

## بررسی تولید و انگیزش اپتواکوستیکی صوت‌های اول و دوم در هلیوم چهار ابرشاره با در نظر گرفتن سازوکار الکترواستریکشن

لیلا صفائی کوچکسرائی\*

گروه فیزیک، واحد خواهران دانشگاه فرهنگیان ساری، مازندران، ایران

### چکیده

در این مقاله از یک روش اپتواکوستیکی برای تولید صوت‌های اول و دوم در هلیوم چهار ابرشاره استفاده شده است. با استفاده از معادلات هیدرو دینامیک خطی و انجام محاسبات عددی به دو معادله موجی مربوط به نوسانات فشار و دما نسبت به زمان می‌رسیم و دو سازوکار دمایی و الکترواستریکشن را در این معادلات مشاهده می‌کنیم. در این مقاله بررسی‌ها به قسمت‌های شفاف هلیوم چهار ابرشاره معطوف می‌باشد. در این قسمت ضریب جذب اپتیکی  $\beta$  بسیار ناچیز می‌باشد در این قسمت نور ورودی جذب نمی‌شود بلکه عبور می‌کند و تنها سازوکار غالب سازوکار الکترواستریکشن می‌باشد. در این مقاله دو صوت مورد بررسی قرار می‌گیرد صوت اول که انتشار ارتعاشات فشار و صوت دوم که انتشار ارتعاشات دما در هلیوم چهار ابرشاره می‌باشند. بعد از تولید معادلات موجی، نور لیزر را به شکل یک موج پیوسته بر هلیوم چهار ابرشاره وارد کرده، نتایج آنرا که تولید صوت‌های عادی و سریع حرکت و آرام حرکت می‌باشند، مشاهده می‌کنیم. همچنین با کاهش دامنه شعاعی پرتو لیزر، دامنه ارتعاشات فشار و دما در هلیوم چهار ابرشاره افزایش می‌یابد.

**کلیدواژگان:** صوت، هلیوم چهار ابرشاره، سازوکار الکترواستریکشن، معادلات موجی

### مقدمه

در مطالعه هیدرو دینامیک کوانتومی و پدیده‌های کوانتومی ماکروسکوپی به این نکته پی می‌بریم که تأثیر ابرشاره‌ای توسط کاپیتزا<sup>۱</sup> [۱] و جان.اف.الن<sup>۲</sup> و دان مایسنر<sup>۳</sup> [۲] در سال ۱۹۳۷ کشف شد. از آن زمان به بعد نظریه میکروسکوپی و پدیده شناسی توسط فیزیکدانان توصیف شدند.

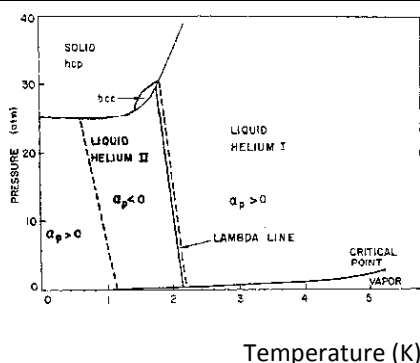
ابرشاره یک حالت از ماده‌ای است که مانند یک شاره با گرانشی صفر و آنتروپی صفر رفتار می‌کند. ماده‌ای که شبیه یک مایع عادی هست، بدون ایجاد اصطکاکی که در هر سطحی وجود دارد جاری خواهد شد و می‌تواند در سوراخ بسیار باریک جریان داشته باشد.

\* نویسنده مسئول: ley\_safae@yahoo.com

<sup>1</sup> Kapitza

<sup>2</sup> John F. Allen

<sup>3</sup> Don Misener



شکل ۱. نمودار فشار برحسب دما برای هلیوم در دمای  $T_\lambda = 2.18$  درجه کلوین یک انتقال فاز لاندای شکل دارد [۸].

با توجه به شکل ۱ می‌توان گفت که هلیوم مایع در دمای صفر مطلق به حالت جامد تبدیل نمی‌شود، بلکه به صورت مایع می‌ماند. به همین خاطر مورد توجه دانشمندان بسیاری قرار گرفته است.

در شکل ۱ مشاهده می‌شود، هلیوم ۴ در دمای ۲٫۱۸۶ درجه کلوین انتقال فاز لاندای شکل دارد که به این نقطه دمایی نقطه لاندای می‌گویند و همین انتقال فاز، هلیوم را به بخش عادی و ابرشاره تقسیم می‌نماید. بخشی از هلیوم چهار که در دماهای بالای ۲٫۱۸۶ درجه کلوین هستند هلیوم عادی یا He-I می‌گویند و بخشی از هلیوم چهار که در دماهای زیر ۲٫۱۸۶ درجه کلوین هستند دارای خاصیت ابرشاره ای می‌باشد به آن هلیوم چهار ابرشاره یا He-II می‌گویند. این بخش پاسخگوی خواص منحصر به فرد هلیوم چهار مایع می‌باشد، که این خواص شامل ضریب گرانیوی صفر، آنتروپی صفر، انتقال گرمایی کارا و مؤثر و گردش‌های مشخص در چرخش ماده و تأثیر ترمومکانیکی می‌شوند. دلیل نام‌گذاری این بخش‌ها به ابر شاره و

در واقع آرایش ابرشاره را به آرایش به هم فشرده بوز- انیشتین<sup>۱</sup> نسبت می‌دهند. این واضح و مشخص است که ابرشاره‌ای در مایع هلیوم ۴ در دمای ۲٫۱۸۶ درجه کلوین رخ می‌دهد [۳].

هر ایزوتوپ هلیوم ۴ یک ذره بوزون با خاصیت اسپینی صفر می‌باشد در حالی که ایزوتوپ هلیوم ۳ یک ذره فرمیون است و زمانی که با یک اتم هلیوم دیگر جفت شود آرایش بوزونی می‌گیرد البته در دماهای پایین در فرآیندی که شبیه به جفت شدن الکترون در ابرسانایی است.

هال و مایسنر<sup>۲</sup> آزمایشاتی مبنی بر وجود خطوط گردابی کوانتیده در هلیوم چهار ابرشاره منتشر کردند [۴].

ری فیلد وریف<sup>۳</sup> وجود حلقه های گردابی کوانتیده را در هلیوم چهار ابرشاره بیان کردند [۵].

ریچارد پاسکارد<sup>۴</sup> خطوط گردابی بین بخشی را با سطح آزاد در شاره مشاهده کرده بود [۶].

اونل و واروکوایو<sup>۵</sup> تأثیر جوزفسون<sup>۶</sup> را در هلیوم چهار ابرشاره مطالعه کردند [۷].

در سال ۲۰۰۶ یک گروه از دانشگاه مارولند، گرداب کوانتیده را به وسیله استفاده از ذرات ردیاب کوچک از هیدروژن جامد تولید کردند.

<sup>4</sup> Richard Packard

<sup>5</sup> Avenel and Varoquaux

<sup>6</sup> Josephson effect

<sup>1</sup> Bose - Einstein

<sup>2</sup> Hall and Misener

<sup>3</sup> Rayfield and Reif

با ضریب گرانیوی و آنتروپی صفر که در میان یک سطح جامد حرکت می‌کند. در واقع  $v_s$  سرعت بخش ابرشاره هلیوم چهار و  $v_n$  سرعت بخش عادی هلیوم چهار است [۹].

