

## بررسی ترابرد مغناطیسی روی سطح یک عایق توپولوژیک

علی اصغر شکری\*، مریم رجیبی زاده

گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه پیام نور، ص.پ. 19395-3697، تهران، ایران

دریافت: 1395/12/22 بازنگری کلی: 1396/04/26 پذیرش: 1396/08/01

### چکیده

در این مقاله، ترابرد ذراتی مانند فرمیون‌های دیراک روی سطح یک عایق توپولوژیک در عبور از میدان الکتریکی خارجی و میدان مغناطیسی ناشی از حضور یک لایه فرومغناطیس بررسی شده است. در ابتدا مروری بر ویژگی‌های عایق توپولوژیک داشته و سپس با استفاده از معادلات دیراک، هامیلتونی الکترون‌های عبوری از روی سطح را می‌نویسیم. با استفاده از تبدیلات لورنتس هامیلتونی مورد نظر را حل کرده و ویژه انرژی‌ها یا ویژه مقادیر هامیلتونی سیستم مورد نظر را به دست می‌آوریم. با محاسبه ضریب عبوردهی الکتریکی و با استفاده از رابطهٔ رسانش لانداور، رسانش روی سطح عایق مورد نظر به دست آمده است. برای بررسی ترابرد از رسم نمودار ضریب فانو استفاده شده است (مقدار این ضریب نوع ترابرد را در سیستم مشخص می‌کند). با تغییر عواملی چون میدان الکتریکی و همچنین مقایسه نمودارهای رسانش و ضریب فانو ترابرد سیستم مورد بحث قرار گرفته است.

**کلیدواژه‌گان:** ترابرد مغناطیسی، عایق توپولوژیک، رسانش، تونل‌زنی الکتریکی

### مقدمه

می‌کند که در یک ناحیهٔ بریلوئن تناوبی تعریف می‌شود. در این دوره دسته‌بندی جدید از حالات ماده، بر مبنای روش لاندائو که حالات را بر اساس شکست خود به خودی تقارن معرفی می‌کند، ارائه شد. برای روشن‌تر شدن موضوع و چگونگی طبقه‌بندی این مواد یک مثال ساده می‌زنیم. آب و یخ هر دو دارای مواد مشابه هستند اما در فازهای مختلف قرار دارند. این تفاوت ناشی از شکسته شدن تقارن سیستم است. وقتی که تقارن انتقالی یخ شکسته می‌شود به آب تبدیل می‌شود، بنابراین این گذار فاز معادل با شکسته شدن تقارن است. اما مواد توپولوژیک بر اساس شکسته شدن تقارن متداول دسته‌بندی نشده‌اند بلکه بر اساس نظم توپولوژیکی که دارند طبقه‌بندی می‌شوند [1-4]. در سال 2004 چارلز کین<sup>2</sup> محققى که در این زمینه مطالعاتی انجام داده بود نتیجه تحقیقات خود را بر روی ورقه‌هایی از کربن به نام گرافین منتشر کرد. محاسبات وی نشان می‌داد که

امروزه مواد را با توجه به ویژگی‌های مختلف و کاربردهایشان تقسیم‌بندی می‌کنند. با بیانی ساده فلزات معمولی الکترون‌ها را در همه جهات منتقل می‌کنند، این در حالی است که عایق‌های معمولی الکترون‌ها را منتقل نمی‌کنند. اما موادی وجود دارند که فقط به الکترون‌ها اجازه عبور بر روی سطح (و نه در داخل حجم) را می‌دهند. این مواد که در سال‌های اخیر توجه زیادی را به خود جلب کرده‌اند، عایق توپولوژیک<sup>1</sup> نام دارند که هر دو نوع دو و سه بعدی آن مشاهده شده است. یکی از دستاورد های مکانیک کوانتومی در قرن بیستم گسترش تئوری نواری جامدات بود که توسط بلخ معرفی شد و زبانی برای شرح ساختار الکترونی این حالت‌ها فراهم کرد [1-4]. این تئوری مزایای تقارن انتقالی گسسته بلوری را برای دسته‌بندی حالت‌های الکترونی برحسب اندازه حرکت  $k$  کریستالی آنها بیان

\* نویسنده مسئول: aashokri@pnu.ac.ir

<sup>1</sup> Topological Insulator

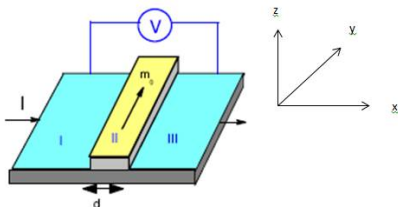
<sup>2</sup> Charles Kane

با تغییر میدان مغناطیسی روی سطح این مواد می توان از آنها به عنوان سوئیچ استفاده کرد [8].

