

محاسبه تحلیلی دامنه‌های پراکندگی برای گذار از حالت پایه به حالت‌های

np و ns اتم هیدروژن در برخورد با پروتون در کانال تهییج-فرمول‌بندی

نیمه کلاسیکی

رضا فتیحی*، سعیده امیری بیدوری

دانشکده فیزیک دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران

دریافت: ۱۳۹۵/۰۴/۰۸ ویرایش نهایی: ۱۳۹۵/۰۷/۱۸ پذیرش: ۱۳۹۵/۰۹/۰۳

چکیده

در کار حاضر با استفاده از یک رهیافت نیمه‌کلاسیکی به بررسی فرآیند تهییج در برخورد ذرات باردار با اتم هیدروژن در محدوده انرژی‌های میانی و بالا پرداخته شده است. فرمول‌بندی آیکونال چند کاناله برای محاسبه دامنه‌های پراکندگی به کار گرفته شده است. در این رهیافت که به عنوان تصحیح تقریب مرتبه اول بورن از آن یاد می‌شود، دامنه پراکندگی برای حالت‌های برانگیخته ns و np اتم هیدروژن در برخورد با پروتون به صورت تحلیلی محاسبه شده است. سطح مقطع‌های جزئی و کل به دست آمده برای تراز $n=2$ هم‌خوانی خوبی را با نتایج تجربی و نظریه‌های در دسترس در محدوده انرژی‌های میانی و بالا نشان می‌دهد. با استفاده از این فرمول‌بندی می‌توان ضریب قطبش خطوط طیفی اتم هیدروژن در محدوده انرژی‌های مورد بحث را با دقت خوبی محاسبه نمود.

کلیدواژگان: فرمول‌بندی نیمه کلاسیکی، دامنه پراکندگی، برخورد یون-اتم، سطح مقطع جزئی، کانال تهییج

مقدمه

در بحث برخورد یون-اتم می‌توان از برخورد پروتون با اتم هیدروژن به عنوان یک معیار برای توسعه نظریه‌های جدید پراکندگی سه‌جسمی یاد کرد. از طرف دیگر، دانستن سطح مقطع برخورد کانال‌های تهییج و انتقال بار در برهم‌کنش اتم هیدروژن با پروتون برای محاسبه پهنا، شدت و قطبش خطوط طیفی اتم هیدروژن که اطلاعات زیادی را در مورد پدیده‌های فیزیکی و نحوه مدل‌سازی صحیح آن‌ها در فیزیک نجومی [۴] و فیزیک پلاسما [۵] در اختیار می‌گذارد، لازم است. با وجود سادگی و پایه‌ای بودن این برخورد هنوز هم اختلاف بین نتایج نظری مختلف و داده‌های

می‌توان پراکندگی باریکه‌ای از ذرات معلوم توسط عنصر مورد آزمایش را یکی از اساسی‌ترین ابزارهای فیزیک برای کاوش در قلمرو اتمی و زیراتمی در قرن اخیر دانست. امروزه آزمایش‌های پراکندگی در گستره وسیعی از انرژی برخورد، از برخوردهای کم انرژی الکترون-اتم تا پراکندگی‌های یون-اتم، اتم-اتم، مولکول-اتم و برخوردهای پرانرژی الکترون پوزیترون انجام می‌شوند. نتایج مربوط به سطح مقطع پراکندگی برای شناخت نیروهای موجود در ماده چگال [۱]، شبیه‌سازی محیط پلاسمایی [۲] و در فناوری پزشکی [۳] به کار برده می‌شود.

آزمایشگاهی نمایان است. در بحث‌های تجربی برخورد پروتون با اتم هیدروژن در محدوده وسیعی از انرژی انجام شده است. در بحث نظری هیچ رهیافت مناسبی وجود ندارد که بتواند سطح مقطع برخورد را در تمام نواحی انرژی محاسبه نماید. هر کدام از رهیافت‌های نظری، که در سه دسته کلی روش‌های کوانتومی، روش‌های نیمه‌کلاسیکی و کلاسیکی قرار می‌گیرند برای یک محدوده انرژی مناسب می‌باشند. محدوده انرژی در فیزیک اتمی و مولکولی را نسبت سرعت پرتابه به سرعت الکترون مقید و فعال در اتم تعیین و به سه ناحیه برخورد با انرژی پایین، برخورد با انرژی میانی و برخورد با انرژی بالا تقسیم می‌نماید. منظور از انرژی‌های بالا در کار حاضر سرعت‌های غیر نسبیتی می‌باشد و بحث نسبیتی مربوط به زمانی است که سرعت پرتابه قابل مقایسه با سرعت نور باشد و الکترون مقید و فعال در یک اتم سنگین مورد بررسی قرار بگیرند.

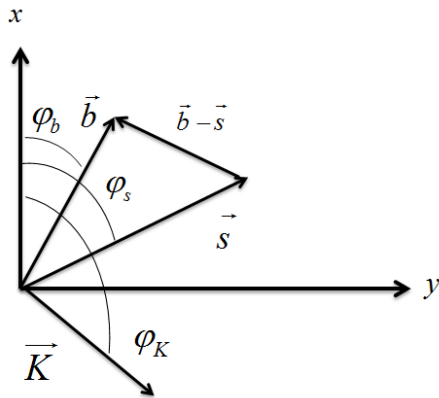
از جمله روش‌های کوانتومی می‌توان به روش جفت‌شدگی نزدیک اشاره نمود [۶]. در تقریب جفت‌شدگی نزدیک تابع موج سیستم به وسیله مجموعه‌ای از توابع موج اتمی بسط داده می‌شود و به محض جای‌گذاری این تابع موج در معادله شرودینگر به‌ازای هر مقدار اندازه حرکت زاویه‌ای کل یک مجموعه نامحدود از معادلات دیفرانسیل جفت‌شده حاصل می‌شود. این مجموعه نامحدود باید در گستره تابع موج و اندازه حرکت زاویه‌ای همگرا شود و این مشکل بزرگ روش جفت‌شدگی نزدیک است که این روش را در انرژی‌های بالای برخورد غیر قابل استفاده کرده است. از دیگر روش‌های کوانتومی که به‌علت سادگی محاسبات به رایج‌ترین روش در بحث پراکندگی یون-اتم در محدوده انرژی‌های بالا تبدیل شده است تقریب مرتبه اول

بورن می‌باشد که یک روش اختلالی است. از آنجایی که در این تقریب مهم‌ترین جفت‌شدگی بین حالت اولیه و نهایی سیستم در نظر گرفته می‌شود و در کانال تهییج به دلیل تعامل توابع موج اولیه و نهایی زیر سیستم مقید اثر بین هسته‌ای را در محاسبات وارد نمی‌کند، بنابراین نمی‌تواند تصویر کاملی از فرآیند برخورد را به‌دست دهد. به‌منظور تصحیح تقریب مرتبه اول بورن [۷] روش‌های کوانتومی از جمله تقریب مرتبه دوم بورن، تقریب فادیف-واتسون-لاولیس [۸] و تقریب بورن موج واپیچیده [۹] عنوان شده‌اند که رهیافت محاسباتی پیچیده‌ای دارند.