علاوه بر این دو صوت، چهار نوع صوت دیگر نیز در هلیوم چهار ابرشاره وجود دارد که به اختصار هر شش صوت در ذیل نام برده شده است:

۱- صوت اول: انتشار ارتعاشات فشار.

۲- صوت دوم: انتشار ارتعاشات دما.

۳- صوت سوم: اگر در لایه‌های هلیوم چهار ابرشاره ضخامت لایه هلیوم چهار ابرشاره خیلی کوچکتر از عمق نفوذ صوت دارای گرانیوی (بخش عادی هلیوم) باشد؛ یعنی بخش عادی مایع کاملاً به هم بچسبد به طوری که  $v_n = 0$  باشد یک صوت ضعیف میرا در امتداد لایه گسترش می‌یابد که به آن صوت سوم می‌گویند.

۴- صوت چهارم: این صوت در لوله‌های بسیار ریز انتشار می‌یابد در این لوله‌ها سرعت بخش عادی هلیوم مایع چهار صفر می‌باشد  $v_n = 0$  و آنگاه انتشار صوت تنها با سرعت بخش ابرشاره به وجود می‌آید، به این گونه صوت، صوت چهارم می‌گویند. در واقع صوت چهارم از سه نمونه انتشار صوت‌های اول و دوم و صوتی دارای گرانیوی تشکیل شده است یعنی برای صوت چهارم در یک قسمت فشار و دما به طور همزمان در حال ارتعاش می‌باشند [۱۰].

عادی این می‌باشد که هلیوم چهار در دماهای زیر  $2/186$  درجه کلوین به دلیل ضریب گرانیوی صفر به آسانی می‌تواند در سوراخ بسیار ریز و باریک جاری شود که این همان خاصیت ابرشاره‌ای است که کاپیتزا کشف کرده بود؛ ولی در دماهای بالای  $2/186$  درجه کلوین چون ضریب گرانیوی دیگر صفر نیست خاصیت ابرشاره‌ای وجود ندارد و هلیوم چهار عادی نام‌گذاری شده است.

هلیوم چهار عادی He-I به دلیل دارا بودن چگالی پایین خصوصیات انتقالی همانند گاز کلاسیکی دارد و بر عکس.

هلیوم چهار ابرشاره He-II به دلیل دارا بودن هدایت دمایی نامتناهی همانند مایع کوانتومی است [۳].

بررسی خصوصیات هلیوم چهار ابرشاره در سال ۱۹۴۱ توسط لاندائو<sup>۱</sup> و بیشتر از ۳۰ سال قبل توسعه پیدا کرده بود. لاندائو بیان کرده بود که در بخش ابرشاره هلیوم چهار تحت شرایط عادی دو صوت گسترش می‌یابد:

۱- صوت اول که مربوط به انتشار ارتعاشات فشار در هلیوم چهار ابرشاره می‌باشد.

۲- صوت دوم که مربوط به انتشار ارتعاشات دما در هلیوم چهار ابرشاره می‌باشد.

البته این دانشمند تئوری مدل معروف «دو شاره‌ای» را بیان کرد. در این مدل مایع به این صورت که ترکیبی از دو مایع مختلف است رفتار می‌کند: یکی ترکیب عادی که مانند یک شاره عادی است و دیگری ترکیب ابرشاره

<sup>1</sup> Landau

در هلیوم ابرشاره، سازوکاری خواهیم داشت که نقش به‌سزایی در تولید و برانگیختگی صوت‌ها دارند:

سازوکار دمایی (حرارتی)، سازوکار الکترواستریکشن در هلیوم چهار ابرشاره یک بخش دارای ضریب جذب  $\beta$  می‌باشد و نور ورودی به این بخش ابرشاره جذب می‌شود و ایجاد گرما می‌کند به‌همین علت در این بخش سازوکار حرارتی نقش به‌سزایی دارد ولی در بخش‌های دیگر ابرشاره ضریب جذب اپتیکی  $\beta$  بسیار ناچیز بوده که می‌توان آن را صفر در نظر گرفت و نور ورودی وارد شده به این بخش به‌هیچ‌عنوان جذب نشده بلکه از محیط عبور می‌کند (به‌همین علت اصطلاح شفاف بودن به محیط اطلاق می‌شود) و با عبورش یک تغییر شکل الاستیکی به‌دلیل شدت میدان الکتریکی نور ورودی در محیط ایجاد می‌شود بنابراین تنها سازوکار الکترواستریکشن در این بخش نقش پیدا می‌کند.

### روش انجام محاسبات

در مطالعات پیشین، نویسنده کار تحقیقاتی خود را بر روی هلیوم ابرشاره تحت تأثیر نور لیزر به‌شکل گوسی [۱۴] و مستطیل شکل [۱۵] انجام داده که در مطالعه اول [۱۴] نور لیزر به‌شکل گوسی بر نمونه وارد شده است. در این حالت پالس صوتی وجود ندارد بلکه موج‌های صوتی استوانه‌ای اول و دوم با قسمت‌های اضافی موج‌های صوتی استوانه‌ای تند حرکت و آرام حرکت همراه می‌باشند. در ادامه مطالعات [۱۵] نور لیزر مستطیل شکل بر نمونه وارد شده است در این مورد، پالس‌های صوتی اول و دوم با پالس‌های اضافی تند حرکت و آرام حرکت محاسبه شده‌اند؛ تفاوت اساسی

۵- صوت پنجم: بر خلاف صوت چهارم که از ارتعاشات به‌طور هم‌زمان فشار و دما در لوله‌های بسیار باریک ایجاد شده است، با تقسیم کردن مد صوتی سوم که در دو لایه هلیوم چهار ابرشاره به‌طور موازی انتشار می‌یابد (توسط فرآیندهای تبخیر و میعان به‌طور نظری مطالعه شده است) پیداست که نه تنها مد فوران شده (موج دمایی) فرآیندهای تغییر فاز، صوت پنجم نامیده می‌شود بلکه همچنین مد افزایش یافته (موج ضخامت)، فرآیندی که بر طبق تفاوت فاز بین تغییرات دو لایه ابرشاره هلیوم چهار، منتشر می‌شود نیز صوت پنجم نامیده می‌شود [۱۱].

۶- صوت ششم: با افزایش قطر و ضخامت لایه هلیوم چهار یا به‌عبارتی دیگر پهن شدن و وسیع شدن بین مولکول‌های آنها، حالت لایه هلیوم به‌طور آهسته تغییر می‌کند و این منجر به پیدایش پراکندگی امواج می‌شود. بنابراین نوسانات آنتروپی که در بخش ابرشاره واقع در حلقه (فضای بین استوانه‌های هم‌محور)، انتشار می‌یابند موج صوت ششم نامیده می‌شوند [۱۲، ۱۳].

در این مقاله وقتی درباره انگیزش صوت در هلیوم چهار ابرشاره صحبت می‌کنیم در واقع منظور ما هر دو صوت اول و دوم می‌باشند.

