

## سطح مقطع شکافت- فوتونی ایزوتوپ‌های اورانیوم با استفاده از ساختار پتانسیل سه قله‌ای

محمدرضا پهلوانی\*، پیام مهدی‌پور کلدیانی

گروه فیزیک هسته‌ای، دانشکده علوم پایه، پردیس دانشگاه مازندران، مازندران، ایران

کد پستی ۴۱۶-۴۷۴۱۵ بابلسر-ایران

دریافت: ۹۵/۰۸/۱۲ ویرایش تهنائی: ۱۳۹۶/۰۲/۱۰ پذیرش ۱۳۹۶/۰۳/۰۸

### چکیده

در این تحقیق به مقایسه سطح مقطع شکافت توسط اشعه گاما (شکافت فوتونی) ایزوتوپ‌های اورانیوم،  $^{233}\text{U}$ - $^{235}\text{U}$  به کمک شبیه‌سازی با استفاده از مدل اپتیکی پرداخته‌ایم. برای محاسبه سطح مقطع شکافت فوتونی از احتمال گذار سد پتانسیل سه قله‌ای استفاده کرده‌ایم. همچنین برای محاسبه چگالی ترازهای هسته مرکب، از مدل پیشرفته ابرشاره<sup>۱</sup> سود جسته‌ایم. مقایسه سطح مقطع شکافت فوتونی برای این ایزوتوپ‌ها در محدود گسترده‌ای از انرژی فوتون فرودی و به وسیله نتایج حاصل از نرم‌افزار امپایر<sup>۲</sup> محاسبه و با نتایج تجربی مقایسه گردیده است. سطح مقطع شکافت برای کلیه ایزوتوپ‌های هسته اورانیوم به صورت تابعی از انرژی در گستره ۵ تا ۲۰ مگا الکترون ولت رسم شده است. نتایج حاصل از محاسبات تطابق بسیار خوبی با مقادیر اندازه‌گیری شده نشان می‌دهند.

**کلیدواژگان:** شکافت فوتونی، سطح مقطع شکافت، پتانسیل سه قله‌ای، مدل اپتیکی

### مقدمه

مرکب اثر گذار است و بر روی احتمال عبور از سد پتانسیل هسته تأثیر مستقیم دارد، به عنوان جایگزین مناسب برای ذرات از تابش گاما می‌توان استفاده نمود. در انواع دیگر شکافت از جمله پدیده همجوشی- شکافت یون‌های سنگین [۱] و شکافت به وسیله نوترون به علت استفاده از ذرات شتابدار اثر جانبی آزمایش بر آزمایش تأثیر گذار است که این مشکل در شکافت فوتونی ظاهر نمی‌گردد [۲].

سالها پس از کشف شکافت، اولین آزمایش شکافت فوتونی توسط گروه هاکسبی<sup>۳</sup> [۳] در سال ۱۹۴۱ انجام شد. آنها اشعه گاما تولید شده از فرآیند جذب پروتون به وسیله فلوتور را روی عناصر توریم و اورانیوم تابانده

امروزه پدیده شکافت به کمک فوتون (شکافت فوتونی) یکی از راه‌های تولید سوخت هسته‌ای می‌باشد. از آنجا که آزمایش تجربی شکافت فوتونی سخت و هزینه بر می‌باشد و نیاز به ابزار پیشرفته و پیچیده‌ای دارد؛ شبیه‌سازی را جایگزینی مناسب برای این فرآیند می‌توان پیشنهاد نمود.

همچنین در بررسی ساختار هسته‌ها معمولاً از برخورد ذرات، مخصوصاً نوترون با هسته جهت تحریک آن و آشکارسازی تابش گامای گسیل شده استفاده می‌شود. از آنجا که در برخورد ذرات مختلف مانند نوترون و پروتون با هسته، انرژی بستگی آن ذره روی هسته

\*نویسنده مسئول: m.pahlavani@umz.ac.ir

<sup>1</sup> Enhanced Generalized Super-fluid Model

<sup>2</sup> Empire

<sup>3</sup> Haxby

باز نشر این مقاله با ذکر منبع آزاد است.

در این مقاله در ادامه، روابط مورد استفاده در شکافت مورد بررسی قرار گرفته است. سپس با بحث درباره پدیده تونل زنی از سد شکافت و محاسبه چگالی ترازها، سطح مقطع شکافت فوتونی را محاسبه نموده ایم. در انتها نیز نتایج حاصل از محاسبات را با داده های تجربی مقایسه نموده ایم.

### سد پتانسیل سه قله ای

در هسته های اکتینید، چون تعداد نوکلئون های هسته زیاد است بنابراین رفتارهای تجمعی هسته از اهمیت ویژه ای برخوردارند. برای به کارگیری این رفتارها سد پتانسیل را به صورت سه قله ای در نظر گرفته و رفتارهای تجمعی را به آن افزوده ایم. از آنجا که این پدیده کمتر مورد بحث گرفته است در اینجا آنرا به طور مختصر مورد بررسی قرار می دهیم.

نتایج حاصل از تجربه نشان می دهد که برای هسته های سنگین و ابر سنگین مدل های ارائه شده بر مبنای سد پتانسیل تک قله ای جوابگوی بسیاری از محاسبات نمی باشد. بنابراین ضرورت دارد از مدل سه قله ای استفاده نماییم. عموماً تغییر شکل هسته به عنوان یکی از فرآیندهای تجمعی در پدیده شکافت را به سه دسته می توان تقسیم کرد: تغییر شکل کوچک هسته (کلاس I)، مد ابر تغییر<sup>۴</sup> (SD) (کلاس II) و مد تغییر مافوق یا هایپر<sup>۵</sup> (HD) (کلاس III). تفاوت دو مد آخر نسبت به اول این است که نسبت دو قطر در مد SD برابر دو است و در مدل HD این نسبت برابر سه می باشد. این تغییر شکل ها در شکل ۱ نشان داده شده اند. بررسی ها نشان می دهند که سد شکافت سه قله ای در مد HD اتفاق می افتد. این تغییر شکل برای هسته های با اسپین

و شکافت فوتونی این هسته ها را مورد بررسی قرار دادند. پدیده شکافت فوتونی از اواسط دهه ۱۹۷۰، به صورت مدرن به وسیله واندربا<sup>۱</sup> [۴] و کارهای مروری بریت و هویزنگا<sup>۲</sup> [۵] و بندری و نسیمتو<sup>۳</sup> [۶] معرفی و مورد توجه پژوهشگران فیزیک هسته ای قرار گرفت. امروزه بسیاری از پدیده های هسته ای از جمله واکنش های هسته ای با استفاده از روش های مختلف شبیه سازی مورد بررسی قرار می گیرند. نرم افزارهای متعددی جهت مطالعه پدیده های متفاوت هسته ای ابداع و مورد استفاده قرار گرفته اند، که برخی از آنها به صورت خاص برای مدل به خصوص و برخی دیگر یک نرم افزار کلی برای شبیه سازی مجموعه ای از پدیده های هسته ای کاربرد دارند، که از جمله این نرم افزارها به نرم افزار امپایر می توان اشاره نمود. این نرم افزارها که با استفاده از نتایج تجربی در مورد خاص کالیبره می گردند، منبعی مطمئن جهت ارزیابی نتایج تجربی نیز می باشند.