در کار حاضر سعی شده است در حین حفظ سادگی محاسبات از یک روش نیمه‌کلاسیکی به‌منظور تصحیح تقریب مرتبه اول بورن استفاده شود. به‌طور کلی روش‌های نیمه‌کلاسیکی از جمله تقریب آیکنال^۱ و تقریب WKB^۲ روش‌های تقریب هستند که هرگاه طول موج دوبروی ذرات مورد نظر در مقایسه با تغییرات پتانسیل در مسیر فرآیند برخورد کوچک باشد، استفاده می‌شوند. برخلاف تقریب بورن که یک روش اختلالی است در اینجا نیازی به کوچک بودن پتانسیل نیست و تنها کافیست که انرژی ذره فرودی بسیار بزرگ‌تر از پتانسیل برهم‌کنش باشد. در رهیافت حاضر که یکی از حالت‌های حدی تقریب آیکنال چندکاناله می‌باشد [۱۰]، سطح مقطع تهییج برای گذار از حالت پایه به حالت‌های ns و np اتم هیدروژن در برخورد با ذرات باردار به‌صورت کاملاً تحلیلی محاسبه می‌شود. نتایج به‌دست آمده برای حالت خاص $n=2$ در برخورد پروتون با اتم هیدروژن در محدوده انرژی $100keV$ تا $1MeV$ که با داده‌های تجربی و نتایج نظریه‌های دیگر مقایسه شده است،

²Wentzel, Kramers, Brillouin

¹Eikonal



شکل ۱. نمایش برخورد در صفحه xy . صفحه کاغذ صفحه xy بوده و بردارهای \vec{b} ، \vec{s} و \vec{K} در این صفحه قرار دارند و به ترتیب زوایای φ_b ، φ_s و φ_K را با جهت مثبت محور x می‌سازند. جهت سرعت اولیه پروتون‌های فرودی عمود بر صفحه و به سمت خارج از صفحه می‌باشد.

با استفاده از آخرین حالت حدی نظریه آیکونال چندکاناله به صورت

$$f_{fi}(\vec{K}) = \frac{ik_i}{2\pi} \int \chi_i^*(\vec{r}) \left[1 - e^{i\vec{z}(\vec{b}\cdot\vec{s})} \right] \chi_i(\vec{r}) e^{i\vec{K}\cdot\vec{b}} d^2b d\vec{r} \quad ۳$$

نوشته خواهد شد [۱۱]. در این رابطه فرض می‌شود بردار \vec{K} عمود بر \vec{k}_i است به عبارتی \vec{K} در صفحه xy می‌باشد. این فرض که در حد انرژی‌های بالا و یا زوایای پراکندگی کوچک صحیح است، باعث کاهش محاسبات در بخش بعد خواهد شد. در رابطه ۳، تابع جابه‌جایی فاز به شکل

$$\chi(\vec{b}, \vec{s}) = -\frac{1}{\hbar v_i} \int_{-\infty}^{\infty} V(\vec{b}, \vec{r}, z') dz' \quad ۴$$

تعریف می‌گردد. انتگرال‌گیری در طول مسیر پرتابه از پتانسیل بین ذره فرودی و هدف انجام می‌شود. با فرض کولنی بودن پتانسیل‌ها، تابع جابه‌جایی فاز برای برخورد پروتون با اتم هیدروژن به صورت

$$\chi(\vec{b}, \vec{s}) = -2\eta \ln \left(\frac{|\vec{b} - \vec{s}|}{b} \right) \quad ۵$$

موفقیت این روش را در محدوده انرژی‌های میانی و بالا نشان می‌دهد.

نظریه

در برخورد ذرات باردار با اتم‌های هیدروژن‌گونه فرض کنید $\hbar\vec{k}_i$ و $\hbar\vec{k}_f$ به ترتیب بردارهای اندازه حرکت پروتون فرودی قبل و بعد از برخورد را نمایش دهند و $\vec{K} = \vec{k}_i - \vec{k}_f$ اندازه حرکت انتقال یافته از ذره فرودی به هدف در طی فرآیند برخورد می‌باشد. مکان پروتون هدف به عنوان مبدأ مختصات در نظر گرفته شده و فرض می‌گردد \vec{k}_i در راستای محور z می‌باشد که موقعیت الکترون هدف و پروتون فرودی به ترتیب با \vec{r} و \vec{r}' نمایش داده شده و به صورت

$$\vec{r}' = \vec{b} + z' \hat{\xi} \quad ۱$$

$$\vec{r} = \vec{s} + z \hat{\xi} \quad ۲$$

نوشته می‌شود. \vec{S} مؤلفه‌ای از \vec{r} در صفحه xy است و \vec{b} پارامتر برخورد نظیر می‌باشد. که در صفحه xy قرار دارد و عمود بر مسیر اولیه ذرات فرودی ($\hat{\xi}$) است. شکل ۱ نمایشی از برخورد در صفحه xy می‌باشد.

با توجه به تعاریف عنوان شده دامنه پراکندگی $f_{fi}(\vec{K})$ برای برخوردهایی که در آن اتم از یک حالت اولیه i با تابع موج $\chi_i(\vec{r})$ به یک حالت نهایی f با تابع موج $\chi_f(\vec{r})$ انتقال می‌یابد و ذره فرودی قسمتی از اندازه حرکت خود را به هدف منتقل می‌کند.

می‌باشد. $(a)_j$ نماد پوکهامر نامیده می‌شود [۱۲]. از آنجایی که به‌ازای تمام مقادیر a ، $(a)_0 = 1$ می‌باشد، بنابراین معادله ۹ به‌ازای تمامی j ها در محدوده رابطه ۸ معتبر می‌باشد. با جایگذاری رابطه ۹ در رابطه ۸ و از بین بردن فاکتور $(2l+1)!$ از مخرج رابطه ۸ و با توجه به تعریف تابع فوق هندسی همشار F_1 ، تابع لژاندر برای حالت خاص $l=0$ به صورت

$$L_n^1(\rho) = -\frac{(n!)^2}{(n-1)!} F_1(-n+1; 2; \rho) \quad ۱۰$$

بازنویسی می‌گردد. با جایگذاری رابطه ۱۰ در عبارت ۶ حاصل ضرب $\chi_f^* \chi_i$ به صورت

$$\chi_f^*(\vec{r}) \chi_i(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{2}{a_0}\right)^3 \frac{1}{2} \left[\frac{(n)!}{n^4(n-1)!} \right]^{\frac{1}{2}} \times e^{-\left(\frac{1}{a_0}\right)\left(1+\frac{1}{n}\right)r} \sum_{j=0}^{n-1} \frac{(-n+1)_j}{(2)_j j!} \left(\frac{2r}{na_0}\right)^j \quad ۱۱$$

به دست می‌آید. با جایگزین نمودن عبارت ۱۱ در رابطه ۳ به عبارت

$$f_{1s \rightarrow ns}(\vec{K}) = \frac{ik_i}{2\pi} \left(\frac{1}{4\pi}\right) \left(\frac{2}{a_0}\right)^3 \frac{1}{2} \left[\frac{(n)!}{n^4(n-1)!} \right]^{\frac{1}{2}} \times \sum_{j=0}^{n-1} \frac{(-n+1)_j}{(2)_j j!} \int d\vec{r} d^2b \left(\frac{2r}{na_0}\right)^j e^{-\left(\frac{1}{a_0}\right)\left(1+\frac{1}{n}\right)r} \times \left(1 - e^{i\chi(\vec{b}, \vec{r})}\right) e^{i\vec{K}\vec{b}} \quad ۱۲$$

برای دامنه پراکندگی دست خواهیم یافت. عبارت ۱۲ با تعریف تابع مولدی به شکل

$$I_0(\lambda, \vec{K}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int e^{-\lambda r} \frac{1}{r} \left[1 - \left(\frac{|\vec{b} - \vec{S}|}{b} \right)^{2i\eta} \right] \times e^{i\vec{K}\vec{b}} d\vec{r} d^2b \quad ۱۳$$

به صورت

و با معرفی $\eta = -\frac{e^2}{\hbar v_i}$ محاسبه می‌شود. لازم به ذکر است با بسط عبارت $e^{i\chi(\vec{b}, \vec{r})}$ برحسب توان‌های χ ، در تقریب مرتبه اول جمله‌ای که نسبت به χ خطی است باقی می‌ماند و مشاهده می‌شود که با تقریب مرتبه اول بورن یکسان است، لذا می‌توان از این روش به عنوان تصحیح تقریب مرتبه اول یاد کرد.