در اینجا ما ابتدا می‌خواهیم از دسته معادلات هیدرودینامیک خطی استفاده کنیم. سپس با انجام محاسبات ریاضی، به یک دسته معادلات جدید خواهیم رسید که معادلات موجی برای صوت‌های اول و دوم در هلیوم چهار ابرشاره خواهند بود. قبل از استفاده از معادلات هیدرودینامیک خطی ابتدا باید بیان کرد که ما

$$\rho_s \frac{\partial \vec{V}_s}{\partial t} + \rho_n \frac{\partial \vec{V}_n}{\partial t} + \vec{\nabla} p' =$$

$$= L \nabla I + \eta \Delta \vec{V}_n + \left( \frac{\eta}{3} + \xi_2 \right) g \text{raddiv} \vec{V}_n + \quad ۲$$

$$+ \rho_s \xi_1 g \text{raddiv} (\vec{V}_s - \vec{V}_n)$$

$$\frac{\partial \vec{V}_s}{\partial t} + \vec{\nabla} \mu = \xi_4 g \text{raddiv} \vec{V}_n + \quad ۳$$

$$+ \rho_s \xi_3 g \text{raddiv} (\vec{V}_s - \vec{V}_n)$$

$$T_0 \rho_0 \left( \frac{\partial \sigma'}{\partial t} + \sigma_0 \text{div} \vec{V}_n + \frac{\sigma_0}{\rho_0} \frac{\partial \rho'}{\partial t} \right) = \quad ۴$$

$$= k \Delta T' + f$$

$$\nabla \mu' = \frac{1}{\rho_0} \nabla p' - \sigma_0 \nabla T' \quad ۵$$

در اینجا  $\vec{V}_s$  سرعت بخش ابرشار و  $\vec{V}_n$  سرعت بخش نرمال هلیوم می‌باشد،  $k$  هدایت گرمایی،  $\rho_0$  و  $\sigma_0$  به ترتیب چگالی و انتروپی می‌باشند،  $\sigma'$  و  $\rho'$  آشوب‌های کوچک اکوستیکی می‌باشند، ضرایب  $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4$  به ترتیب ضرایب برشی و ضریب گرانروی حجمی می‌باشند،  $p$  و  $\mu$  به ترتیب فشار و پتانسیل شیمیایی می‌باشند  $L = Y/c$  پارامتر  $Y = \rho_0 (\partial n / \partial \rho)_T$  جفت‌شونده اپتواکوستیکی و  $f$  منبع ترمودینامیکی (دمایی) است که به وسیله نور لیزر ایجاد می‌شود.

حال معادله ۱ را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \text{div} \vec{V}_n = -\rho_s \text{div} (\vec{V}_s - \vec{V}_n) \quad ۶$$

حالا اگر معادله ۴ را در معادله ۶ قرار دهیم به معادله ۷ خواهیم رسید:

تأثیر لیزر مستطیل شکل بر نمونه با لیزر پیوسته در وجود پالس‌های صوتی مشابه با پالس‌های قبلی اما در فاز مخالف (در زمان ورود نور لیزر) هنگام خروج نور لیزر از نمونه می‌باشد. بنابراین زمانی که نمونه تحت تأثیر لیزر مستطیل شکل قرار می‌گیرد، هم در زمان ورود و هم در زمان خروج نور لیزر، پالس‌های صوتی وجود دارد، که این پالس‌ها مشابه هم اما در فاز مخالف می‌باشند؛ ولی در این مطالعه خواهیم دید که پالس‌های صوتی، زمانی که نور لیزر پیوسته بر نمونه می‌تابد، وجود دارند اما با خروج آن دیگر در نمونه پالسی وجود نخواهد داشت.

در این مقاله ما ابتدا با استفاده از معادلات هیدرودینامیک خطی معادلات موجی صوت اول و دوم را به دست آورده سپس با وارد کردن نور لیزر به شکل موج پیوسته برانگیختگی‌های اپتواکوستیکی موج‌های صوت اول و دوم را در هلیوم چهار ابرشاره بررسی و مشاهده می‌کنیم.

### محاسبات برای تولید موج‌های صوت اول و دوم

در این بخش با استفاده از حل معادلات هیدرودینامیک خطی به معادلات موجی صوت اول و دوم خواهیم رسید، این معادلات به صورت زیر می‌باشند [۱۶]:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_s \text{div} \vec{V}_s + \rho_n \text{div} \vec{V}_n = 0 \quad ۱$$

$$\begin{aligned} & \rho_n \frac{\partial \vec{V}_n}{\partial t} + \vec{\nabla} P' - \rho_s \vec{\nabla} \mu' = \\ & = L \nabla I + \eta \Delta \vec{V}_n + \left( \frac{\eta}{3} + \xi_2 \right) \text{grad div} \vec{V}_n - \\ & - \xi_1 \text{grad} \left( \frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \text{div} \vec{V}_n \right) - \\ & - \rho_s (\xi_4 - \xi_3 \rho_0) \text{grad div} \vec{V}_n + \\ & + \rho_s \xi_3 \text{grad} \frac{\partial \rho'}{\partial t} \end{aligned}$$

اگر معادله ۵ را در معادله ۱۰ قرار داده و واگرایی بگیریم و سپس معادله ۶ را در آن وارد کنیم به معادله زیر خواهیم رسید:

۱۲

$$\begin{aligned} & \rho_n \frac{\partial}{\partial t} \text{div} \vec{V}_n + \\ & + \frac{\rho_n}{\rho_0} \Delta P' + \rho_s \sigma_0 \Delta T' = \\ & = L \Delta I + (\rho_s \xi_3 - \xi_1) \Delta \frac{\partial \rho'}{\partial t} + \\ & + \left[ \frac{4}{3} \eta + \xi_2 - \rho_0 \xi_1 - \rho_s \xi_4 + \rho_0 \rho_s \xi_3 \right] \Delta \text{div} \vec{V}_n \end{aligned}$$

اگر معادله ۱۲ را منهای معادله ۱۰ کنیم و از عبارت  $\frac{\partial}{\partial t} \text{div}(\vec{V}_n - \vec{V}_s)$  در معادله ۸ استفاده کنیم به معادله زیر خواهیم رسید:

$$\begin{aligned} & \rho_0 \frac{\partial^2 \sigma'}{\partial t^2} - \frac{\rho_0 \rho_s \sigma_0^2}{\rho_n} \Delta T' + \\ & + \frac{\sigma_0 \rho_s}{\rho_n} L \Delta I + \frac{\sigma_0 \rho_s \Lambda}{\rho_n} \Delta \text{div} \vec{V}_n + \\ & + \frac{\sigma_0 \rho_s}{\rho_n} (\rho_0 \xi_3 - \xi_1) \Delta \frac{\partial \rho'}{\partial t} = \\ & = \frac{1}{T} \left( k \Delta \frac{\partial T'}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial t} \right) \end{aligned} \quad 13$$

$$\begin{aligned} & \rho_0 \frac{\partial \sigma'}{\partial t} + \sigma_0 \rho_s \text{div}(\vec{V}_n - \vec{V}_s) = \\ & = \frac{1}{T_0} (k \Delta T' + f) \end{aligned}$$

و اگر معادله ۶ را در معادله ۷ ادغام کنیم به معادله زیر خواهیم رسید:

$$\begin{aligned} & \rho_0 \frac{\partial^2 \sigma'}{\partial t^2} + \sigma_0 \rho_s \frac{\partial}{\partial t} \text{div}(\vec{V}_n - \vec{V}_s) = \\ & = \frac{1}{T_0} \left( k \Delta \frac{\partial T'}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial t} \right) \end{aligned} \quad 8$$