عدم تطبیق نتایج تجربی با نتایج حاصل از شبیه سازی مبدأ تحولات بسیار زیادی در تئوری های هسته ای گردیده است؛ از جمله عدم تطبیق نتایج حاصل از سد شکافت تک قله ای با نتایج تجربی باعث شد تا دانشمندان به فکر سد شکافت سه قله بیفتند [۷]. پتانسیل سه قله ای اساس کار در شبیه سازی سد پتانسیل به وسیله نرم افزار امپایر و نرم افزارهای مشابه می باشد. لازم به توضیح است که این کد بیشتر برای محاسبه سطح مقطع و توزیع جرمی پاره های شکافت در شکافت واداشته یون سنگین و نوترونی ابداع گردیده است. در پژوهش حاضر با تغییرات جزئی در داده های ورودی از این کد برای محاسبه سطح مقطع شکافت فوتونی استفاده نموده ایم.

<sup>4</sup> Superdeformed

<sup>5</sup> hyperdeformed

<sup>1</sup> Vandenbosch

<sup>2</sup> Huizenga

<sup>3</sup> Nascimento

در روند بررسی سد پتانسیل سه قله‌ای شکافت این فرض را می‌پذیریم که قله‌ها مستقل از یکدیگر می‌باشند. برای توصیف این مدل، نقاط قله و چاه را با مقادیر  $E_i$  ( $i=1,2,\dots,5$ ) نشان می‌دهیم، با ترکیب این مقادیر و در نظر گرفتن انرژی نوسانی پتانسیل به صورت زیر است:

$$V_i(\beta) = E_{fi} + (-1)^i \frac{1}{2} \mu \hbar \omega_i (\beta - \beta_i)^2 \quad ۱$$

که در آن مقدار ضریب نوسانی از رابطه تقریبی

$$\mu \approx 0.054 A^{\frac{5}{3}} \text{ MeV}^{-1}$$

محاسبه می‌شود [۶، ۱۴، ۱۵]. در این رابطه  $\beta$  ضریب تغییر شکل محوری است. نکته مهم در رابطه ۱ آنست که در نقاط قله پتانسیل (بیشینه) انرژی نوسانی از انرژی سد می‌کاهد، در حالی که در نقاط چاه (کمینه) به آن افزوده می‌گردد.

### روش محاسبه سطح مقطع

سطح مقطع شکافت را با استفاده از روش آماری می‌توان محاسبه کرد. در این روش سطح مقطع شکافت بر حسب سطح مقطع جزئی هسته‌های شکافت‌پذیر از رابطه زیر به دست می‌آید [۱۶]:

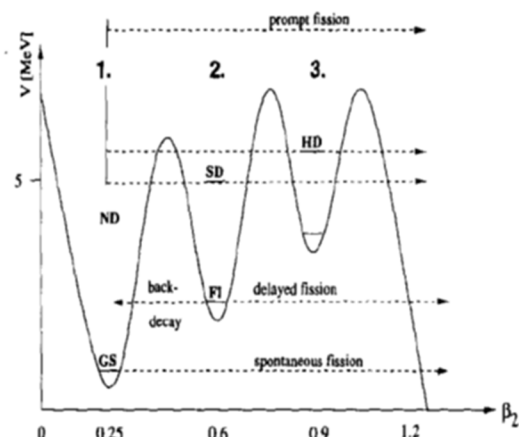
$$\sigma_{a,f} = \sum_j \pi_j (\sigma_{a(Ej\pi)} P_f(Ej\pi)) \quad ۲$$

که در آن  $\sigma_{a(Ej\pi)}$  سطح مقطع جزئی در حالت هسته‌ای  $E, J, \pi$  است و  $P_f(Ej\pi)$  احتمال شکافت هسته است که از رابطه

$$P_f(Ej\pi) = \frac{T_f(Ej\pi)}{\sum_p T_p(Ej\pi) + T_\gamma(Ej\pi) + T_f(Ej\pi)} \quad ۳$$

محاسبه می‌شود، که در آن  $T_f(Ej\pi)$  احتمال عبور از سد شکافت می‌باشد.  $T_\gamma(Ej\pi)$  احتمال واپاشی  $\gamma$  به‌خاطر کوچکی قابل صرف‌نظر کردن است و جمع روی  $T_p(Ej\pi)$  تمامی ضرایب عبور را شامل می‌گردد.

کم و همچنین برای هسته‌های با اسپین زیاد می‌تواند اتفاق افتد [۸-۱۰].



شکل ۱. سد پتانسیل شکافت سه قله‌ای در دو مدل SD, HD [۱۸].

مهمترین دلیل سه قله‌ای بودن سد پتانسیل در اکتیدها اثر لایه‌ای می‌باشد. به طوری که وجود قله سوم باعث نزدیکی جواب‌های محاسبه شده با تجربه می‌گردد. پارامترهای وابسته به این پتانسیل‌ها در مراجع [۱۱] و [۱۲] به تفصیل مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

ارتفاع قله آخر می‌تواند کمتر یا بیشتر از قله دوم باشد که به ترتیب منجر به دو حالت با تغییر شکل‌های کشیده متقارن<sup>۱</sup> (SL) و استاندارد پادمقارن<sup>۲</sup> (ST) می‌گردد. این دو نوع تغییر شکل اولین بار به وسیله بوسا [۱۳] معرفی شده‌اند. این تغییر شکل برای ایزوتوپ‌های اکتید سبک نوع SL است در حالی که برای ایزوتوپ‌های سنگین‌تر به حالت پادمقارن تبدیل می‌گردد. ارتفاع قله داخلی عموماً ۵ تا ۲ مگا الکترون ولت است در حالیکه ارتفاع دومین کمینه در حدود ۲ مگا الکترون ولت می‌باشد. سد خارجی در ایزوتوپ سبک توریم دارای مقدار بیشتری است (۶ تا ۷ مگا الکترون ولت) در حالی که این مقدار برای ایزوتوپ‌های کالیفرنیم در حدود ۲ تا ۳ مگا الکترون ولت می‌باشد.