محاسبه دامنه پراکندگی برای گذارهای

$1s \rightarrow ns$ به صورت تحلیلی

به منظور محاسبه دامنه پراکندگی برای گذار

$1s \rightarrow ns$ حاصل ضرب $\chi_f^* \chi_i$ در رابطه ۳

به صورت

$$\chi_f^*(\vec{r}) \chi_i(\vec{r}) = -\frac{1}{4\pi} \left(\frac{2}{a_0}\right)^3 \frac{1}{2} \left[\frac{(n-1)!}{n^4(n!)^3} \right]^{\frac{1}{2}} \times e^{-\frac{1}{2}\rho_i} e^{-\frac{1}{2}\rho_f} L_n^1(\rho_f) \quad ۶$$

نوشته خواهد شد [۱۱]. $L_n^1(\rho_f)$ چند جمله‌ای عمومی لاگر است. همچنین

$$\rho_i = \frac{2}{a_0} r, \quad \rho_f = \frac{2}{a_0 n} r, \quad r = \sqrt{S^2 + z^2} \quad ۷$$

و a_0 شعاع بوهر است. چند جمله‌ای عمومی لاگر به صورت

$$L_{n+l}^{2l+1}(\rho) = -[(n+l)!]^2 \times \sum_{j=0}^{n-l-1} \frac{(-1)^j \rho^j}{(n-l-1-j)!(2l+1+j)! j!} \quad ۸$$

تعریف می‌گردد. در این رابطه توجه می‌نماییم که اگر j طیف وسیعی از مقادیر نشان داده شده در معادله ۸ به استثنای $j=0$ را شامل گردد آنگاه

$$(n-l-1-j)! = \frac{(n-l-1)!}{(-1)^j (-n+l+1)_j} \quad ۹$$

حاصل می‌شود. با جایگزین کردن bS به جای S و حل انتگرال مربوط به $[14]$ ، تابع مولد I_0 به شکل

$$I_0(\lambda, \bar{K}) = 8 \int_0^\infty S dS (\lambda S)^{-4} {}_2F_1\left(2, 2; 1; -\frac{K^2}{\lambda^2 S^2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi_s (1 + S^2 - 2S \cos \varphi_s)^{i\eta}\right) \quad 21$$

نوشته می‌شود، که در آن تابع فوق هندسی ${}_2F_1$ تابع فوق هندسی می‌باشد. از آنجایی که قصد داریم مسأله را در حد انرژی‌های بالا حل نماییم حد $K \rightarrow 0$ در نظر گرفته می‌شود. با اندکی محاسبات می‌توان نشان داد، زمانی که K غیر صفر است، رابطه‌ای که در عبارت ۲۱ با جمله اول پراتنز متناسب است صفر خواهد بود.

بنابراین در حد $K \rightarrow 0$ ، I_0 به صورت

$$I_0(\lambda, \bar{K}) = 8 \int_0^\infty S dS (\lambda S)^{-4} {}_2F_1\left(2, 2; 1; -\frac{K^2}{\lambda^2 S^2}\right) \times \left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi_s (1 + S^2 - 2S \cos \varphi_s)^{i\eta}\right) \quad 22$$

می‌باشد. برای محاسبه انتگرال $d\varphi_s$ حالت کلی

$$Q_m = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi e^{im\varphi} (1 + S^2 - 2S \cos \varphi)^{i\eta} \quad 23$$

را در نظر می‌گیریم که m یک عدد صحیح مثبت و یا منفی است. η صرفاً حقیقی بوده و $0 \leq S < \infty$ است. از آنجایی که $\sin(m\varphi)$ یک تابع فرد است بنابراین Q_m می‌تواند به رابطه

$$Q_m = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \cos(m\varphi) (1 + S^2 - 2S \cos \varphi)^{i\eta} \quad 24$$

کاهش پیدا کند. برای محاسبه حالت $m > 0$ از

انتگرال [۱۴]

$$\int_0^\infty t^{\mu-1} J_\nu(at) dt = 2^{\mu-1} a^{-\mu} \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\nu + \frac{1}{2}\mu\right)}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{2}\nu - \frac{1}{2}\mu\right)} \quad 25$$

$$, -\text{Re} \nu < \text{Re} \mu < \frac{3}{2}$$

$$f_{1s \rightarrow ns}(\bar{K}) = ik_i A_n \times \left\{ \sum_{j=0}^{n-1} \alpha_j(n) (-1)^{j+1} \frac{\partial^{j+1}}{\partial \lambda^{j+1}} I_0(\lambda, \bar{K}) \right\} \Bigg|_{\lambda = \frac{1}{a_0} \left(1 + \frac{1}{n}\right)} \quad 14$$

بازنویسی می‌گردد. در رابطه ۱۴

$$A_n \equiv \left(\frac{2}{a_0}\right)^3 \frac{1}{4} n^{-\frac{3}{2}} \quad 15$$

و

$$\alpha_j(n) = \left[\frac{(-n+1)_j}{(2)_j j!} \right] \left(\frac{2}{na_0}\right)^j \quad 16$$

می‌باشد. با توجه به شکل ۱ تابع مولد I_0 به صورت

$$I_0(\lambda, \bar{K}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^\infty b db \int_0^\infty S dS \times \int_{-\infty}^\infty dz \frac{e^{-\lambda \sqrt{S^2 + z^2}}}{\sqrt{S^2 + z^2}} \int_0^{2\pi} d\varphi_b e^{ikb \cos \varphi_b} \times \int_0^{2\pi} d\varphi_s \left[1 - \left(\frac{b^2 + S^2 - 2bS \cos \varphi_s}{b^2}\right)^{i\eta} \right] \quad 17$$

نوشته می‌شود. با محاسبه انتگرال‌های مربوط به

متغیرهای φ_b و z با توجه به عبارت‌های انتگرالی [۱۳ و ۱۲]

$$J_0(br) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(ibr \sin \theta) d\theta \quad 18$$

و

$$k_\nu(z) = \int_0^\infty \exp(-z \cosh t) \cosh(\nu t) dt \quad 19$$

نتیجه

$$I_0(\lambda, \bar{K}) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty b db \int_0^\infty S dS K_0(\lambda S) J_0(Kb) \times \int_0^{2\pi} d\varphi_s \left[1 - \left(\frac{b^2 + S^2 - 2bS \cos \varphi_s}{b^2}\right)^{i\eta} \right] \quad 20$$

حالت $m = 0$ در نظر گرفته می‌شود و پس از مشتق‌گیری عبارت

$$U_{0,r} = -\int_0^\infty dt t^{-2i\eta} \left[J_1(t) \int_0^\infty dS S J_0(S t) \left(S^2 + \frac{K^2}{\lambda^2} \right)^{-2-r} + J_0(t) \int_0^\infty dS S^2 J_1(S t) \left(S^2 + \frac{K^2}{\lambda^2} \right)^{-2-r} \right] \quad ۳۰$$

به دست می‌آید. در انتگرال ذکر شده عبارتی به صورت زیر وجود دارد [۱۶].

$$\int_0^\infty dx \frac{J_\nu(bx)}{(x^2 + a^2)^{\mu+1}} = \frac{a^{\nu-\mu} b^\mu K_{\nu-\mu}(ab)}{2^\mu \Gamma(\mu+1)} \quad ۳۱$$

$$, -1 < \text{Re} \nu < \text{Re} \left(2\mu + \frac{3}{2} \right); a, b > 0$$

هرکدام از جمله‌های رابطه ۳۰ به‌ازای تمام اعداد صحیح $r \geq 0$ در شرایط رابطه (۳۱) صدق می‌کنند. با شرط $\frac{K^2}{\lambda^2} > 0$ علاوه بر این [۱۴]:

$$\int_0^\infty dt t^{-\rho} J_\nu(\beta t) K_\mu(\alpha t) = 2^{-1-\rho} \alpha^{\rho-\nu-1} \beta^\nu \Gamma\left(\frac{1+\nu-\rho+\mu}{2}\right) \Gamma\left(\frac{1+\nu-\rho-\mu}{2}\right) [\Gamma(1+\nu)]^{-1} \times {}_2F_1\left(\frac{1+\nu-\rho+\mu}{2}, \frac{1+\nu-\rho-\mu}{2}; 1+\nu; -\frac{\beta^2}{\alpha^2}\right) , \text{Re}(\alpha + i\beta) > 0, \text{Re}(\nu - \rho + 1 \pm \mu) > 0 \quad ۳۲$$