اگر معادله ۳ را در معادله ۶ قرار دهیم به معادله ۹ خواهیم رسید:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \vec{V}_s}{\partial t} + \vec{\nabla} \mu' = (\xi_4 - \xi_3 \rho) \text{grad div} \vec{V}_n - \\ & - \xi_3 \text{grad} \frac{\partial \rho'}{\partial t} \end{aligned} \quad 9$$

اگر عملگر واگرایی<sup>۱</sup> را از سمت چپ در معادله ۹ قرار دهیم و معادله ۵ را در معادله ۹ اعمال کنیم به معادله ۱۰ خواهیم رسید:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \text{div} \vec{V}_s = - \frac{\Delta P'}{\rho_0} + \sigma_0 \Delta T' + \\ & + (\xi_4 - \xi_3 \rho_0) \Delta \text{div} \vec{V}_n - \xi_3 \Delta \frac{\partial \rho'}{\partial t} \end{aligned} \quad 10$$

اگر معادله ۲ را در معادله ۱۰ قرار دهیم با در نظر گرفتن معادله ۶ به معادله ۱۱ خواهیم رسید:

۱۱

<sup>1</sup> Divergence operator

در واقع معادله ۱۷ معادله موجی دمایی در هلیوم چهار ابرشاره می‌باشد که هر دو سازوکار حرارتی والکترواستریکشن در آن موجود می‌باشند در اینجا عبارت  $U_2 = \left( \frac{\rho_s \sigma_0^2 T_0}{\rho_n C_p} \right)^{1/2}$  سرعت صوت دوم می‌باشد. در واقع جز سوم معادله بالا از سمت چپ، تضعیف صوت دوم است که به وسیله اتلاف گرانیوی و هدایت گرمایی در مایعات ایجاد می‌شود.

جزء اول در سمت راست معادله، به سازوکار دمایی وابسته است و جزء دوم در معادله ۱۷ از سمت راست مربوط به تغییرات فشار می‌باشد. پس در حالت کلی می‌توان گفت که معادله موجی صوت دوم به صوت اول وابسته می‌باشد. جزء سوم در سمت راست به سازوکار الکترواستریکشن مربوط می‌باشد.

اگر معادله‌ای به صورت زیر داشته باشیم [۱۷]:

$$\Gamma_{(2)} = \frac{\rho_s}{2\rho_0\rho_n U_2^2} \left( \Lambda + \frac{\rho_n}{\rho_s} \frac{k}{C_p} \right)$$

و این معادله را در معادله ۱۷ قرار دهیم، به این ترتیب معادله ساده شده و به معادله زیر خواهیم رسید:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{U_2^2} \frac{\partial^2 T'}{\partial t^2} - \Delta T' - 2\Gamma_2 \Delta \frac{\partial T'}{\partial t} = \\ & = \frac{1}{\rho_0 C_p U_2^2} \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\alpha_T T_0 \partial^2 P'}{C_p \rho_0 U_2^2 \partial t^2} - \\ & - \frac{\sigma_0 T_0 \rho_s L}{\rho_0 \rho_n C_p U_2^2} \Delta I \end{aligned}$$

این معادله، معادله موجی صوت دوم می‌باشد.

عبارت  $\Lambda = \frac{4}{3} \eta + \xi_2 - 2\rho_0 \xi_1 + \rho_0^2 \xi_3$  ترکیبی از ضرایب گرانیوی می‌باشد  $(\xi_1 = \xi_4)$ .

معادله ۴ را به صورت زیر تغییر شکل می‌دهیم:

$$\sigma_0 \operatorname{div} \vec{V}_n = -\frac{\sigma_0}{\rho_0} \frac{\partial \rho'}{\partial t} - \frac{\partial \sigma'}{\partial t} + \frac{k}{T_0 \rho} \Delta T' + \frac{f}{\sigma_0 \rho}$$

حالا ما از روابط ترمودینامیکی زیر استفاده می‌کنیم:

$$\sigma' = \left( \frac{\partial \sigma}{\partial T} \right)_p T' + \left( \frac{\partial \sigma}{\partial p} \right)_T P' = \frac{C_p}{T_0} T' - \frac{\alpha_T}{\rho_0} P'$$

$$\rho' = \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p T' + \left( \frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T P' = \left( \frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T P' - \rho_0 \alpha_T T'$$

ضریب  $C_p$  ظرفیت گرمایی ویژه می‌باشد و  $\alpha_T$  ضریب انبساط گرمایی است. اگر معادله ۱۳ را در معادله (۱۶-۱۴) قرار دهیم و از عناصری با ضرایبی با مقادیر ناچیز  $(\Lambda, k\Lambda, \frac{\Lambda}{U_1^2}, \alpha_T \xi_{1,3}, \frac{\xi_{1,3}}{U_1^2})$  صرف نظر کنیم

سرعت بی‌دررو صوت اول است) به

معادله زیر خواهیم رسید:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{U_2^2} \frac{\partial^2 T'}{\partial t^2} - \Delta T' - \\ & - \frac{\rho_s}{\rho_0 \rho_n U_2^2} \left( \Lambda + \frac{\rho_n}{\rho_s} \frac{k}{C_p} \right) \Delta \frac{\partial T'}{\partial t} = \\ & = \frac{1}{\rho_0 C_p U_2^2} \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\alpha_T T_0}{C_p \rho_0 U_2^2} \frac{\partial^2 P'}{\partial t^2} - \\ & - \frac{\sigma_0 T_0 \rho_s}{\rho_0 \rho_n C_p U_2^2} L \Delta I \end{aligned}$$

۱۹

۱۴

۱۵

۱۶

۱۸

۱۷

$$\frac{1}{U_1^2} \frac{\partial^2 P'}{\partial t^2} - \Delta P' - 2\Gamma_{(1)} \Delta \frac{\partial P'}{\partial t} = \frac{\alpha_T}{C_p} \frac{\partial f}{\partial t} - L \Delta I - \frac{\alpha_T \rho_0 T_0 \rho_s \sigma_0}{C_p \rho_n} L \Delta I + \rho_0 \alpha_T U_2^2 \Delta T$$

$$\cdot 2\Gamma_{(1)} = \frac{1}{U_1^2 \rho_0} \left( \frac{4}{3} \eta + \xi_2 \right)$$

این معادله در واقع معادله موجی صوتی اول در هلیوم چهار ابرشاره می‌باشد. سمت چپ معادله شامل تغییرات فشار می‌باشد و جز اول سمت راست معادله ۲۳ شامل سازوکار دمایی می‌باشد و جز دوم و سوم سمت راست معادله شامل سازوکار الکترواستریکشن می‌باشد و جز آخر سمت راست معادله شامل تغییرات دمایی است که صوت دوم می‌باشد.

در اینجا با استفاده از معادلات هیدرودینامیک خطی و نظریه اپتواکوستیکی به دو معادله موجی فشار و حرارت با در نظر گرفتن دو سازوکار حرارتی و الکترواستریکشن در هلیوم چهار ابرشاره رسیدیم و مشاهده کردیم که یک رابطه مستقیم و هارمونی در موج‌های صوتی وجود دارد.