<sup>۲</sup> asymmetric standard

<sup>۱</sup> symmetric super-long

ثانیاً ضرایب پتانسیل برای انرژی تحریکی بالا مستقل از یکدیگر فرض می‌شوند، به طوری که

$$\frac{1}{T_f} = \frac{1}{T_{d1}} + \frac{1}{T_{d2}} + \frac{1}{T_{d3}} \quad ۸$$

انتگرال تکانه دو قسمت حقیقی و موهومی دارد که قسمت حقیقی همان انتگرال‌گیری از  $v_h$  است و قسمت موهومی آن از رابطه

$$\delta_i = -\sqrt{\left(\frac{\mu}{2\hbar^2}\right)} \int_{a_i}^{b_i} \frac{W_i(\beta)}{(E-V_i(\beta))^{1/2}} d\beta \quad ۹$$

به دست می‌آید. در معادله فوق مقدار موهومی تابع پتانسیل یعنی  $W$  را با استفاده از رابطه زیر می‌توان محاسبه کرد [۱۹]

$$W = -\alpha(E - V(\beta)) \quad ۱۰$$

که در آن  $\alpha = \frac{1}{10}$  است.

برای پتانسیل سه قله‌ای مقدار ضریب انتقال شکافت را با استفاده از رابطه زیر می‌توان محاسبه کرد [۲۰]:

$$T_f = T_{d(1,3)} + R(T_{i(2)} + T_{i(3)}) \quad ۱۱$$

به طوری که

$$T_{d(1,3)} = \frac{T_{d(1,1)}T_{d(2,3)}}{e^{2\delta_2} + 2\sqrt{A_{(1,3)}}\cos(2\theta_2) + A_{(1,3)}e^{-2\delta_2}} \quad ۱۲$$

$$\text{که } A_{(1,3)} = (1 - T_{d(1,1)})(1 - T_{d(2,3)}) \quad ۱۳$$

$$T_{d(2,3)} = \frac{T_{d(2,2)}T_{d(3,3)}}{e^{2\delta_3} + 2\sqrt{A_{(2,3)}}\cos(2\theta_3) + A_{(2,3)}e^{-2\delta_3}}$$

$$\text{و } A_{(2,3)} = (1 - T_{d(2,2)})(1 - T_{d(3,3)}) \quad ۱۴$$

$$T_{i(2)} = T_{a(1,2)} \left( \frac{T_{d(2,3)}}{\Sigma T_{(2)}} + \frac{T_{d(2,3)}}{\Sigma T_{(2)}} \cdot \frac{T_{d(3,3)}}{\Sigma T_{(3)}} \right) R$$

ضرایب احتمال عبور از یک پتانسیل تک قله‌ای را با استفاده از تقریب WKB می‌توان به دست آورد [۱۷].

داریم

$$T_{(i,i)} = \frac{1}{1+e^{2K_h}} \quad ۴$$

که در آن

$$K_h = \pm \int_{a_h}^{b_h} M d\beta \quad ۵$$

و  $M = \left( \frac{2\mu(E-V_h(\beta))}{\hbar^2} \right)^{1/2}$  علامت مثبت

برای انرژی تحریکی کمتر از قله و علامت منفی برای حالت‌های انرژی بالاتر از قله به کار می‌رود. در استفاده از این نوع پتانسیل، ضرایب گذار با استفاده از تئوری هیل-ویلر<sup>۱</sup> به صورت زیر محاسبه می‌گردند [۱۹]

$$T_{(i,i)} = \frac{1}{1+e^{\frac{2\pi}{\hbar\omega}(E-V_h(\beta))}} \quad ۶$$

در این رابطه مقدار  $\hbar\omega$  برابر یک مگا الکترون ولت است. ضریب انتقال پتانسیل دو قله‌ای با استفاده از تقریب WKB به صورت زیر به دست می‌آید

$$T_{(1,2)} = \frac{T_1 T_2}{1+2\sqrt{A}\cos(2v_h)+A} \quad ۷$$

که در آن  $A = (1 - T_{(1,1)})(1 - T_{(2,2)})$  و  $v_h = \int_{a_i}^{b_i} M d\beta$  است که انتگرال گشتاور پتانسیل چاه نامیده می‌شود (a نقاط قطع پتانسیل یا نقاط بازگشتی نامیده می‌شوند). ساختار پتانسیل سه قله‌ای بر پایه دو فرضیه زیر استوار است:

اولاً تغییرات صفر در کمترین کمینه انرژی تحریکی

$$\frac{1}{T_f} = \frac{1}{T_d} \text{ یعنی}$$

<sup>1</sup> Hill-wheeler

$$\frac{1}{S_{eff}} = \frac{1}{S_{\parallel}} + \frac{1}{S_{\perp}} \quad ۲۴$$

$S_{eff}$ ،  $S_{\parallel}$  و  $S_{\perp}$  به ترتیب لختی دورانی مؤثر، لختی دورانی حول محور موازی و لختی دورانی حول محور عمود بر محور تقارن می‌باشند. محاسبه این لختی دورانی‌ها در پیوست ب به‌طور خلاصه بیان شده است. که در آنها دو ضریب  $\alpha_2$  و  $\alpha_4$  با استفاده از مکانیک آماری به کمک روابط زیر قابل محاسبه هستند:

$$\alpha_4 = \frac{\alpha_2^2(0.057+0.17x+c_2y)+c_2\alpha_2y}{1-0.37x-c_1y} \quad ۲۵$$

$$S_0 = 0.04814h^2A^{\frac{5}{3}}MeV \quad \text{و}$$

اگر  $\alpha_2 < 0$  باشد:

$$c_1 = -0.26, c_2 = -0.89, c_3 = -0.57$$

و اگر  $\alpha_2 > 0$  باشد:

$$c_1 = -0.70, c_2 = -0.66, c_3 = -0.28$$

البته مقدار  $\alpha_2$  با استفاده از ضریب انرژی سطحی  $\lambda$  از رابطه زیر به دست می‌آید [۳۴]:

$$\alpha_2 = \frac{\sqrt{\frac{4\lambda+3}{3-2\lambda}}-1}{1+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{4\lambda+3}{3-2\lambda}}} \quad ۲۶$$