### فرمول بندی مسئله

در این قسمت با در نظر گرفتن اتصال NMN<sup>1</sup> یک عایق توپولوژیکی با هندسه تجربی مناسب که در شکل 1 نمایش داده شده است، ترابرد الکترون های دیراک در عبور از ناحیه ای به عرض  $d$  که در مجاورت میدان تبدلی<sup>2</sup> القایی برخاسته از مغناطیدگی  $\vec{m} = m_0 \hat{y}$  ناشی از یک لایه فرومغناطیس مورد بررسی قرار گرفته است [8]. از خواص الکترون های دیراک در میدان مغناطیسی و الکتریکی عبوری شروع می کنیم. همان طوری که در شکل نشان داده شده است هامیلتونی برای این دسته از فرمیون های دیراک به صورت زیر نوشته می شود [4]:

$$H = \int d^2 r \psi^\dagger(\mathbf{r}) [v_F \vec{\sigma} \cdot \vec{\Pi} - \mu I - g \mu_B \vec{\sigma} \cdot \vec{B} - e \omega \epsilon_x] \psi(\mathbf{r}) \quad 1$$



شکل 1. هندسه تجربی مورد آزمایش، نمایی شماتیک از یک اتصال NMN.

که در این رابطه  $\vec{\sigma}(I)$  عملگر ماتریس پائولی (یکانی) در فضای اسپینی،  $\psi^\dagger \psi$  عملگر خلق (فنا) برای اسپینور دیراک،  $v_F$  سرعت فرمی و  $\mu$  پتانسیل شیمیایی هستند. همچنین  $\vec{\Pi} = -i\hbar \vec{\nabla} - e\vec{A}$  کانونیک،  $c = 1$ ،  $g$  ضریب ژیرومغناطیس و  $\mu_B$  مگنتون بوهر می باشد. قابل ذکر است اگر ذرات بدون

حرکت الکترون ها در نمونه ای با ضخامتی از مرتبه قطر اتم، یادآور اثر هال (سال 1980) است؛ اما آنچه کین و گروهش در محاسبات مربوط به گرافین مشاهده کردند دقیقاً مشابه اثر هال نبود. بررسی های بیشتر نشان داد که این نمونه ها به نوعی شبیه لایه های نازک اند، با این تفاوت که دیگر برای حرکت هماهنگ الکترون ها نیازی به استفاده از میدان های قوی مغناطیسی با دمای فوق سرد نیست [5،6].

توپولوژی سطحی این مواد موجب می شود الکترون های دارای اسپین پلاریزه از آنها عبور کند بدون این که پدیده پراش که عامل هدر رفتن انرژی است اتفاق بیفتد. به دلیل چنین ویژگی، این مواد دارای پتانسیل کاربردی زیادی در ساخت ترانزیستورها، حافظه ها، سوئیچ های مغناطیسی و حسگرهای مغناطیسی هستند [7]. در این مواد الکترون های رسانش رفتار جالبی را از خود نشان می دهند. در اثر نیروی حاصل از برهم کنش اسپین مدار، الکترون های با اسپین بالا در یک جهت و الکترون های با اسپین پایین در جهت دیگر حرکت می کنند. این جریان اسپینی کاربرد فراوانی در اسپینترونیک خواهد داشت. به عنوان مثال در نانوروبان هایی از جنس تلورید بیسموت، کانال های هدایت سطحی وجود دارند که حالت های سطحی در آنها قابل تنظیم است. یعنی می توان با تغییر سطح محل انرژی فرمی هدایت را در آن افزایش یا کاهش داد. این یافته ها می تواند در ساخت ادوات اسپینترونیکی و نانو الکترونیک نسل جدید و کم مصرف مانند حسگرهای مغناطیسی و حافظه ها مفید باشد. می توان از میدان الکتریکی برای کنترل سطح انرژی فرمی و تغییر رسانایی کانال ها استفاده کرد و حالت های سطحی را در نانو ساختارهای عایق توپولوژیک کنترل کرد. همچنین

<sup>2</sup> Exchange field

<sup>1</sup> Normal metal-magnetic film-normal metal

با استفاده از مشابهت مسئله با نوسانگر هماهنگ ساده و تعریف عملگرهای خلق و فنا، ویژه‌انرژی‌های هامیلتونی مورد نظر را به دست می‌آوریم.