بنابراین از آنجایی که $K_{-n}(z) = K_n(z)$ است و جمله‌های معادله ۳۰ شرایط رابطه ۳۲ را به‌ازای تمام $r \geq 0$ برآورده می‌سازند. بنابراین رابطه:

$$U_{0,r} = -2^{-2i\eta-1} \left(\frac{\lambda}{K}\right)^{2r+2-2i\eta} \Gamma(-i\eta+1+r) \times \Gamma(-i\eta+1) [\Gamma(2+r)]^{-1} \times \left\{ {}_2F_1\left(-i\eta+r+1, -i\eta+1; 1; -\frac{\lambda^2}{K^2}\right) + \left(\frac{\lambda^2}{K^2}\right) \times (-i\eta+1+r) {}_2F_1\left(-i\eta+r+2, -i\eta+1; 2; -\frac{\lambda^2}{K^2}\right) \right\} \quad ۳۳$$

نتیجه می‌گردد. با استفاده از روابط بازگشتی گاوسی [۱۶] می‌توان توابع فوق هندسی را ترکیب کرد و رابطه ۳۳ را به صورت:

استفاده می‌گردد. در اینجا $a = (1+S^2 - 2S \cos \varphi)^{\frac{1}{2}}$ و $\mu = -2i\eta + 1$ خواهد بود و در نتیجه

$$Q_m = -2^{2i\eta} \frac{\Gamma(1+i\eta)}{\Gamma(1-i\eta)} \frac{1}{\pi} \int_0^\infty dt t^{-2i\eta} \times \frac{d}{dt} \int_0^\pi d\varphi \cos(m\varphi) J_0\left(t \sqrt{1+S^2 - 2S \cos \varphi}\right) \quad ۲۶$$

است. به منظور تغییر ترتیب انتگرال‌گیری و مشتق‌گیری نسبت به t تابع بسل J_0 در رابطه ۲۶ با استفاده از سری نویمان [۱۵] بسط داده می‌شود. بنابراین انتگرال‌گیری روی φ جمله به جمله محاسبه می‌گردد و به‌ازای هر m اختیاری عبارت

$$Q_m = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \cos(m\varphi) (1+S^2 - 2S \cos \varphi)^{i\eta} = -2^{2i\eta} \frac{\Gamma(1+i\eta)}{\Gamma(1-i\eta)} \frac{1}{\pi} \int_0^\infty dt t^{-2i\eta} \frac{d}{dt} [J_{|m|}(St) J_{|m|}(t)] \quad ۲۷$$

نتیجه می‌شود.

با توجه به رابطه ۲۷ و با استفاده از بسط تابع فوق هندسی و فرمول‌های ادامه تحلیلی برای این تابع [۱۲] تابع مولد I_0 به‌ازای $m = 0$ به صورت:

$$I_0(\lambda, \bar{K}) = 2^{2i\eta+3} \frac{\Gamma(1+i\eta)}{\Gamma(1-i\eta)} \frac{1}{\lambda^4} \times \int_0^\infty dS dS \left(S^2 + \frac{K^2}{\lambda^2} \right)^{-2} \left(1 - \frac{2K^2/\lambda^2}{S^2 + K^2/\lambda^2} \right) \times \int_0^\infty dt t^{-2i\eta} \frac{d}{dt} [J_0(St) J_0(t)] \quad ۲۸$$

نوشته خواهد شد. انتگرال‌های موجود در رابطه ۲۸ در حالت کلی از نوع:

$$U_{m,r} = \int_0^\infty dS S^{1+m} \left(S^2 + \frac{K^2}{\lambda^2} \right)^{-2-m-r} \int_0^\infty dt t^{-2i\eta} \times \frac{d}{dt} [J_m(St) J_m(t)] \quad ۲۹$$

می‌باشند که m و r اعداد صحیح بزرگ‌تر یا مساوی با صفر هستند. برای حل انتگرال ۲۹ ابتدا

$$f_{1s \rightarrow ns}(\bar{K}) = ik_i \left(\frac{2}{a_0} \right)^3 \frac{1}{4} n^{-\frac{3}{2}} \sum_{j=0}^{n-1} \alpha_j(n) (-1)^{j+1} \quad ۳۷$$

$$\times \frac{\partial^{j+1}}{\partial \lambda^{j+1}} I_0(\lambda, \bar{K}) \Big|_{\lambda = \left(\frac{1}{a_0} \right) \left(1 + \frac{1}{n} \right)}$$

نتیجه می‌گردد، که در آن

$$\alpha_j(n) \equiv \left[(-n+1)_j / (2)_j j! \right] \left(\frac{2}{na_0} \right)^j \quad ۳۸$$

و

$$I_0(\lambda, \bar{K}) = -4i\eta \Gamma(1+i\eta) \Gamma(1-i\eta) \quad ۳۹$$

$$\times \lambda^{-2-2i\eta} K^{-2+2i\eta} {}_2F_1 \left(-i\eta+1, -i\eta+1; 1; -\frac{\lambda^2}{K^2} \right)$$

می‌باشند.

محاسبه دامنه پراکندگی برای گذارهای

$1s \rightarrow np$ به صورت تحلیلی

دامنه مربوط به گذاری از نوع $1s \rightarrow np$ را می‌توان با راه حل مشابه بخش قبل محاسبه نمود. باز هم \vec{k}_i در راستای محور \vec{z} ها می‌باشد و بنابراین حاصل ضرب $\chi_f^* \chi_i$ در عبارت ۳ به صورت

$$\chi_f^*(\vec{r}) \chi_i(\vec{r}) = -\frac{1}{4\pi} \left(\frac{3(1-|m|)!}{(1+|m|)!} \right)^{\frac{1}{2}} \quad ۴۰$$

$$\times \left(\frac{2}{a_0} \right)^3 \frac{1}{2} \left(\frac{(n-2)!}{n^4 [(n+1)!]^3} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\times \rho_f e^{-\frac{1}{2}(\rho_f + \rho_i)} L_{n+1}^3(\rho_f) P_1^{|m|} \left(\frac{\vec{r} \cdot \hat{z}}{r} \right) e^{-im\phi_s}$$

خواهد بود. در این جا $m = 0, \pm 1$ می‌باشد. با جای گذاری تابع لژاندر برحسب تابع فوق هندسی همشار و بسط این تابع، دامنه پراکندگی ۳ به صورت

$$U_{0,r} = -2^{-2i\eta-1} \left(\frac{\lambda}{K} \right)^{2r+2-2i\eta} \quad ۳۴$$

$$\times \frac{\Gamma(-i\eta+1+r) \Gamma(-i\eta+1)}{\Gamma(2+r)}$$

$$\times {}_2F_1 \left(-i\eta+r+2, -i\eta; 1; -\frac{\lambda^2}{K^2} \right)$$

بازنویسی نمود. زمانی که $m > 0$ باشد، محاسبات ساده‌تر خواهد بود. ابتدا در انتگرال گیری نسبت به t از انتگرال گیری جزیه‌جز استفاده نموده و سپس با تغییر ترتیب انتگرال گیری با توجه به رابطه ۳۱ انتگرال گیری روی S انجام می‌شود و عبارت

$$U_{m,r} = (2i\eta) \left(\frac{\lambda}{K} \right)^{1+r} \frac{2^{-1-m-r}}{\Gamma(2+m+r)} \quad ۳۵$$

$$\times \int_0^\infty dt t^{-2i\eta+m+r} J_m(t) K_{1+r} \left(\frac{K}{\lambda} \right)$$

به دست می‌آید.