### محاسبات و نتایج

در قسمت قبل ما با استفاده از معادلات هیدرودینامیک خطی و روابط ترمودینامیکی به دو معادله موجی برای فشار و دما رسیدیم و چون ما در اینجا با بخشهایی از هلیوم ابرشارکار داریم که شفاف است ( $\beta \approx 0$ )، به همین علت سازوکار حرارتی را نادیده گرفته و تنها سازوکار الکترواستریکشن را در نظر می‌گیریم. بنابراین معادلات ۱۹ و ۲۳ را به شکل زیر

حال می‌خواهیم معادله موجی صوت اول را به دست آوریم بنابراین از معادله ۱۶ و ۱۷ استفاده کرده و آنها را به فرم زیر می‌نویسیم:

$$\frac{\partial^2 P'}{\partial t^2} = U_1^2 \frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} + \frac{\alpha_T U_1^2 \rho_0 T_0}{C_p} \frac{\partial^2 \sigma'}{\partial t^2} \quad 20$$

اگر معادله ۲۰ را در معادله ۱ و ۳ قرار دهیم به معادله زیر خواهیم رسید:

۲۱

$$\frac{1}{U_1^2} \frac{\partial^2 P'}{\partial t^2} = \Delta P' + L \Delta I - \left[ \left( \frac{4}{3} \eta + \xi_2 \right) \Delta \text{div} \vec{V}_n + \rho_s \xi_1 \Delta \text{div} (\vec{V}_s - \vec{V}_n) \right] + \frac{\alpha_T \rho_0 T_0}{C_p} \frac{\partial^2 \sigma'}{\partial t^2}$$

اگر ما معادله ۴ و ۷ را در معادله ۲۱ قرار دهیم به معادله زیر می‌رسیم:

۲۲

$$\frac{1}{U_1^2} \frac{\partial^2 P'}{\partial t^2} - \Delta P' - \left( \frac{4}{3} \eta + \xi_2 \right) \frac{1}{\rho_0} \Delta \frac{\partial \rho'}{\partial t} - L \Delta I = \left( \frac{4}{3} \eta + \xi_2 - \rho_0 \xi_1 \right) \frac{1}{\sigma_0} \Delta \frac{\partial \sigma'}{\partial t} - \left( \frac{4}{3} \eta + \xi_2 - \rho_0 \xi_1 \right) \frac{\Delta f}{T_0 \sigma_0 \rho_0} + \frac{\alpha_T \rho_0 T_0}{C_p} \frac{\partial^2 \sigma'}{\partial t^2}$$

با ادغام عبارت  $\frac{\partial \rho'}{\partial t}$ ،  $\frac{\partial^2 \sigma'}{\partial t^2}$  در معادله ۲۲ خواهیم داشت:

۲۳



شدتی به فرم زیر می‌باشد  $I(t, r) = \varphi(r)\Theta(t)$  که در این عبارت  $\Theta(t)$  تابع هویسیده<sup>۱</sup> می‌باشد و تابع  $\varphi(r)$  به فرم زیر نوشته می‌شود [۱۸]:

$$\varphi(r) = \frac{2P_0}{\pi w^2} \exp\left[-\frac{2r^2}{w^2}\right] \quad ۲۶$$

در اینجا کمیت‌های  $P_0$  توانایی نور لیزری و  $w$  شعاع نور لیزری می‌باشند.

اگر در تابع ۲۴ و ۲۵ تابع لاپلاس<sup>۲</sup> نسبت به زمان را که به فرم زیر است تأثیر دهیم [۱۹]:

$$\tilde{\psi}(p, r) = \int_0^\infty e^{-pt} \psi(t, r) dt \quad ۲۷$$

و سپس بعد از تأثیر دادن تابع لاپلاس، تابع هنکل نسبت به  $r$  را بر دو معادله ۲۴ و ۲۵ تأثیر می‌دهیم [۲۰]:

$$\tilde{\psi}(p, s) = \int_0^\infty \psi(p, r) J_0(rs) r dr \quad ۲۸$$

در واقع  $\psi(t, r) = P'(t, r)$  و یا  $\psi(t, r) = T'(t, r)$  می‌باشد پس با تأثیر این توابع بر معادلات ۲۴ و ۲۵ معادلات به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$(p^2 + s^2 u_1^2) \tilde{P} + \rho_0 \alpha_T u_1^2 u_2^2 s^2 \tilde{T} = \frac{D_1 L P_0 s^2 u_1^2 \varphi(s)}{2\pi p} \quad ۲۹$$

۳۰

$$p^2 \tilde{T} + s^2 u_2^2 \tilde{T} [1 + \beta] + \frac{\alpha_T u_1^2 T_0}{\rho_0 C_p} s^2 \tilde{P} = \frac{D_2 L P_0 s^2 u_2^2 \varphi(s)}{2\pi p}$$

در اینجا  $\varphi(s) = \exp[-w^2 s^2 / 8]$

برحسب نمادهای زیر می‌نویسیم و از عبارات‌های که شامل ضرایب  $\Gamma_1$  و  $\Gamma_2$  هستند به دلیل کوچک بودن مقدارشان صرف نظر می‌کنیم و تأثیر نور لیزر را به صورت موج پیوسته بر آن به طور نظری مشاهده می‌کنیم.

$$\frac{1}{u_1^2} \frac{\partial^2 P'}{\partial t^2} - \Delta_r P' - \rho_0 \alpha_T u_2^2 \Delta_r T = -D_1 L \Delta_r I \quad ۲۴$$

۲۵

$$\frac{1}{u_2^2} \frac{\partial^2 T'}{\partial t^2} - (1 + \beta) \Delta_r T' - \frac{\alpha_T u_1^2 T_0}{\rho_0 C_p u_2^2} \Delta_r P = -D_2 L \Delta_r I$$

در اینجا  $\beta = \alpha_T^2 u_1^2 T_0 / C_p$  می‌باشد و  $\Delta_r$  بخش شعاعی عملگر لاپلاس و  $L = Y/c$  و  $Y = \rho_0 (\partial n / \partial \rho)_T$  پارامتر جفت شونده اپتواکوستیکی و  $c$  سرعت نور و  $I(t, r)$  شدت نور لیزر می‌باشند و  $u_{1,2}$  سرعت‌های صوت اول و دوم می‌باشند و پارامترهای  $C_p$  و  $\alpha_T$  به ترتیب ظرفیت گرمایی ویژه و ضریب انبساط گرمایی می‌باشند و همچنین پارامترهایی که به صورت زیر می‌باشند  $D_1 = 1 + \varepsilon_1$ ،  $\varepsilon_1 = \alpha_T T_0 \rho_s \sigma_0 / \rho_n C_p$ ،  $D_2 = [1 + \varepsilon_2 (1 + \varepsilon_1)] \varepsilon_3$ ،  $\varepsilon_2 = \alpha_T \rho_n u_1^2 / \rho_s \sigma_0$  و  $\varepsilon_3 = \sigma_0 \rho_s T_0 / \rho_n \rho_0 C_p u_2^2$  در معادله ۲۴ و ۲۵ آمده‌اند.

