۱۸] (دایره توپر) در انرژی فرودی ۲۵ کیلو الکترون ولت.



شکل ۱۳. مقایسه سطح مقطع کل محاسبه شده در کار حاضر با تقریب  $T_2$  (خط توپر) با کار تئوری مرجع [۱۷] (خط چین) در گذار  $1s \rightarrow 2s$  و در برخورد پروتون با اتم هیدروژن در کانال انتقال بار.



شکل ۱۴. مقایسه سطح مقطع‌های جزئی محاسبه شده در کانال انتقال بار و در برخورد پروتون با اتم هیدروژن و در گذار  $1s \rightarrow 1s$  با تقریب‌های  $T_2$  (خط توپر) و  $T_3$  (خط چین) در کار حاضر و کار تجربی مرجع [۱۸] (دایره توپر) در انرژی فرودی ۶۰ کیلو الکترون ولت.

برای تأکید بر این نکته که تقریب  $T_2$  در محاسبات انرژی‌های بالا قابل استناد می‌باشد بار دیگر محاسبات با این تقریب ولی برای گذار  $1s \rightarrow 2s$  انجام شده و نتایج سطح مقطع کل آن در شکل ۱۲ رسم شده و با نتایج کار تئوری مرجع [۱۷] مقایسه گردیده است. مقایسه صحت و دقت محاسبات انجام شده توسط تقریب  $T_2$  را در انرژی‌های بالا مشخص می‌سازد. در شکل‌های ۱۳، ۱۴ و ۱۵ نتایج سطح مقطع دیفرانسیلی در گذار  $1s \rightarrow 1s$  در کار حاضر در دو تقریب  $T_2$  و  $T_3$  با نتایج کار تجربی مرجع [۱۸] مقایسه شده است.

می‌انجامد به راحتی و با محاسبات عددی ساده و با کامپیوترهای شخصی قابل انجام می‌باشد. همان‌طور که در شکل ۱۶ دیده می‌شود نتایج تقریب  $T_3$  در انرژی‌های میانی برخورد به نتایج خوبی در خصوص سطح مقطع کل در مقایسه با داده‌های تجربی منجر شده است. با افزایش انرژی برخورد نتایج این تقریب از داده‌های تجربی دور می‌شود و تقریب  $T_2$  به عنوان تقریب بهتری در انرژی‌های بالا جایگزین آن می‌گردد.

### مرجع‌ها

[1] J. R. Oppenheimer, On the quantum theory of the capture of electrons, *Physical Review* 31 (1928) 349-356.

[2] H. C. Brinkman, H. A. Kramers, Zur theorie der einfangung von elektrone durch  $\alpha$ -Teilchen, *Proceeding of the physical Society Amsterdam* 33 (1930) 973-984.

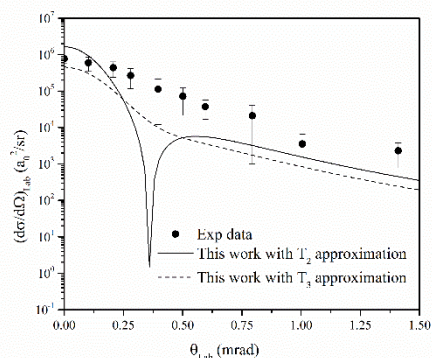
[3] D. R. Bates, A. Dalgarno, Electron Capture I: Resonance Capture from Hydrogen Atoms by Fast Protons, *Proceeding of the physical Society A* 65 (1952) 919-925.

[4] J. D. Jackson, H. Schiff, Electron Capture by Protons Passing through Hydrogen, *Physical Review* 89 (1953) 359-365.

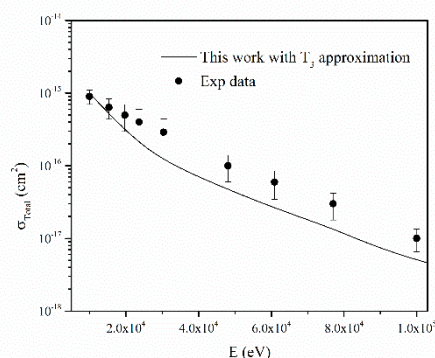
[5] R. A. Mapelton, Electron Capture from Atomic Hydrogen by Protons, *Physical Review* 126 (1962) 1477-1480.

[6] S. Geltman, A high energy approximation: I. Proton-hydrogen charge transfer, *Journal of Physic B: Atomic, Molecular and Optical Physics* 4 (1971) 1288-1298.

[7] M. Kleber, M. A. Nagarajan, Charge transfer in high-energy atomic collisions, *Journal of Physic B: Atomic, Molecular and Optical Physics* 8 (1975) 643-648.