از طرف دیگر ضریب نوسانی را با استفاده از رابطه زیر می‌توان محاسبه کرد [۲۱]:

$$K_{vib} = \exp(1.7 \left(\frac{\rho_0 R^3}{4\pi h^2 \alpha}\right)^{\frac{2}{3}}) T^{4/3} \quad ۲۷$$

$$K_{rot} = S_{\perp} T \quad ۲۸$$

$$r_0=1.24, \alpha = \frac{a_s}{4\pi r_0^2}, R=r_0 A^{1/3}, \rho_0 = \frac{3m_0}{4\pi r_0}$$

$a_s=17 \text{ MeV}$  و  $m_0=939 \text{ MeV, fm}$

می‌باشند. همچنین داریم:

$$Q_{vib} = 1 - q_v \left(1 - \frac{1}{K_{vib}}\right) \quad ۲۹$$

که

$$q_v = \frac{1}{\exp(1 - (\frac{T-1}{0.1}))} \quad ۳۰$$

کمیت  $Q_{rot}$  را با استفاده از روابط زیر می‌توان محاسبه نمود [۲۲]:

۱۵

$$T_{i(3)} = T_{a(1,3)} \left( \frac{T_{d(3,3)}}{\sum T_{(3)}} + \frac{T_{d(3,2)}}{\sum T_{(3)}} \cdot \frac{T_{d(2,3)}}{\sum T_{(2)}} \right) R$$

$$\sum T_{(2)} = T_{d(1,1)} + T_{d(2,3)} + T_{a(2,3)} \quad ۱۶$$

$$\sum T_{(3)} = T_{d(2,1)} + T_{d(3,3)} + T_{a(3,2)} \quad ۱۷$$

$$R = \left(1 - \frac{T_{d(2,3)} T_{d(3,2)}}{\sum T_{(2)} \sum T_{(3)}}\right)^{-1} \quad ۱۸$$

همچنین ضرایب جذب با استفاده از روابط زیر تعریف می‌شوند:

$$T_{a(1,2)} = T_{d(1,3)} \left( e^{2\delta(2)} - \frac{(1-T_{d(2,3)})e^{-2\delta(2)}}{T_{d(2,3)}} \right) \quad ۲۰$$

$$T_{a(1,3)} = T_{d(1,3)} \left( e^{2\delta(3)} - \frac{(1-T_{d(3,3)})e^{-2\delta(3)}}{T_{d(3,3)}} \right) \quad ۲۱$$

$$T_{a(2,3)} = T_{d(2,3)} \left( e^{2\delta(3)} - \frac{(1-T_{d(3,3)})e^{-2\delta(3)}}{T_{d(3,3)}} \right) \quad ۲۲$$

$$T_{a(3,2)} = T_{d(2,1)} \left( e^{2\delta(2)} - \frac{(1-T_{d(1,1)})e^{-2\delta(2)}}{T_{d(1,1)}} \right)$$

### محاسبه چگالی ترازها

روش‌های مختلفی برای محاسبه چگالی تراز وجود دارد که از جمله آنها به مدل ابرشاره (EGSM) می‌توان اشاره کرد که در این محاسبات، چگالی تراز با استفاده از آن محاسبه شده است.

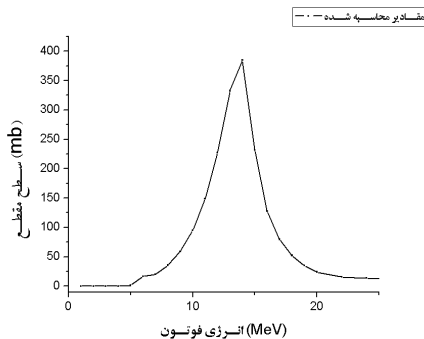
در مدل ابرشاره (EGSM) رابطه انرژی و انرژی تحریکی به صورت

$$U = E_x + n\Delta_0 \quad ۲۳$$

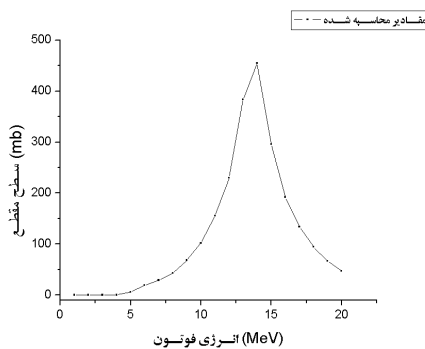
تعریف می‌شود که در آن  $\Delta_0 = 12\sqrt{A}$  و  $n$  برای هسته‌های فرد-فرد صفر، برای عدد جرمی فرد یک و برای هسته‌های زوج-زوج دو می‌باشد.

فرمول صریح چگالی ترازها به دلیل طولانی بودن در پیوست الف آمده است. که در آن

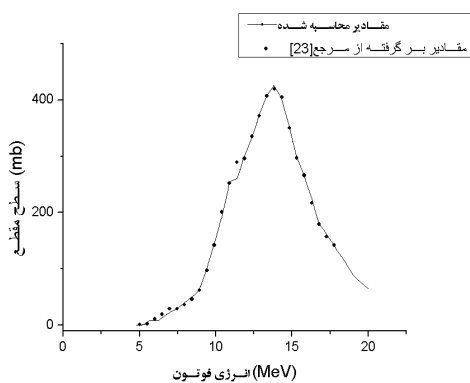
شکل ۲. سطح مقطع شکافت فوتونی ایزوتوپ  $^{230}\text{U}$  به صورت تابعی از انرژی اشعه گامای تابشی.



شکل ۳. سطح مقطع شکافت فوتونی ایزوتوپ  $^{231}\text{U}$  به صورت تابعی از انرژی اشعه گامای تابشی.



شکل ۴. سطح مقطع شکافت فوتونی ایزوتوپ  $^{232}\text{U}$  به صورت تابعی از انرژی اشعه گامای تابشی.



شکل ۵. سطح مقطع شکافت فوتونی ایزوتوپ  $^{233}\text{U}$  به صورت تابعی از انرژی اشعه گامای تابشی. خط ممتد نتایج تئوری و نقاط گسسته مقادیر تجربی [۲۳] را نشان می‌دهد.

$$Q_{rot} = 1 - q_r \left(1 - \frac{1}{3_1 T}\right) \quad ۳۱$$

$$q_r = \frac{1}{1+e^{-4}} - \frac{1}{1+e^{-\frac{U-40}{10}}} \quad ۳۲$$

### ضرایب گذار پیوسته و گسسته

ضرایب گذار به پاریته، گشتاور زاویه‌ای (J) و تصویر آن بر روی محور تقارن (K) حالت هسته‌ای بستگی دارند. این ضرایب برای حالت‌های گسسته از جمع این حالت‌ها به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$T_{t,dis} = \sum_{k \leq J} D \times T_{k,(i,i)} \quad ۳۳$$

که در آن

$D=1$  برای هسته‌های محوری با تقارن آینه‌ای است.