عبارت‌های  $\rho_0 \alpha_T u_2^2 \Delta T$  که در معادله ۲۴ و  $\frac{\alpha_T u_1^2 T_0}{\rho_0 C_p u_2^2} \Delta P$  که در معادله ۲۵ آمده است نشان دهنده یک ارتباط مستقیم بین تغییرات فشار و دما در این دو معادله موجی می‌باشد حال زمانی که نور لیزری را به صورت پیوسته بر معادلات موجی هلیوم چهار ابرشاره تأثیر می‌دهیم می‌توان گفت این نور لیزر دارای

<sup>2</sup> Laplace function

<sup>1</sup> Hvysydh function

$$\tilde{T}(p, s) = \frac{LP_0 s^2 \varphi(s) u_2^2}{2\pi p} \cdot \frac{D_2 p^2 + [D_2 - \frac{\beta D_1}{\alpha_T \rho_0 u_2^2}] u_1^2 s^2}{(p^2 + C_1^2 s^2)(p^2 + C_2^2 s^2)} \quad ۳۵$$

معادلات ۳۴ و ۳۵ را برحسب دامنه موج‌های تولید شده نوشته و سپس معادلات را به صورت زیر می‌نویسیم:

۳۶

$$\tilde{P}(p, s) = \frac{\varphi(s) r^2}{P_A} = \frac{\varphi(s) r^2}{2} \left\{ \frac{A_1}{p} + \frac{u_1^2 A_2}{C_1^2 - C_2^2} \cdot \frac{p}{p^2 + c_2^2 s^2} + \frac{u_1^2 A_3}{C_1^2 - C_2^2} \cdot \frac{p}{p^2 + C_2^2 s^2} \right\}$$

۳۷

$$\tilde{T}(p, s) = \frac{\varphi(s) r^2}{T_A} = \frac{\varphi(s) r^2}{2} \left\{ \frac{B_1}{p} + \frac{u_2^2 B_2}{C_1^2 - C_2^2} \cdot \frac{p}{p^2 + c_2^2 s^2} + \frac{u_2^2 B_3}{c_1^2 - c_2^2} \cdot \frac{p}{p^2 + c_2^2 s^2} \right\}$$

در اینجا دامنه موج‌های تولید شده برحسب معادله زیر به دست می‌آیند:

$$T_A = D_2 LP_0 (\pi r^2)^{-1}, \quad P_A = D_1 LP_0 (\pi r^2)^{-1}$$

و ضرایب عبارتند:

$$A_1 = b_1 - \frac{D_2}{D_1} \alpha_T u_2^2 \rho_0^2, \quad A_2 = \frac{A_1 C_2^2}{u_1^2} - 1,$$

$$A_3 = 1 - \frac{A_1 C_1^2}{u_1^2}, \quad B_1 = 1 - \frac{b D_1}{D_2 \alpha_T \rho_0 u_2^2},$$

$$B_2 = B_1 \cdot \frac{c_2^2}{u_2^2} - 1, \quad B_3 = 1 - B_1 \cdot \frac{c_1^2}{u_2^2}$$

حال توابع معکوس هنکل و لاپلاس<sup>۱</sup>

از معادلات ۲۹ و ۳۰ استفاده کرده و از روش ریاضی دو معادله دو مجهول استفاده می‌کنیم و  $\tilde{T}$  و  $\tilde{P}$  را به دست می‌آوریم و به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\tilde{P}(p, s) = \frac{LP_0 s^2 \varphi(s) u_1^2}{2\pi p} \cdot \frac{D_1 p^2 + [D_1(1 + \beta) - D_2 \rho_0 u_2^2 \alpha_T] u_2^2 s^2}{[p^2 + p^2 s^2 (u_1^2 + u_2^2 (1 + \beta)) + u_1^2 u_2^2 s^4]} \quad ۳۱$$

۳۲

$$\tilde{T}(p, s) = \frac{LP_0 s^2 \varphi(s) u_2^2}{2\pi p} \cdot \frac{D_2 p^2 + [D_2 - \frac{\beta D_1}{\alpha_T \rho_0 u_2^2}] u_1^2 s^2}{[p^4 + p^2 s^2 (u_1^2 + u_2^2 (1 + \beta)) + u_1^2 u_2^2 s^4]}$$

حالا مشاهده می‌کنیم که هر دو معادله دارای یک مخرج می‌باشند بنابراین از عبارت مخرج ریشه‌یابی می‌کنیم:

۳۳

$$p^4 + p^2 s^2 (u_1^2 + u_2^2 (1 + \beta)) + u_1^2 u_2^2 s^4 = 0$$

در نتیجه می‌توانیم بنویسیم:

$$p_{(1,2)}^2 = -s^2 C_1^2, \quad p_{(3,4)}^2 = -s^2 C_2^2$$

در اینجا  $C_2^2 \approx u_2^2 (1 + w)^{-1}$  ،  $C_1^2 \approx u_1^2 (1 + w)$  و  $w = \beta u_2^2 / (u_1^2 - u_2^2)$  خواهیم داشت.

پس معادله‌های ۳۱ و ۳۲ را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\tilde{P}(p, s) = \frac{LP_0 s^2 \varphi(s) u_1^2}{2\pi p} \cdot \frac{D_1 p^2 + [D_1(1 + \beta) - D_2 \rho_0 u_2^2 \alpha_T] u_2^2 s^2}{(p^2 + C_1^2 s^2)(p^2 + C_2^2 s^2)} \quad ۳۴$$

<sup>1</sup> Henkel and Laplace Inverse Functions

بدیهی است که پالس  $T_1(t, r)$  موج صوتی دوم سریع (تند حرکت) می‌باشد و پالس  $P_2(t, r)$  موج صوتی اول آهسته (سست حرکت) می‌باشد.

بنابراین می‌توان روابط زیر را نیز بیان کرد:

$$\frac{P_2(t, r)}{P_1(t, r)} = \frac{A_3}{A_2}, \quad \frac{T_1(t, r)}{T_2(t, r)} = \frac{B_2}{B_3}$$

از معادلات (۳۸-۴۱) می‌توان نتیجه گرفت که پارامترهای پالسی اپتوآکوستیکی وابستگی‌هایی با پارامترهای ترمودینامیکی (متغیرهای  $A_i$  و  $B_i$ ) دارند. حال نمودار مربوط به پالس‌های صوتی را با وارد کردن متغیرهایی زیر رسم خواهیم کرد [۲۱]:

$$T_0 = 1.4K, \quad \rho_0 = 150 \text{ kg/m}^3, \quad u_1 = 236 \text{ m/s}, \\ u_2 = 19.7 \text{ m/s}, \quad C_p = 780 \text{ Дж/кг.К}, \\ \sigma_0 = 132 \text{ Дж/кг.К}, \quad w = 1 \text{ mm}, 0.8 \text{ mm}, 0.5 \text{ mm}$$

نتایج محاسبات در شکل ۱ تا شکل ۴ نمایش داده شده است.