از آن جایی که $\text{Re}[1+2m-2i\eta+r \pm (1+r)] \geq 2m > 0$ است انتگرال نهایی روی t با استفاده از رابطه ۳۲ محاسبه می‌شود. بنابراین انتگرال $U_{m,r}$ به صورت

$$U_{m,r} = i\eta 2^{-2i\eta-1} \left(\frac{\lambda}{K} \right)^{-2i\eta+2m+2r+2} \quad ۳۶$$

$$\times \frac{\Gamma(-i\eta+1+m+r) \Gamma(-i\eta+m)}{\Gamma(1+m) \Gamma(2+r+m)}$$

$$\times {}_2F_1 \left(-i\eta+m+r+1, -i\eta+m; 1+m; -\frac{\lambda^2}{K^2} \right)$$

حاصل می‌گردد.

از آن جایی که $i\eta \Gamma(-i\eta) = -\Gamma(-i\eta+1)$ است رابطه ۳۶ به ازای $m = 0$ به رابطه ۳۴ منجر می‌شود. بنابراین رابطه ۳۶ برای تمام m ها و $r \geq 0$ معتبر می‌باشد.

اکنون با توجه به رابطه ۳۶ و با استفاده از رابطه بازگشتی گاوس به منظور ترکیب توابع فوق هندسی دامنه پراکندگی برای گذار $1s \rightarrow ns$ به شکل

$$I_1(\lambda, \bar{K}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^\infty bdb \int_0^\infty S^2 dS \int_0^\infty dz \frac{e^{-\lambda\sqrt{S^2+z^2}}}{\sqrt{S^2+z^2}} \quad 46$$

$$\times \int_0^{2\pi} d\varphi_b \exp(i(Kb \cos \varphi_b - m\varphi_b))$$

$$\times \int_0^{2\pi} d\varphi_s e^{-im\varphi_s} \left[1 - \left(\frac{b^2 + S^2 - 2bS \cos(\varphi_s - \varphi_b)}{b^2} \right)^{i\eta} \right]$$

تعریف می‌گردد. φ_K زاویه قطبی \bar{K} در صفحه عمود بر \hat{z} است. حل معادله ۴۶ شبیه به معادله ۱۷ است. برای حل انتگرال‌های φ_s و S کافیت در روابط ۲۷ و ۳۶، $|m|=1$ و $r=0$ و $r=1$ اعمال گردد. در نتیجه تابع مولد I_1 به صورت

$$I_1(\lambda, \bar{K}) = i2^2 \Gamma(1+i\eta) \Gamma(-i\eta+2)$$

$$\times (i\eta) \lambda^{-2i\eta-2} K^{2i\eta-3} \left\{ {}_2F_1 \left(-i\eta+2, -i\eta+1; 2; -\frac{\lambda^2}{K^2} \right) \right. \quad 47$$

$$\left. - (-i\eta+2) {}_2F_1 \left(-i\eta+3, -i\eta+1; 2; -\frac{\lambda^2}{K^2} \right) \right\}$$

محاسبه می‌شود. بنابراین دامنه پراکندگی برای گذارهای از نوع $1s \rightarrow np$ به صورت

$$f_{1s \rightarrow 2p_0}(\bar{K}) \equiv 0 \quad 48$$

$$f_{1s \rightarrow 2p_{\pm 1}}(\bar{K}) = 2ik_i \left(\frac{3}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{4!} \left(\frac{2}{a_0} \right)^4$$

$$\times \frac{1}{n^3} \left(\frac{(n+1)!}{(n-2)!} \right)^{\frac{1}{2}} e^{\mp i\varphi_K} \sum_{j=0}^{n-2} \beta_j(n) (-1)^{j+1} \quad 49$$

$$\times \frac{\partial^{j+1}}{\partial \lambda^{j+1}} I_1(\lambda, \bar{K}) \Big|_{\lambda = \frac{1}{a_0} \left(1 + \frac{1}{n} \right)}$$

حاصل می‌گردد، که در آن $\beta_j(n)$ و I_1 از روابط ۴۲ و ۴۷ به دست می‌آیند.

حالت خاص (گذار به حالت برانگیخته $(n=2)$)

در این بخش دامنه‌های به دست آمده در بخش‌های قبل به طور خاص برای گذارهای $1s \rightarrow 2s, 2p$ مورد بررسی قرار می‌گیرد. معادله ۳۷ به ازای $n=2$ به عبارت

$$f_{1s \rightarrow np_m}(\bar{K}) = \frac{iK_i}{(2\pi)^2} \frac{\sqrt{3}}{4} \left(\frac{(1-|m|)!}{(1+|m|)!} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\times \left(\frac{2}{a_0} \right)^4 \frac{1}{n} \left[\frac{(n+1)!}{(n-2)!n^4} \right]^{\frac{1}{2}} \frac{1}{3!} \sum_{j=0}^{n-2} \beta_j(n) \quad 41$$

$$\times \int_0^\infty bdb \int_0^{2\pi} d\varphi_b \int_0^{2\pi} d\varphi_s \int_0^\infty SdS \int_0^\infty dz e^{i\bar{K}z} e^{-\left(\frac{1}{a_0} \right) \left(1 + \frac{1}{n} \right)}$$

$$\times r^{j+1} P_1^{|m|} \left(\frac{z}{\sqrt{S^2+z^2}} \right) e^{-im\varphi_s}$$

$$\times \left[1 - \left(\frac{b^2 + S^2 - 2bS \cos(\varphi_s - \varphi_b)}{b^2} \right)^{i\eta} \right]$$

نوشته می‌شود و $\beta_j(n)$ به شکل

$$\beta_j(n) = \frac{(-n+2)_j}{j!(4)_j} \left(\frac{2}{na_0} \right)^j \quad 42$$

تعریف می‌گردد. در عبارت ۴۱ انتگرال z از نوع

$$\int_0^\infty dz f \left(\sqrt{S^2+z^2} \right) \left[P_1^{|m|} \left(\frac{z}{\sqrt{S^2+z^2}} \right) \right] \quad 43$$

می‌باشد. پارامتر $P_1^{|m|}$ به صورت $(-1)^{1-|m|}$ است، در نتیجه زمانی که $m=0$ است

$$f_{1s \rightarrow np_0}(\bar{K}) = 0 \quad 44$$

خواهد بود. بنابراین تنها نیازمندیم معادله ۴۱ را برای اعداد کوانتومی مغناطیسی $m = \pm 1$ محاسبه نماییم. دامنه معادله ۴۱ با جمله‌هایی از یک تابع مولد $I_1(\lambda, \bar{K})$ بسط داده می‌شوند. با استفاده از خصوصیات تناوبی توابع مثلثاتی می‌توان نشان داد

$$f_{1s \rightarrow np_{\pm 1}}(\bar{K}) = 2ik_i \left(\frac{3}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{4!} \left(\frac{2}{a_0} \right)$$

$$\times \frac{1}{n^3} \left[\frac{(n+1)!}{(n-2)!} \right]^{\frac{1}{2}} e^{-im\varphi_K} \quad 45$$

$$\times \sum_{j=0}^{n-2} \beta_j(n) (-1)^{j+1} \frac{\partial^{j+1}}{\partial \lambda^{j+1}} I_1(\lambda, \bar{K}) \Big|_{\lambda = \frac{1}{a_0} \left(1 + \frac{1}{n} \right)}$$

است. در معادله ۴۵ تابع مولد به صورت

به دست می‌آید. θ و φ زوایا در دستگاه مختصات کروی هستند که نمایانگر جهت \vec{k}_f نسبت به \vec{k}_i می‌باشند. با توجه به اصل پایستگی انرژی و تعریف بردار اندازه حرکت انتقالی رابطه ۵۴ به صورت

$$\sigma_{fi} = \frac{1}{k_i^2} \int_{k_i-k_f}^{k_i+k_f} dK K \int_0^{2\pi} d\varphi |f_{fi}(\vec{K})| \quad 55$$

بازنویسی می‌گردد.