$D=2J+1$  برای هسته‌های پادمتقارن محوری با تقارن آینه‌ای است.

$D=2$  برای هسته‌های تقارن محوری با پاد متقارن آینه‌ای است.

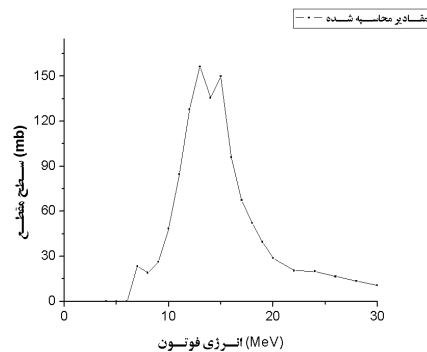
که بنا به مرجع [۳۱] قابل اغماض است و  $T_{k,(i,i)}$  با استفاده از رابطه ۶ محاسبه می‌شود.

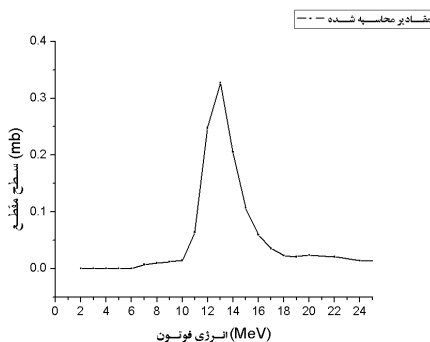
به این ترتیب برای حالت‌های پیوسته از رابطه زیر به دست می‌آیند:

$$T_{t,con} = \int_{E_i}^{\infty} \frac{\rho d\epsilon}{1+e^{-\frac{2\pi}{\hbar\omega}(E-V_h(\beta)-\epsilon)}} \quad ۳۴$$

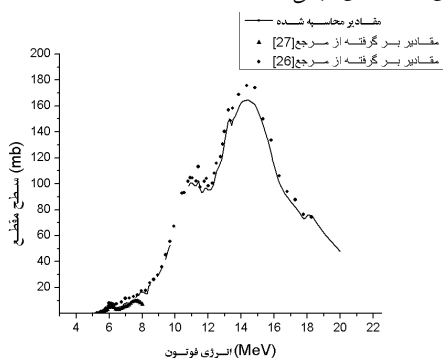
که  $\epsilon$  انرژی ترازهای میانی در اکستریم‌ها [۳۰] می‌باشند.

احتمال گذار کل از مجموع احتمال حالت‌های پیوسته و گسسته به دست می‌آید.

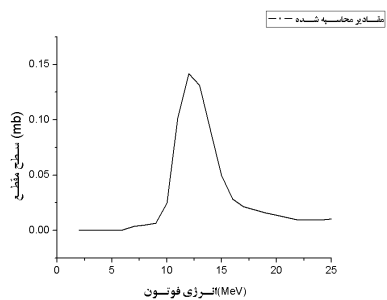




شکل ۹. سطح مقطع شکافت فوتونی ایزوتوپ  $^{237}\text{U}$  به صورت تابعی از انرژی اشعه گامای تابشی.



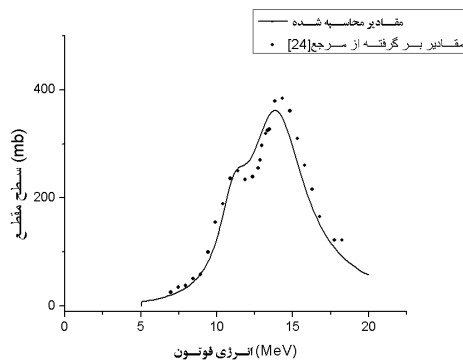
شکل ۱۰. سطح مقطع شکافت فوتونی ایزوتوپ  $^{238}\text{U}$  به صورت تابعی از انرژی فوتون تابشی. خط ممتد نتایج تئوری و نقاط گسسته مقادیر تجربی مراجع [۲۷] و [۲۶] را نشان می‌دهد.



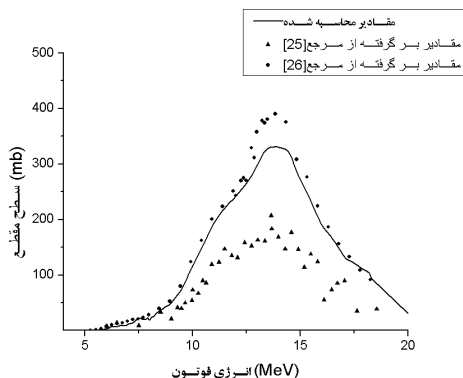
شکل ۱۱. سطح مقطع شکافت فوتونی ایزوتوپ  $^{239}\text{U}$  به صورت تابعی از انرژی اشعه گامای تابشی.

### تجزیه و تحلیل نتایج حاصل از شبیه‌سازی

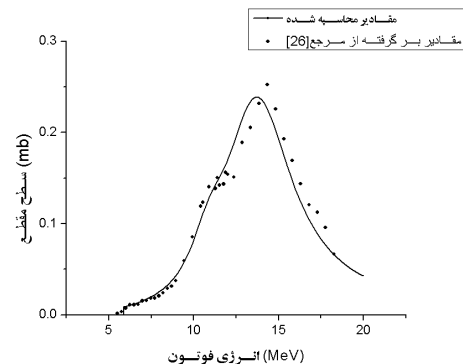
با استفاده از روش تشریح شده در بخش قبل سطح مقطع پراکندگی گاما را برای ایزوتوپ‌های مختلف اورانیوم، با استفاده از نرم‌افزار امپایر محاسبه و نتایج حاصل از محاسبات برای سطح مقطع شکافت فوتونی ایزوتوپ‌های هسته اورانیوم از انرژی آستانه شکافت



شکل ۶. سطح مقطع شکافت فوتونی ایزوتوپ  $^{234}\text{U}$  به صورت تابعی از انرژی اشعه گامای تابشی. خط ممتد نتایج تئوری و نقاط گسسته مقادیر تجربی [۲۴] را نشان می‌دهد.



شکل ۷. سطح مقطع شکافت فوتونی ایزوتوپ  $^{235}\text{U}$  به صورت تابعی از انرژی اشعه گامای تابشی. خط ممتد نتایج تئوری و نقاط گسسته مقادیر تجربی [۲۵] و [۲۶] را نشان می‌دهد.