از ارقام مشخص است که:

- ۱- با کاهش شعاع دامنه انقباضی پرتو ( $w$ )، دامنه نوسانات به‌طور قابل توجهی افزایش می‌یابد.
- ۲- در این فازهای دمایی هر دو دامنه صوتی اول دارای نسبت زیر می‌باشند:

$$[P_2(t, r)/P_1(t, r)]_{\max} \approx 0.005$$

- ۳- دامنه صوتی دوم در فاز مخالف بوده و به‌صورت زیر بیان می‌شوند:

$$[T_1(t, r)/T_2(t, r)]_{\max} \approx 0.002$$

مقدار کوچکی  $P_2(t, r)$  (صوت اول سست حرکت) و  $T_1(t, r)$  (صوت دوم تند حرکت) نشان می‌دهد که

$$\Psi(t, s) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \Psi(p, s) e^{pt} dp$$

$$\Psi(t, r) = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi(t, s) J(rs) s dr$$

را در معادلات ۳۶ و ۳۷ تأثیر داده و به‌دسته معادلات زیر خواهیم رسید:

$$P(t, r) = P_1(t, r) + P_2(t, r)$$

$$T(t, r) = T_1(t, r) + T_2(t, r)$$

۳۸

$$P_1(t, r) = \frac{P_A r^2}{2} \int_0^{\infty} [A_1 + \frac{u_1^2 A_2}{C_1^2 - C_2^2} \text{Cos}(C_1 s t)] \varphi(s) J_0(rs) s ds$$

۳۹

$$P_2(t, r) = \frac{P_A r^2}{2} \frac{u_1^2 A_3}{C_1^2 - C_2^2} \int_0^{\infty} \text{Cos}(C_2 s t) \varphi(s) J_0(rs) s ds$$

۴۰

$$T_1(t, r) = \frac{T_A r^2}{2} \int_0^{\infty} [B_1 + \frac{u_2^2 B_2}{C_1^2 - C_2^2} \text{Cos}(C_1 s t)] \varphi(s) J_0(rs) s ds$$

۴۱

$$T_2(t, r) = \frac{T_A r^2}{2} \frac{u_2^2 B_3}{c_1^2 - c_2^2} \int_0^{\infty} \text{Cos}(C_2 s t) \varphi(s) J_0(rs) s ds$$

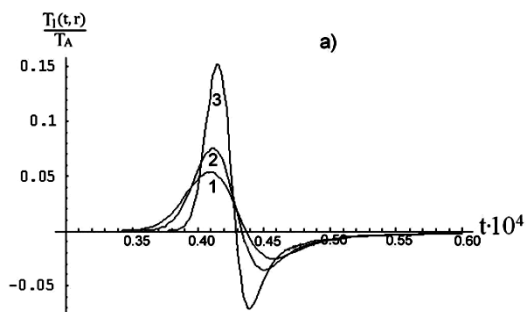
معادلات ۳۸ تا ۴۱ در واقع نشان می‌دهند که صوت‌های

اول و دوم از دو بخش تشکیل شده است  $P_1(t, r)$  موج صوت اول عادی می‌باشد که با سرعت  $C_1$  حرکت می‌کند و  $P_2(t, r)$  صوتی است که با سرعت  $C_2$  حرکت می‌کند.

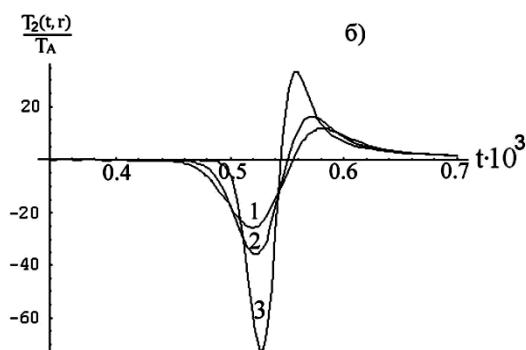
$T_1(t, r)$  موج صوتی است که با سرعت  $C_1$  حرکت

می‌کند و  $T_2(t, r)$  موج صوتی دوم عادی است که با سرعت  $C_2$  حرکت می‌کند.

مقادیر  $T_0 = 1.4K$  و  $r = 0.01M$  و  
 $w = 1.10^{-3}M$  (نمودار شماره ۱)  
 $w = 8.10^{-4}M$  (نمودار شماره ۲)  
 $w = 5.10^{-4}M$  (نمودار شماره ۳).



شکل ۳. نمودار پالسی مربوط به صوت دوم در  $T_1(t,r)$  در He-II با در نظر گرفتن سازوکار الکترواستریکشن برای مقادیر  $T_0 = 1.4K$  و  $r = 0.01M$  و  $w = 1.10^{-3}M$  (نمودار شماره ۱)،  $w = 8.10^{-4}M$  (نمودار شماره ۲) و  $w = 5.10^{-4}M$  (نمودار شماره ۳).

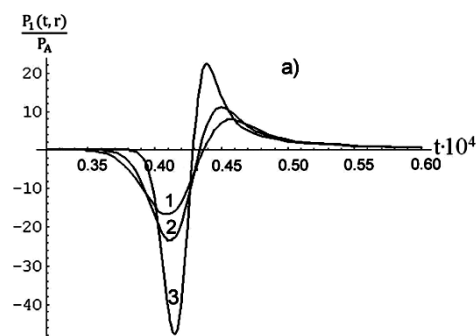


شکل ۴. نمودار پالسی مربوط به صوت دوم در  $T_2(t,r)$  در He-II با در نظر گرفتن سازوکار الکترواستریکشن برای مقادیر  $T_0 = 1.4K$  و  $r = 0.01M$  و  $w = 1.10^{-3}M$  (نمودار شماره ۱)،  $w = 8.10^{-4}M$  (نمودار شماره ۲)،  $w = 5.10^{-4}M$  (نمودار شماره ۳).

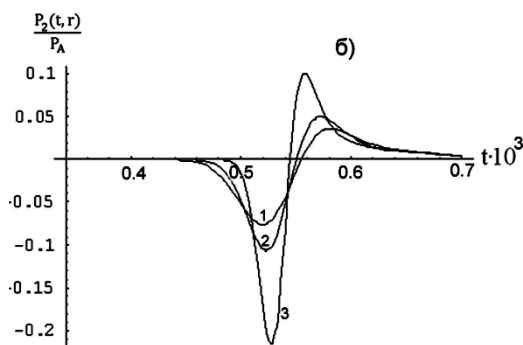
### نتیجه گیری

در این مقاله ما با استفاده از معادلات هیدرودینامیک خطی دو معادله موجی مربوط به صوت اول و دوم را به دست آوردیم و هر دو سازوکار الکترواستریکشن و دمایی را در هلیوم چهار ابرشاره مشاهده نمودیم.

کشف این دامنه‌ها به اندازه کافی مشکل نیست. اما به‌عنوان نتایج حاصل از محاسبات عددی، نتایج افزایش سرعت با کاهش شعاعی پرتو و در نتیجه کشف پالس اضافی کاملاً درست می‌باشد. توجه داشته باشید که افزایش در مقدار  $T_1(t,r)$  و  $P_2(t,r)$  با کاهش  $w$  محدود به شرط  $T_0 + T_2(t,r) \ll T_\lambda$  است. در انتخاب پارامترهای پرتو باید گفت که آنها باید با حالتی که، دمای سیستم در یک زمان معین بسیار کمتر از دمای گذار فاز از هلیوم چهار ابرشاره به هلیوم چهار عادی می‌باشد، موافق باشند.



شکل ۱. نمودار پالسی مربوط به صوت اول در  $P_1(t,r)$  در He-II با در نظر گرفتن سازوکار الکترواستریکشن برای مقادیر  $T_0 = 1.4K$  و  $r = 0.01M$  و  $w = 1.10^{-3}M$  (نمودار شماره ۱)،  $w = 8.10^{-4}M$  (نمودار شماره ۲) و  $w = 5.10^{-4}M$  (نمودار شماره ۳).