نتیجه گیری

در این بخش نتایج محاسبات مربوط به برخورد پروتون با اتم هیدروژن در محدوده انرژی $10 \text{ keV} - 1 \text{ MeV}$ و برای گذار از حالت پایه به تراز $n=2$ آورده شده است. شکل‌های ۲ و ۳ سطح مقطع‌های جزئی محاسبات انجام شده را برای گذارهای $2s$ و $2p$ در برخورد پروتون‌هایی با انرژی 100 keV ، 200 keV و 500 keV با اتم هیدروژن نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود با افزایش انرژی (افزایش سرعت پرتابه) سطح مقطع جزئی برخورد کاهش می‌یابد و این کاهش در زوایای بزرگ‌تر پراکندگی نمایان‌تر است. خاطر نشان می‌سازیم که سطح مقطع‌های جزئی برای گذار $2p$ به صورت مجموع سطح مقطع‌های جزئی $2p_{\pm 1}$ می‌باشد و سهم $2p_0$ به علت پارینه توابع لژاندر ظاهر شده در محاسبات صفر می‌باشد.

$$f_{1s \rightarrow 2s}(\vec{K}) = -ik_i \left(\frac{2}{a_0}\right)^3 \frac{1}{8\sqrt{2}} \times \left\{ \left(1 + \frac{1}{2a_0} \frac{\partial}{\partial \lambda} \right) \frac{\partial}{\partial \lambda} I_0(\lambda, \vec{K}) \right\} \Bigg|_{\lambda=\frac{3}{2a_0}} \quad 50$$

منجر می‌شود که پس از مشتق‌گیری رابطه

$$f_{1s \rightarrow 2s}(\vec{K}) = ik_i \frac{4}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{a_0}\right)^4 \lambda^{-6} \left(\frac{\lambda^2}{K^2}\right)^{1-i\eta} \times \Gamma(1+i\eta)\Gamma(1-i\eta)(i\eta)\{2i\eta(1+i\eta) {}_2F_1\left(1-i\eta, 1-i\eta; 1; -\frac{\lambda^2}{K^2}\right) + 4i\eta(1-i\eta)^2 \left(\frac{\lambda^2}{K^2}\right) {}_2F_1\left(2-i\eta, 2-i\eta; 2; -\frac{\lambda^2}{K^2}\right) + (1-i\eta)^2 (2-i\eta)^2 \times \left(\frac{\lambda^4}{K^4}\right) {}_2F_1\left(3-i\eta, 3-i\eta; 3; -\frac{\lambda^2}{K^2}\right)\} \Bigg|_{\lambda=\frac{3}{2a_0}} \quad 51$$

را نتیجه می‌دهد و دامنه گذار $1s \rightarrow 2p$ را رابطه ۴۹ به صورت

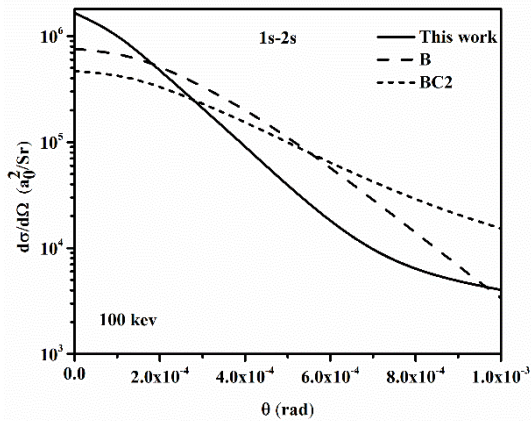
$$f_{1s \rightarrow 2p_{\pm 1}}(\vec{K}) = -ik_i \frac{1}{2} \left(\frac{1}{a_0}\right)^4 e^{\mp i\varphi_K} \frac{\partial}{\partial \lambda} I_1(\lambda, \vec{K}) \Bigg|_{\lambda=\frac{3}{2a_0}} = -4-ik_i \frac{1}{2} \left(\frac{1}{a_0}\right)^4 e^{\mp i\varphi_K} \times \Gamma(1+i\eta)\Gamma(2-i\eta)i\eta K^{-3+2i\eta} \lambda^{-2i\eta-3} \times \{2(1+i\eta) {}_2F_1\left(2-i\eta, 1-i\eta; 2; -\frac{\lambda^2}{K^2}\right) - (2-i\eta)\left(1+i\eta+2\frac{\lambda^2}{K^2}\right) \times {}_2F_1\left(3-i\eta, 2-i\eta; 2; -\frac{\lambda^2}{K^2}\right)\} \Bigg|_{\lambda=\frac{3}{2a_0}} \quad 52$$

محاسبه می‌گردد.

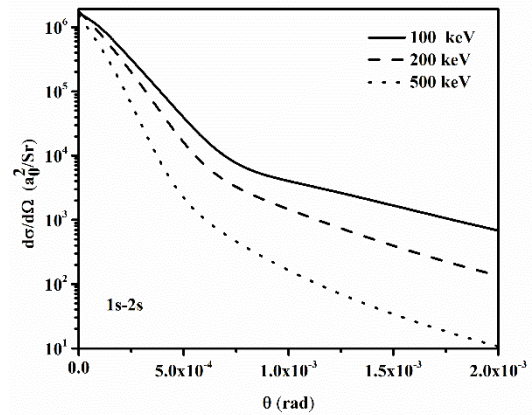
سطح مقطع دیفرانسیلی و کل پراکندگی در تهییج از حالت i به حالت f از روابط

$$\frac{d\sigma_{fi}}{d\Omega} = \frac{k_f}{k_i} |f_{fi}(\vec{K})|^2 \quad 53$$

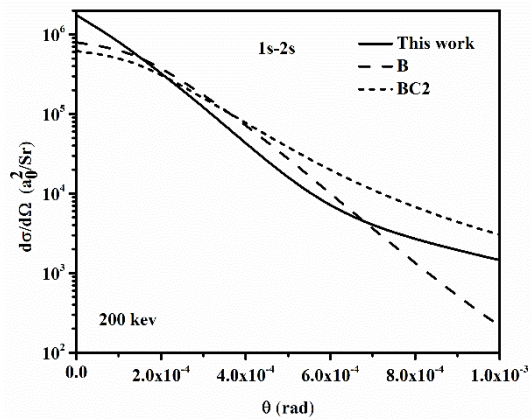
$$\sigma_{fi} = \int \left(\frac{k_f}{k_i}\right) |f_{fi}(\vec{K})|^2 \sin\theta d\theta d\varphi \quad 54$$



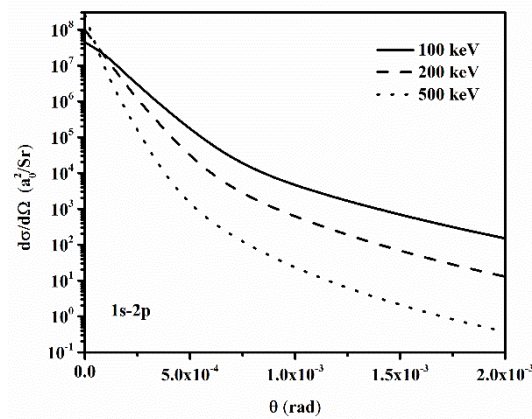
شکل ۴. مقایسه سطح مقطع جزئی برای گذار از حالت پایه به حالت $2s$ در انرژی 100 keV با نتایج نظریه‌های دیگر [۱۷].