شکل ۸. سطح مقطع شکافت فوتونی ایزوتوپ  $^{236}\text{U}$  به صورت تابعی از انرژی اشعه گامای تابشی. خط ممتد نتایج تئوری و نقاط گسسته مقادیر تجربی [۲۶] را نشان می‌دهد.

در مورد شکافت فوتونی ایزوتوپ  $^{238}\text{U}$  که تحقیقات زیادی بر روی آن انجام گرفته است، با استفاده از مقایسه شکل‌های ۱۲ و ۱۳ با شکل ۱۱ عدم شباهت سطح مقطع شکافت نوترونی  $^{238}\text{U}$  را با سطح مقطع شکافت فوتونی  $^{239}\text{U}$  به خوبی می‌توان دریافت. این مقایسه نشان می‌دهد که ساختار هسته‌ها تأثیر بیشتری از تعداد نوترون‌های هسته بر سطح مقطع مؤثرتر هسته دارد.

همچنین در حدود انرژی ۱۵ مگا الکترون ولت یک پیشینه در اکثر شکل‌ها وجود دارد که در مقالات [۲۸،۲۹] نیز به وضوح دیده می‌شود. در بعضی از شکل‌ها اختلاف کوچکی بین مقادیر تجربی و تئوری وجود دارد که به صورت جابجایی در دو منحنی نشان داده شده است که می‌تواند ناشی از عدم تطابق ضرایب انتخاب شده برای مدل اپتیکی پتانسیل باشد که با اندک تغییری قابل اصلاح می‌باشد.

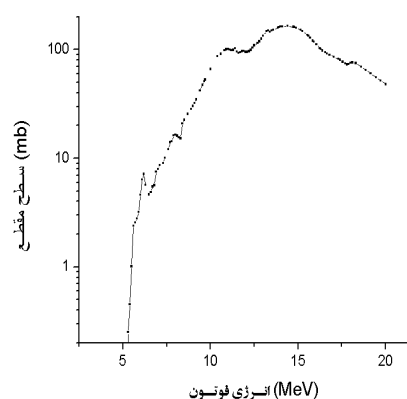
در انرژی‌های ۱۰۰ MeV تا ۱ GeV با توجه به مراجع [۳۶،۳۷] یک پیشینه در فاصله ۱۰۰ MeV تا ۲۰۰ MeV به چشم می‌خورد.

سرانجام برای ایزوتوپ‌های سنگین در انرژی‌های بالای ۱ GeV تغییرات زیادی در شکل کلی سطح مقطع شکافت فوتونی دیده نمی‌شود [۳۳].

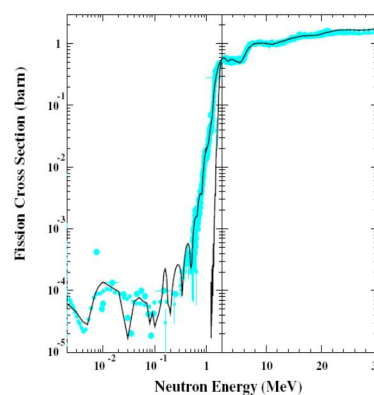
لازم به ذکر است که برای شکافت نوترونی این روش محاسبات در انرژی‌های کمتر (حدود ۰/۰۱ تا ۳ مگا الکترون‌ولت) به کار رفته است [۱۴،۲۰،۳۰،۳۱] و سطح مقطع‌های محاسبه شده با مقادیر تجربی تطابق خوبی دارند.

با استفاده از این روش سطح مقطع شکافت را برای شکافت واداشته سنگین و خودبه‌خودی نیز می‌توان محاسبه کرد که موضوع تحقیقات آینده را شامل می‌گردد.

فوتونی (انرژی ۵ مگا الکترون ولت) تا ۲۰ مگا الکترون‌ولت در شکل‌های ۲ تا ۱۱ با داده‌های تجربی قابل دسترس مقایسه نموده‌ایم. همچنانکه از این شکل‌ها پیداست توافق بسیار خوبی بین مقادیر تجربی و تئوری مخصوصاً در انرژی‌های چند ده مگا الکترون ولت برقرار است. مقادیر تجربی برای سطح مقطع شکافت فوتونی ایزوتوپ‌های  $^{230}\text{U}$ ،  $^{231}\text{U}$ ،  $^{232}\text{U}$ ،  $^{237}\text{U}$  و  $^{239}\text{U}$  وجود ندارد، بنابراین در شکل‌های ۲، ۳، ۴، ۹ و ۱۱ با توجه به سابقه نرم‌افزار امپایر می‌توان به سطح مقطع‌های محاسبه شده توسط آن اعتماد کرد.



شکل ۱۲. سطح مقطع اندازه گیری شده شکافت نوترونی ایزوتوپ  $^{238}\text{U}$  به صورت تابعی از انرژی فوتون [۱۲].



شکل ۱۳. سطح مقطع شکافت فوتونی ایزوتوپ  $^{238}\text{U}$  به صورت تابعی از انرژی فوتون با استفاده از کد امپایر.



## نتیجه‌گیری

در این پژوهش سطح مقطع شکافت نوترونی برای ایزوتوپ‌های هسته اورانیوم  $^{238}\text{U}$ - $^{239}\text{U}$  با شروع از انرژی آستانه در حدود ۵ مگا الکترون ولت تا ۲۰ مگا الکترون ولت را با استفاده از کد امپایر شبیه‌سازی و در شکل‌های ۲ تا ۱۱ به صورت تابعی از انرژی رسم نموده‌ایم.

همچنان‌که از شکل‌ها پیداست، روند کلی تغییرات سطح مقطع برحسب انرژی در انرژی پایتتر از ارتفاع سد پتانسیل یک روند صعودی دارد و در حالی‌که در نزدیکی‌های ارتفاع سد کولنی یک افزایش ناگهانی به صورت تشدید دیده می‌شود و در انرژی‌های بالاتر از سد یک روند تقریباً ثابتی به خود می‌گیرد.

این نحوه تغییرات که در محاسبه سطح مقطع‌ها معمول می‌باشد، در بیشتر ایزوتوپ‌ها نمایان است. هر چند در مورد ایزوتوپ‌های سنگین فرد این روند از حالت تیزتری برخوردار است که نشان دهنده یک حالت تحریکی پایدار بالاتر از حالت پایه می‌باشد که با جذب فوتون هسته به آن حالت تحریک می‌شود.

در کل نتایج حاصل از محاسبات با مقادیر تجربی قابل دسترس توافق بسیار خوبی را نشان می‌دهد. هر چند در مورد بعضی ایزوتوپ‌ها وجود یک جابه‌جایی بین داده‌های تجربی و نتایج حاصل از محاسبات وجود دارد که با تغییر کوچکی در ضرایب پتانسیل مدل اپتیکی قابل رفع است.