شکل ۱۵. مقایسه سطح مقطع‌های جزئی محاسبه شده در کانال انتقال بار و در برخورد پروتون با اتم هیدروژن و در گذار  $1s \rightarrow 1s$  با تقریب‌های  $T_2$  (خط توپر) و  $T_3$  (خط چین) در کار حاضر و کار تجربی مرجع [۱۸] (دایره توپر) در انرژی فرودی ۱۲۵ کیلو الکترون ولت.



شکل ۱۶. مقایسه سطح مقطع کل محاسبه شده در کانال انتقال بار و در برخورد پروتون با اتم هیدروژن و در گذار  $1s \rightarrow 1s$  با تقریب  $T_3$  (خط توپر) در کار حاضر و کار تجربی مرجع [۱۹] (دایره توپر) در انرژی‌های میانی.

منحنی‌ها نشان می‌دهند که در انرژی‌های میانی نتایج تقریب  $T_3$  به نتایج تجربی به‌خصوص در زوایای کوچک پراکندگی که بیشترین سهم را در سطح مقطع کل دارند بسیار نزدیک است و برخلاف تقریب  $T_2$  که در انرژی‌های بزرگ پراکندگی نتایج خوبی را به همراه دارد در این محدوده انرژی نتایج تقریب موج کولنی قابل استنادتر است و یکی از موفقیت‌های کار حاضر به شمار می‌رود و برخلاف تئوری‌های پیچیده‌ای که در انرژی‌های میانی و با محاسبات دشوار به نتیجه

- [17] Dz. Belcik, S. Saini, H. S. Taylor, Electron capture by protons from the K shell of H and Ar, *Journal of Physics D: Applied Physics* 3 (1986) 59-67.
- [18] E. O. Alt, A. S. Kadyrov, A. M. Mukhamedzhanov, Three-body approach to proton-hydrogen charge exchange and elastic scattering, *Physical Review A* 60 (1999) 314-322.
- [19] G. W. McClure, Electron transfer in Proton-Hydrogen-Atom collision 2-117 keV, *Physical Review* 148 (1966) 47-54.
- [8] A. M. Halpern, Inner-shell charge transfer in a distorted-wave eikonal approximation using the asymptotic interaction, *Physical Review A* 15 (1977) 619-630.
- [9] O. Glebocki, A. M. Halpern, Angular distribution in proton-hydrogen charge-transfer collisionse, *Physical Review A* 16 (1977) 981-985.
- [10] R. P. Feynman, Space-Time Approach to Quantum Electrodynamics, *Physical Review* 76 (1949) 769-789.
- [11] A. Nordsieck, Reduction of an Integral in the Theory of Bremsstrahlung, *Atomic Data and Nuclear Data Tables* 51(1992) 59-150.
- [12] P. S. Vinitzky, Yu. V. Popov, Fast proton-hydrogen charge exchange reaction at small scattering angles, *Physical Review A* 71 (2005) 012706.
- [۱۳]. ا. قنبری، م. آ. بلوری زاده، محاسبه سطح مقطع جزئی انتقال حالت به حالت بار به روش فادیف، *مجله پژوهش فیزیک*، جلد ۳، شماره ۳ زمستان ۱۳۸۱، ۲۳۳-۲۴۵.
- [14] Dz. Belcik, R. Gayet, A. Salin, Cross section for electron capture from atomic hydrogen by fully stripped ions, *Atomic Data and Nuclear Data Tables* 51(1992) 59-150.
- [15] A. S. Kadyrov, I. Bray, A. T. Stelbovics, On-shell coupled-channel approach to proton-hydrogen collisions without partial-wave expansion, *Physical Review A* 73 (2006) 012710.
- [16] M. Lal, A. N. Tripathi, M. K. Srivastava, Total charge transfer cross-sections for protons colliding with hydrogen atom, *Pramana* 17, No 2 (1981) 197-201.

# Calculating differential and total cross section for electron capture from atomic hydrogen by proton impact with first-order interaction approximation

Mansureh Rahmaniyan, Shima Azizan, Farideh Shojaei, Reza Fathi \*

Mohamamd Sedigh Soltani Nezhad

Physics Department, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran.

## Abstract

In the present work, the differential and total cross section in charge transfer channel was calculated analytically for proton-hydrogen collision within first-order interaction approximation. The calculation was done in the frame of three-body formalism to formation of atomic hydrogen from  $1s \rightarrow 1s$  and  $1s \rightarrow 2s$  transition at intermediate and high energy ranges. The scattering amplitudes were calculated by using Fourier technique with Feynman and Nordsieck integrals at three different approximations. The results of calculation as differential and total cross section were compared with available theoretical and experimental data. It was shown that Knock-on scattering at high impact energies and large scattering angles for  $1s \rightarrow 1s$  transition are a remarkable problem.

**Keywords:** Charge transfer channel, Differential and total cross section, Three-body impact, Scattering amplitudes