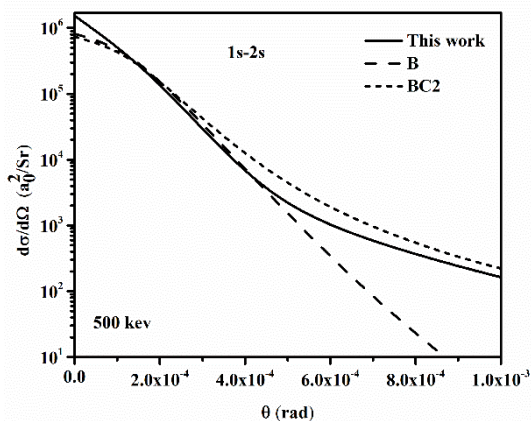
شکل ۵. سطح مقطع جزئی محاسبه شده برای گذار $1s \rightarrow 2s$ در انرژی 100 keV ، 200 keV و 500 keV .



شکل ۶. مقایسه سطح مقطع جزئی برای گذار از حالت پایه به حالت $2s$ در انرژی 200 keV با نتایج نظریه‌های دیگر [۱۷].

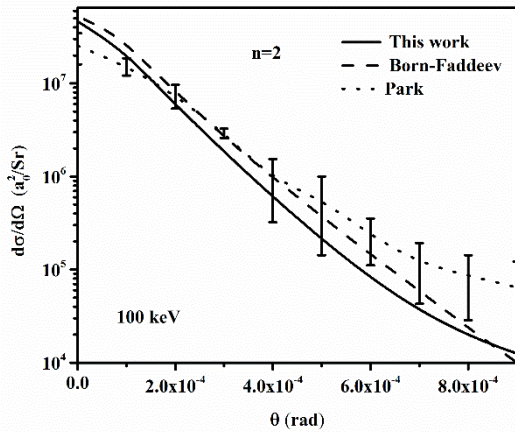


شکل ۷. سطح مقطع جزئی محاسبه شده برای گذار $1s \rightarrow 2p$ در انرژی 100 keV ، 200 keV و 500 keV .

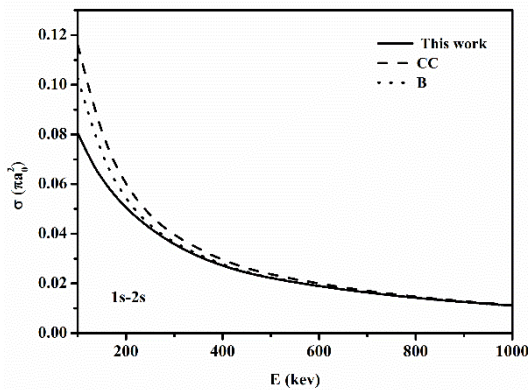


شکل ۸. مقایسه سطح مقطع جزئی برای گذار از حالت پایه به حالت $2s$ در انرژی 500 keV با نتایج نظریه‌های دیگر [۱۷].

منحنی‌های نشان داده شده در شکل‌های ۴ الی ۶ نتایج به دست آمده را در انرژی‌های 100 keV ، 200 keV و 500 keV با نتایج نظری [۱۷] که با تقریب بورن و تقریب موج کولنی در کانال اولیه و نهایی ($BC2$) محاسبه شده‌اند مقایسه کرده است. مقایسه این منحنی‌ها نشان می‌دهد نتایج به دست آمده از کار حاضر در انرژی‌های بالاتر برخورد تطابق بیشتری با نتایج به دست آمده به روش پیچیده ($BC2$) دارد، با توجه به تقریب‌های به کار گرفته شده در انرژی‌های بالا این رفتار قابل انتظار است.



شکل ۷. مقایسه سطح مقطع جزئی برای گذار از حالت پایه به حالت $n=2$ در انرژی 100 keV با نتایج تجربی پارک [۱۸] و نتایج نظری تقریب بورن-فادیف [۱۹].



شکل ۸. مقایسه سطح مقطع کل به دست آمده از محاسبات با کارهای نظری تقریب بورن [۲۱] و کانال‌های کوپل شده [۲۰] برای گذار از حالت پایه به تراز $2s$ در محدوده انرژی 100 keV تا 1 MeV .

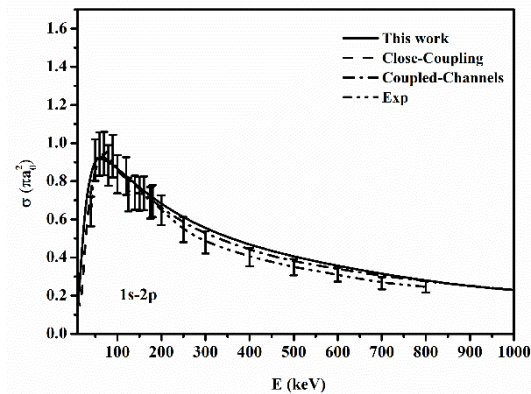
مقایسه نتایج به دست آمده برای سطح مقطع جزئی گذار از حالت پایه به حالت $n=2$ با نتایج تجربی پارک [۱۸] و نتایج تقریب بورن-فادیف [۱۹] که محاسبات پیچیده‌ای دارد و از آن به عنوان یک روش اختلاقی تعمیم یافته یاد می‌شود، در انرژی 100 keV در شکل ۷ آورده شده است. اندازه‌گیری تجربی پارک نسبی است و با نتایج تقریب مرتبه اول بورن در انرژی 200 keV نرمالیزه شده است. شکل ۸ سطح مقطع کل تراز $2s$ را با نتایج رهیافت کانال‌های کوپل شده $^1(CC)$ [۲۰] و تقریب بورن [۲۱] مقایسه می‌کند. لازم به ذکر است که نتایج تقریب بورن ذکر شده با نتایج تجربی تطبیق داده شده‌اند. سطح مقطع محاسبه شده برای گذار $2p$ با نتایج حاصل از روش جفت شدگی نزدیک 2 [۲۲]، کانال‌های کوپل شده [۲۰] و داده‌های تجربی [۲۳] در شکل ۹ مقایسه شده است. همان‌طور که قبلاً اشاره شد در محاسبات انجام شده تنها سهم مؤلفه‌های $2p_{\pm 1}$ در نظر گرفته می‌شود ولی از آنجایی که در انرژی‌های بالا سطح مقطع $2p_{\pm 1}$ سهم بیشتری نسبت به $2p_0$ دارد مشاهده می‌شود که نتایج حاصل تطابق بسیار خوبی را با نتایج نظری و تجربی دارد. منحنی ۱۰ سطح مقطع کل تهیج $n=2$ محاسبه شده را که با داده‌های تجربی [۲۴] و نتایج تقریب بورن [۲۱]، کانال‌های کوپل شده [۲۰] مقایسه گردیده نشان می‌دهد.

در گذار به حالت $2p$ بیشتر می‌باشد، لذا با استفاده از نتایج نظریه حاضر که در آن سهم مربوط به $2p_{\pm 1}$ قابل محاسبه می‌باشد، ضریب قطبش با دقت بسیار خوبی محاسبه می‌شود. درحالی‌که در تقریب مرتبه اول بورن که به دلیل ساده بودن محاسبات به یکی از روش‌های رایج در محاسبه سطح مقطع جزئی و کل برخورد یون-اتم تبدیل شده است، در کانال تهییج به دلیل تعامد توابع موج حالت اولیه و نهایی زیرسیستم مقید، اثر بین هسته‌ای را وارد نمی‌کند و در بررسی گذار از حالت پایه به حالت $2p$ سهم ترازهای $2p_{\pm 1}$ که در انرژی‌های بالا اهمیت بالایی دارد، در این روش صفر خواهد بود.