به‌عنوان نمونه از به‌کارگیری موفق این کد در مورد شکافت نوترونی، نتایج حاصل از کد را برای شبیه‌سازی شکافت نوترونی  $^{238}\text{U}$  در شکل ۱۲ نشان داده‌ایم.

## پیوست الف

چگالی ترازها برای هسته دارای تقارن محوری در راستای عمود بر محور تقارن با رابطه [۳۴]

$$\rho(E, J, \pi) = \frac{1}{16\sqrt{6}\pi} \left(\frac{\hbar^2}{\mathfrak{S}_{\parallel}}\right)^{1/2} a^{-1/4} \sum_{K=-J}^J \left( U - \frac{\hbar^2 K^2}{2\mathfrak{S}_{eff}} \right)^{-5/4} e^{2(a(U - \frac{\hbar^2 K^2}{2\mathfrak{S}_{eff}}))^{1/2}} Q_{rot} Q_{vib} K_{vib}$$

و برای هسته‌های پخت که موازی محور تقارن می‌چرخند از رابطه زیر [۳۴]

$$\rho(E, J, \pi) = \frac{1}{16\sqrt{6}\pi} \left(\frac{\hbar^2}{\mathfrak{S}_{\parallel}}\right)^{1/2} a^{-1/4} \sum_{K=-J}^J \left( U - \frac{\hbar^2 (J(J+1) - K^2)}{2|\mathfrak{S}_{eff}|} \right)^{-5/4} e^{2(a(U - \frac{\hbar^2 (J(J+1) - K^2)}{2|\mathfrak{S}_{eff}|}))^{1/2}} Q_{rot} Q_{vib}$$

به‌دست می‌آید. در این روابط داریم،  $a = (0.15A + 6.3 * 10^{-5} A^2)(1 + (1 - e^{0.054U}) \frac{\delta W}{U})$  که  $\delta W$  تصحیح مداری است [۳۵].

## پیوست ب

لختی دورانی عمودی و موازی با محور تقارن با استفاده از روابط زیر محاسبه می‌گردند [۳۴]:

$$\mathfrak{S}_{\parallel} = \mathfrak{S}_0(1 - \alpha_2 + 0.429\alpha_2^2 + 0.268\alpha_2^3 - 1.143\alpha_2\alpha_4 + 0.266\alpha_4^4 + 0.49\alpha_2^2\alpha_4 + 0.212\alpha_2^4)$$

$$\mathfrak{S}_{\perp} = \mathfrak{S}_0(1 + 0.5\alpha_2 + 1.286\alpha_2^2 + 0.581\alpha_2^3 - 0.571\alpha_2\alpha_4 + 1.897\alpha_2^2\alpha_4 + 0.7\alpha_4^4 + 0.451\alpha_2^4)$$

## مرجع‌ها

[1] M.R. Pahlavani, D. Naderi, Study of fusion cross-section in heavy-ion fusion-fission reactions at around fusion barrier energies using the Langevin dynamical approach, *The European Physical Journal A* 48 (2012) 9.

- [13] U. Brosa, S. Grossmann, A. Müller, 1990. Nuclear scission. *Physics Reports* **197** 4 (1990) 167-262.
- [14] M. Sin, R. Capote, S. Goriely, S. Hilaire, A.J. Koning, Neutron-induced fission cross section on actinides using microscopic fission energy surfaces, *Internatinal Conferance on Nuclear Data for Science and Technology* 22-27 April Nice France (2007).
- [15] S.G. Nilsson, J.R. Nix, A. Sobiczewski, Z. Szymanski, S. Wycech, C. Gustafson, P. Moller, On the spontaneous fission of nuclei with Z near 114 and N near 184, *Nuclear Physics A* **115** (1968) 545.
- [16] B.S. Bhandari, Three-hump fission barrier in Th, *Physical Review C* **19** (1979) 1820.
- [17] N. Froman, P.O. Froman, *JWKB Approximation Contributions to the Theory*, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, (1965).
- [18] P.G. Thirolf, D. Habs, Spectroscopy in the Second and Third Minimum of Actinide Nuclei, *Progress in Particle and Nuclear Physics* **49** (2002) 325-402
- [19] D.L. Hill, J.A. Wheeler, Nuclear Constitution and the Interpretation of Fission Phenomena, *Physical Review* **89** (1953) 1102.
- [20] M. Sin, R. Capote, Transmission through multi-humped fission barriers with absorption: A recursive approach, *Physical Review C* **77** (2008) 054601.
- [21] A.V. Ignatyuk, Technical Report INDC (CCP)-233, IAEA, Vienna, Austria
- [22] A. Junghans, M. de Jong, H. Clerc, A. Ignatyuk, G. Kudyayev, K. Schmidt, Projectile-fragment yields as a probe for the collective enhancement in the nuclear level density, *Nuclear Physics A* **629** 3-4 (1998) 635-655.
- [23] B.L. Berman, J.T. Caldwell, E.J. Dowdy, S. S. Dietrich, P. Meyer, R.A. Alvarez, Photofission and photoneutron cross sections and photofission neutron multiplicities for  $^{233}\text{U}$ ,  $^{234}\text{U}$ ,  $^{237}\text{Np}$ , and  $^{239}\text{Pu}$ , *Physical Review C* **34** (1986) 2201
- [24] B.L. Berman, J.T. Caldwell, E.J. Dowdy, S.S. Dietrich, P. Meyer, R.A. Alvarez, Photofission and photoneutron cross sections and photofission neutron multiplicities for  $^{233}\text{U}$ ,  $^{234}\text{U}$ ,
- [2] M.R. Pahlavani, S. Mirfathi, Dynamical simulation of neutron-induced fission of uranium isotopes using four-dimensional Langevin equations, *Physical Review C* **93** (2016) 4.
- [3] R. Haxby, W. Shoupp, W. Stephens, W. Wells, Photo-Fission of Uranium and Thorium, *Physical Review* **59** (1941) 57.
- [4] R. Vandenbosch, J.R. Huizenga, *nuclear Fission*, Academic, New York, (1973).
- [5] J.R. Huizenga, H.C. Britt, Theoretical photofusion-theory and experiment. In *Proceedings of the International Conference on Photonuclear Reactions and Applications*, **2** (1973) 833-4, edited by B. L. Berrnan.
- [6] B.S. Bhandari, I.C. Nascimento, Electrofission and photofission of  $^{238}\text{U}$  in the energy range 6-60 MeV, *Nuclear Science. Engineer* **60** (1976) 19.
- [7] Empire II: M. Herman, "EMPIRE-II statistical model code for nuclear reaction calculations," in *Nuclear Reaction Data and Nuclear Reactors* (N. Paver, M. Herman, A. Gandini, eds.), vol. 5 of ICTP Lecture Notes, pp. 137-230, ICTP, Trieste, 2001.
- [8] W. Nazarewicz, Variety of shapes in the mercury and lead isotopes, *Physics Letter B* **305** (1993) 195.
- [9] R.R. Chasman, Very extended minima in the  $A=180$  mass region, *Physical Letter B* **302** (1993) 134.
- [10] T.R. Werner, J. Dudek, Shape coexistence effects of super- and hyperdeformed configurations in rotating nuclei with  $58 \leq Z \leq 74$ , *Atomic Data Nuclear Data Tables* **50** (1992) 179.
- [11] L. Csige, D.M. Filipescu, T. Glodariu, J. Gulyás, M.M. Günther, D. Habs, H.J. Karwowski, A. Krasznahorkay, G.C. Rich, M. Sin, L. Stroe, O. Tesileanu, P.G. Thirolf, Exploring the multihumped fission barrier of  $^{238}\text{U}$  via sub-barrier photofission. *Physical Review C* **87** (2013) 4.
- [12] M.J. Lopez Jiménez, B. Morillon, P. Romain, Triple-humped fission barrier model for a new  $^{238}\text{U}$  neutron cross-section evaluation and first validations. *Annals of Nuclear Energy* **32** 2 (2005) 195-213.