شکل ۲. نمودار پالسی مربوط به صوت دوم در  $P_2(t,r)$  در He-II با در نظر گرفتن سازوکار الکترواستریکشن برای

[4] H.E. Hall, W.F. Vinen, The Rotation of Liquid Helium II. II. The Theory of Mutual Friction in Uniformly Rotating Helium II, *Proceedings of the Royal Society A Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 238 (1956) 215.

[5] G. Rayfield, F. Reif, Quantized Vortex Rings in Superfluid Helium, *Physical Review* 136 (1964) 1194.

[6] R.E. Packard, Vortex photography in liquid Helium, *Physica B+C*, 109-110 (1982) 1474-1484.

[7] O. Avenel, E. Varoquaux, Observation of Singly Quantized Dissipation Events Obeying the Josephson Frequency Relation in the Critical Flow of Superfluid He4 through an Aperture, *Physical Review Letters* 55 (1985) 2704-2707.

[8] P. Frank, Matter and Methods at Low Temperatures, *Springer 2nd Edition*, Berlin, (1996) 16.

[9] Putterman, J. Seth, Superfluid Hydrodynamics, North-Holland, (1974).

[10] K. R. Atkins, Third and Fourth Sound in Liquid Helium II, *Physical. Review Letters* 113 4 (1959) 962-965.

[11] G.A. Williams, R. Rosenbaum and I. Rudnik, Fifth sound in superfluid 4He and 3He-4He Mixtures, *Physical Review Letters* 42 19 (1959) 1282-1285.

[12] R. Schafer and T. Fliessbach, The two-fluid model with superfluid entropy, *Springer link, Nuovo Cim* 16 4 (1994) 373-390.

[13] J.S. Brooks, R.J. Donnelly, The Calculated Thermodynamic Properties of Superfluid Helium-4, *Journal of Physical Chemistry* 6 1 (1977) 51-101.

[14] L.S. Kouchaksaraei, The Study of Optoacoustic First and Second Sound

سپس نور لیزر را به شکل موج پیوسته بر بخش شفاف هلیوم ابرشاره که تنها سازوکار الکترو استریکشن در این بخش غالب است تأثیر داده و تولید پالس صوتی اول و دوم را که از دو بخش عادی و اضافی تشکیل شده‌اند در هلیوم ابرشاره بررسی و مشاهده نمودیم. در این مقاله ما دو موج صوتی اول و دوم عادی و همچنین دو موج صوتی اضافی تند حرکت و آرام حرکت را مشاهده نمودیم. همچنین با کاهش شعاع دامنه پرتو لیزر ( $W$ )، افزایش دامنه نوسانات را مشاهده نمودیم.

#### قدردانی

در اینجا بر خود لازم می دانم که از استاد راهنمای گرانقدرم جناب پرفسور تقی مراد صالحی استاد فیزیک ریاضی شاغل در انستیتوی علمی-تحقیقاتی دانشگاه ملی تاجیکستان که در این پژوهش مرا یاری فراوان رساندند، سپاسگزاری نمایم. همچنین از تمامی همکارانم در گروه فیزیک انستیتوی علمی-تحقیقاتی دانشگاه ملی تاجیکستان به خاطر همراهیشان سپاسگزارم.

#### مرجع‌ها

[1] P. Kapitsa, Viscosity of Liquid Helium below the 1-Point, *Nature* 141 (1938) 74.

[2] J. Allen, A.D. Misener, Flow Phenomena in Liquid Helium II, *Nature* 142 (1938) 643.

[3] P. Frank, Matter and Methods at Low Temperatures, *Springer, 2nd Edition, Berlin*, (1992) 20-30.

*функции*, (2009). (A.B. Balakin, Three Lectures on the Theory of Bessel Functions, *Teaching Manual for the Course, Methods of Mathematical Physics. Special Functions*, (2009)).

[21] Б.Н. Есельсон, В.Г. Григорьев, Э.Я. Иванцов и Рудаковский, Свойства жидкого и твердого гелия, *М: Из.-во Стандартов*, (1978) 128. (B.N. Esel'son, V.G. Grigoriev, E.YA. Ivantsov, Rudavskii, Properties of Liquid and Solid Helium, *M: Iz. of Standards* (1978) 128.

Waves in Superfluid Helium under the Effect of Gaussian Laser Light Considering Electrostriction Mechanism, *Journal of Modern Physics* 6 (2015) 855-862.

[15] L.S. Kouchaksaraei, Rectangular Laser Light Effects on Optoacoustic Waves of First and Second Sounds in Superfluid Helium Considering Electrostrictive Mechanism, *International Journal of Engineering Innovations and Research* 4 3 (2015) 390-397.

[16] Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшиц, *Гидродинамика, М.:Наука*, (1986) 733. (L.D. Landau, E.M. Lifshitz, *Hydrodynamics M: Science* (1986) 733).

[17] О.Ш. Одилов, Лазерная оптоакустическая спектроскопия сверхтекучего гелия, *Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук., ТНУ, Душанбе*, (2010) 135. (O.Sh. Odilov, *Thesis for the Degree of Candidate of Physical and Mathematical Sciences. Laser Optoacoustic Spectroscopy of Superfluid Helium, TNU, Dushanbe*, (2010) 135).

[18] Т.Х. Салихов, Асосҳои назариявии оптоакустика лазер, Душанбе, (2001) 14-17. (T.Kh. Salikhov, *Theoretical Bases of Laser Optoacoustics, Dushanbe*, (2001) 14-17.)

[19] С.Ф. Ледаев, элементы теории функций комплексной переменной и теории вероятностей, (Министерство образования и науки Украины Севастопольский национальный технический университет), Севастополь: Изд-во СевНТУ, (2011) 60. (S.F. Ledyayev, *Elements of the Theory of Complex Functions and Probability Theory, (The Ministry of Education and Science of Ukraine Sevastopol National Technical University)*, (2011) 600).

[20] А.Б. Балакин, Три лекции по теории функций бесселя, Учебно-методическое пособие к курсу, Методы математической физики. *Специальные*

# **The Study of Optoacoustic Excitation and Generation of First and Second Sound Waves in Superfluid Helium4 Considering Electrostriction Mechanism**

**Leyla Safaei Kouchaksaraei\***

Department of Physics, Farhangian University, Sari, Iran

## **Abstract**

The present paper applies an optoacoustic method for generation of the first and second sound waves in superfluid helium4. Two wave equations related to pressure and temperature vibrations in time unit are concluded using linear hydrodynamic equations and conducting numeral calculations, and two thermal and electrostriction mechanism are observed. Analyses incurred in this paper are related to crystal parts of superfluid helium. Absorption coefficient of these crystal parts is nearly zero, and the only dominant mechanism is electrostriction one. Two sound waves are studied including first sound wave that is propagation of pressure vibrations and second sound wave that is propagation of temperature vibration in superfluid helium4. We shine laser light in the form of a continuous wave on superfluid helium4 after generating wave equations, and observe generation normal first and second sound waves and fast and slow sound waves in superfluid helium4. We Also observed that reducing of the laser beam radius amplitude ( $w$ ), increases the pressure and temperature vibrations amplitude in superfluid helium4.

**Keywords:** Sound, Superfluid helium, Electrostriction mechanism, Wave equations