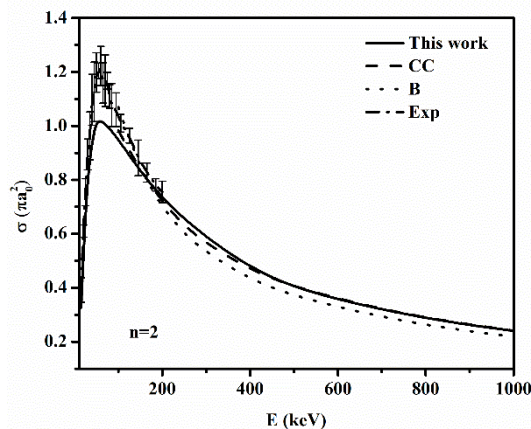
مرجع‌ها

- [1] E. Meeks, P. Ho, Modeling plasmas chemistry for microelectronica manufacturing *Thin Solid Film* **365** (2000) 334-347.
- [2] S. Sen, P. Mandal, P.K. Mukherjee, Positronium formation in Debye plasma, *European Physical Journal D* **62** (2011) 379-388.
- [3] TE. Peterson, HC. Manning, Molecular Imaging: 18F-FDG PET and a whole Lot More, *Journal of Nuclear Medicine Technology* **31** (2009) 151-161.
- [4] D. Tseliakhovich, C.M. Hirata, K. Heng, Excitation and charge transfer in $H-H^+$ collisions at 50–80ke and application to astrophysical shocks, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **422** (2012) 2357-2371.
- [5] H. P. Summers, et al, Atomic data for modelling fusion and astrophysical Plasmas, *Plasma Physics and Controlled Fusion* **44** (2002) B323–B338.

- [6] P.G. Burke, S. Ormonde, W. Whittaker, Low-energy electron scattering by atomic hydrogen:I.The



شکل ۹ مقایسه سطح مقطع کل به دست آمده از محاسبات با کارهای نظری تقریب جفت‌شدگی نزدیک [۲۲]، کانال‌های کوپل شده [۲۰] و نتایج تجربی [۲۳] برای گذار از حالت پایه به تراز $2p$ در محدوده انرژی 10 keV تا 1 MeV .



شکل ۱۰ مقایسه سطح مقطع کل به دست آمده از محاسبات با کارهای نظری تقریب بورن [۲۱]، کانال‌های کوپل شده [۲۰] و نتایج تجربی [۲۴] برای گذار از حالت پایه به تراز $n=2$ در محدوده انرژی 10 keV تا 1 MeV .

همان‌گونه که قبلاً عنوان شد در بررسی طیف اتم هیدروژن ضریب قطبش خطوط در فیزیک نجومی و پلاسما به‌خصوص در انرژی‌های بالا از اهمیت بالایی برخوردار است. ضریب قطبش به صورت

$$A_{20}(p) = \frac{\sigma_{np_1} - \sigma_{np_0}}{\sigma_{np_1} + \sigma_{np_0}} \quad 55$$

تعریف می‌گردد و از آنجایی که در حد انرژی‌های بالای برخورد اثر جمله $2p_{\pm 1}$ نسبت به جمله $2p_0$

Seventh Edition, Academic, New York (2007).

[17] S. Saxena, G.P. Gupta, K.C. Mathur, Excitation of the hydrogen atom from its ground and metastable states by positron and proton impact at intermediate energies, *Journal of Physics B: Atomic and Molecular Physics* **17** (1984) 3743-3762.

[18] J.T. Park, J.E. Aldag, J.L. Peacher, J.M. George, Angular differential cross section for excitation of atomic hydrogen by 25-50 and 100 keV protons, *Physical Review Letter* **40** (1978) 1646-1648.

[19] R. Fathi, E. Ghanbari-Adivi, M.A. Bolorizadeh, F. Shojaei, M.J. Brunger, Excitation of hydrogen atoms at intermediate and high energies by proton impact under a three-body Born-Faddeev-type formalism, *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics* **42** (2009) 125203 (9pp).

[20] A.L. Ford, J.F. Reading, K.A. Hall, Single-centred calculations of excitation and electron removal in intermediate energy proton-hydrogen collisions, *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics* **26** (1993) 4537-4551.

[21] C.R. Mandal, Mita Mandal, S.C. Mukherjee, Arbitrary excitation of atomic hydrogen at high energies, *Physical Review A* **42** (1990) 1787-1790.

[22] I.M. Cheshire, D.F. Gallaher, A. Joanna Tylor, coupled-state calculations of proton-hydrogen scattering with a pseudo-state expansion, *Journal of Physics B: Atomic and Molecular Physics* **3** (1970), 813-832.

[23] D. Detleffsen, M. Anton, A. Werner and K-H. Schartner, Excitation of atomic hydrogen by protons and multiply charged ions at intermediate velocities, *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics* **27** (1994) 4195-4213.

[24] J.T. Park, J.E. Aldag, J.M. George, J.L. Peacher, Cross section for excitation

close-coupling approximation
Proceedings of the Physical Society, (London) **92**, (1967) 319-335.

[۷] ر. فتیحی، ف. شجاعی اکبرآبادی، م. بلوری زاده، محاسبه سطح مقطع کل تهییج در برخورد یون برهنه A^{q+} با اتم هیدروژن در گذار از حالت پایه به حالت‌های $1S$ و $2S$ در تقریب بورن-فادیف، *مجله پژوهش فیزیک ایران*، **۱۳** (۱۳۹۲)، ۷۷-۸۴.

[8] M.J. Roberts, A comparative study of the second-order Born and Faddeev-Watson approximations: II. Charge transfer, *Journal of Physics B: Atomic and Molecular Physics* **20**, (1987) 551-564.

[9] D.R. Bates, *Quantum Theory I*. Elements Academic Press, New York (1961).

[10] M.R. Flannery, K.J. McCann, The multichannel eikonal treatment of atomic collisions: e-H(1s) elastic and inelastic scattering, *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics* **7** (1974) 2518-2532.

[11] L.I. Schiff, *Quantum Mechanics*, Third Edition McGraw-Hill, New York, (1968) 93.

[12] M. Abramowitz, I.A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*, nat. Bur. Stds, Washington, D.C, (1964).

[13] G. Arfken, *Mathematical methods for physicists*, Third Edition (1985) 580.

[14] W. Magnus, F. Oberhettinger, R.P. Soni, *Formulas and Theorems for the Special Functions of Mathematical Physics*, Third Edition, Springer, New York (1966).

[15] G.N. Watson, *Treatise on the Theory of Bessel Functions*, second edition Cambridge U.P, New York, (1966) 358.

[16] I.S. Gradshteyn, I.M. Ryazhik, *Table of Integrals, Series, and Products*,

of atomic hydrogen to the $n=2,3$ and 4 states by 15-200-keV protons *Physical Review A* **14** (1976) 608-614.

Analytical calculation of the scattering amplitudes for transition from the ground to ns and np states of atomic hydrogen by proton impact in excitation channel-Semi classical formalism

Reza Fathi*, Saeideh Amiri Bidvari

Physics Department, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran.

Received: 23.06.2016 Final revised: 09.10.2016 Accepted: 23.11.2016

Abstract

In the present study, the excitation process has been reviewed by a semi classical formalism in charged particles impact with atomic hydrogen at the intermediate and high energy range. The multi channel Eikonal formalism has been implemented to calculate the scattering amplitudes. In this approach, as the first order Born approximation correction, the scattering amplitudes for ns and np excited states of atomic hydrogen have been calculated by proton impact analytically. The achieved differential and total cross section for $n = 2$ state show a good agreement with available experimental and theoretical results at the intermediate and high energy range. By making use of formalism, the polarization coefficient of atomic hydrogen spectral lines can be calculated at the discussed energy range with good accuracy.

Keywords: Semi-classical formalism, Scattering amplitude, Ion-atom impact, Differential cross section, Excitation channel

* Corresponding Author: rfathi@uk.ac.ir