- [31] M. Sin, R. Capote, M.W. Herman, A. Trkov, Extended optical model for fission, *Physical Review C* **93** (2016) 034605
- [32] T. Frommhold, F. Streiper, W. Henkel, U. Neissl, J. Ahrens, R. Beck, J. Peise, and M. Schmitz, *Physical Letters B* **295** (1992) 28.
- [33] C. Cetina, P. Heimberg, B. Berman, W. Briscoe, G. Feldman, L. Murphy, H. Crannell, A. Longhi, D. Sober, J. Sanabria, G. Kezerashvili, Photofission of heavy nuclei from 0.2 to 3.8 GeV, *Physical Review C* **65** (2002) 4.
- [34] S.E. Vigdor, H.J. Karwowski, Influence of Deformed-Nucleus Level Densities on Statistical Model Calculations for High-Spin Fission, *Physical Review C* **26** (1982) 1068.
- [35] A.V. Ignatyuk, G.N. Smirenkin, A.S. Tishin, *Soviet Journal Nuclear Physics* **21** (1975) 255.
- [36] J. Ahrens, J. Arends, P. Bourgeois, P. Carlos, J. Fallou, N. Floss, P. Garganne, S. Huthmacher, U. Kneissl, G. Mank, B. Mecking, H. Ries, R. Stenz, A. Veyssi re, Measurement of the total cross section for  $^{235}\text{U}$  and  $^{238}\text{U}$  photofission in the  $\delta$ -resonance region, *Physics Letters B* **146** (1984) 5 303-306.
- [37] T. Frommhold, F. Streiper, W. Henkel, U. Neissl, J. Ahrens, R. Beck, J. Peise, M. Schmitz, Total photofission cross section for  $^{238}\text{U}$  as a substitute for the photon absorption cross section in the energy range of the first baryon resonances, *Physical Letters B* **295** (1992) 28.
- $^{237}\text{Np}$ , and  $^{239}\text{Pu}$ , *Physical Review C* **34** (1986) 2201
- [25] C.D. Bowman, G.F. Auchampaugh, S.C. Fultz, Photodisintegration of  $^{235}\text{U}$ , *Physical Review* **133** (1964) B 676
- [26] J.T. Caldwell, E.J. Dowdy, B.L. Berman, R.A. Alvarez, P. Meyer, Giant resonance for the actinide nuclei: Photoneutron and photofission cross sections for  $^{235}\text{U}$ ,  $^{236}\text{U}$ ,  $^{238}\text{U}$ , and  $^{232}\text{Th}$ , *Physical Review C* **21** (1980) 1215
- [27] R.A. Anderl, M.V. Yester, R.C. Morrison, Photofission cross sections of  $^{238}\text{U}$  and  $^{235}\text{U}$  from 5.0 MeV to 8.0 MeV, *Nuclear Physics A* **212** Issue 2 (1973) 221-240
- [28] J.T. Caldwell, E.J. Dowdy, B.L. Berman, R.A. Alvarez, P. Meyer, Giant resonance for the actinide nuclei: Photoneutron and photofission cross sections for  $^{233}\text{U}$ ,  $^{236}\text{U}$ ,  $^{238}\text{U}$  and  $^{232}\text{Th}$ , *Physical Review C* **21** (1980) 1215.
- [29] B.L. Berman, J.T. Caldwell, E.J. Dowdy, S.S. Dietrich, P. Meyer, R.A. Alvarez Photo fission and photo neutron cross sections and photo fission neutron multiplicities for  $^{233}\text{U}$   $^{234}\text{U}$   $^{237}\text{Np}$  and  $^{239}\text{Pu}$ , *Physical Review C* **34**, (1986) 2201.
- [30] M. Sin, R. Capote, A. Ventura, M. Herman, P. Oblozinsk'y, Fission of light actinides:  $^{232}\text{Th}(n,f)$  and  $^{231}\text{Pa}(n,f)$  reactions, *Physical Review C* **74** (2006). 014608

# Photo-fission cross section of uranium isotopes using three humped barrier

Mohammad Reza Pahlavani\*, Payam Mehdipour Kaldiani

Department of Nuclear Physics, Faculty of Basic Science, University of Mazandaran, Babolsar, Iran

Received: 02.11.2016    Final revised: 30.04.2016    Accepted: 29.05.2017

## Abstract

In this investigation calculated cross section of induced photo-fission of uranium Isotopes,  $^{230-239}\text{U}$  using simulation through optical model are compared with experimental data. To obtain photo-fission cross section transition probability through three humps fission barrier is used. Also, in order to calculate level density of compound nucleus, improved version of Enhanced Generalized Super-fluid Model (EGSM) is employed. Simulated cross sections using Empire code for these Isotopes in a wide range of energy are compared with available experimental data. Cross sections for different isotopes of uranium are plotted as a function of energy in the range 5 to 20 MeV. Good agreement achieved when the results of Empire code are compared with available experimental data.

**Key words:** photo-fission, cross section, three humps barrier, level density, Uranium isotopes

---

\* Corresponding Author: m.pahlavani@umz.ac.ir