$$0 = -iI_B \partial_x + (+iI_B k + \frac{ix}{I_B}) \quad 3$$

$$0^\dagger = -iI_B \partial_x - (+iI_B k + \frac{ix}{I_B}) \quad 4$$

$$\omega_c = v_f I_B^{-1} \quad 5$$

ویژه انرژی در نوسانگر هماهنگ:

$$E \pm (N) = \pm \omega_c \sqrt{N} \quad 6$$

ویژه انرژی‌های هامیلتونی معرفی شده به صورت زیر خواهد بود:

$$E_n = \pm \hbar v_f I_B^{-1} \sqrt{|n| + \alpha B \sin \theta}; \quad n \neq 0 \quad 7$$

$$E_n = -|g \mu_B B \sin \theta|; \quad n = 0 \quad 8$$

که در آن  $\alpha = \frac{g^2 \mu_B^2}{\hbar v_f^2 e}$  مقدار ثابت و  $I_B = \sqrt{\frac{\hbar}{e B \sin \theta}}$  طول مغناطیسی نام دارد. حالت  $n = 0$  غیر تبه‌گن است. مشابه سطوح لاندائو در گرافین [9] وقتی که میدان الکتریکی در راستای  $x$  اعمال شود وضعیت فرق خواهد کرد [10]. در این مورد می‌توانیم یک پارامتر افزایشنده  $1 \leq \beta = \frac{E_x}{v_f B \sin \theta}$  را تعریف کنیم و با استفاده از تبدیلات لورنتس انرژی را در این وضعیت جدید به دست بیاوریم.

#### رابطه تبدیلات لورنتس

با توجه به این که در تبدیلات لورنتس  $\beta = \frac{v}{c}$  و  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$  و فرض ما در این مسئله یعنی  $C = v_f$  است و همچنین با توجه به این که انتقال چارچوب مرجع در راستای  $y$  انجام می‌گیرد، روابط لورنتس به صورت زیر تعریف می‌شوند:

جرم دیراک را به طور نسبی در نظر بگیریم سرعت فرمی نقش سرعت نور را بازی می‌کند. در این هامیلتونی عبارت  $\vec{B} \cdot \vec{\sigma} g \mu_B$  ناشی از برهم‌کنش با میدان مغناطیسی و عبارت  $e \omega \varepsilon_x$  ناشی از برهم‌کنش با میدان الکتریکی می‌باشد. پتانسیل برداری را به صورت  $\vec{A} = (0, Bx \sin \theta, -Bx \cos \theta)$  انتخاب می‌کنیم. در اینجا عبارت زمین محور کوانتش اسپین الکترون‌های دیراک ناشی از حضور ترم  $\Pi$  را تعیین نمی‌کند. بنابراین مؤلفه داخل صفحه میدان مغناطیسی که تنها از طریق عبارت زمین وارد هامیلتونی می‌شود، یک تغییر ثابت به سمت  $K_y$  را فراهم می‌کند که به روش متفاوتی قابل اندازه‌گیری است. این ویژگی فرمیون دیراک با ویژگی آنها در گرافین فرق دارد. در این هامیلتونی هم نیروی مغناطیسی ناشی از میدان مغناطیسی و هم نیروی الکتریکی ناشی از میدان الکتریکی را داریم. پاسخ هامیلتونی در حضور میدان مغناطیسی یا الکتریکی را می‌دانیم و به منظور یافتن پاسخ در حضور هر دو میدان به این صورت عمل می‌کنیم. ابتدا با صفر در نظر گرفتن میدان الکتریکی  $E_x = 0$  داده سپس طیف انرژی‌های لاندائو را به دست می‌آوریم. هامیلتونی مورد نظر را بر حسب  $X, Y, Z$  بسط می‌دهیم. با توجه به دو بعدی بودن مسئله مؤلفه  $Z$  صفر خواهد شد و در نهایت ماتریس‌های پاؤلی  $\sigma_x$  و  $\sigma_y$  نیز فقط مورد استفاده خواهند بود. با بسط هامیلتونی مشخص می‌شود هامیلتونی وابستگی جزئی به  $X$  دارد. بنابراین تابع موج را به صورت  $\varphi(x) e^{-ik_y y}$  تعریف نموده و با ساده سازی به رابطه زیر می‌رسیم.

$$E \psi = \hbar v_f I_B^{-1} \times \quad 2$$

$$\left[ \begin{array}{cc} 0 & -iI_B \partial_x + iI_B k + \frac{ix}{I_B} + \frac{ig \mu_B B \cos \theta I_B^{-1}}{\hbar v_f} \\ -iI_B \partial_x - iI_B k - \frac{ix}{I_B} - \frac{ig \mu_B B \cos \theta I_B^{-1}}{\hbar v_f} & 0 \end{array} \right] \psi$$

$$\begin{aligned} \dot{y} &= \gamma(y - \beta v_f t) & 9 \\ t &= \gamma \left( t - \beta \frac{y}{v_f} \right) & 10 \\ \dot{x} &= x & 11 \\ \dot{\epsilon} &= \gamma(\epsilon - \beta v_f B \sin \theta) \dot{B} \sin \theta = \gamma(B \sin \theta - \frac{\beta \epsilon}{v_f}) & 12 \\ \psi(\vec{r}) &= \exp \left[ -\frac{\sigma_y \arctan h(\beta)}{2} \right] \psi(\vec{r}) & 13 \end{aligned}$$

به صورت زیر هستند:

19

$$ie \hbar \partial_{k_x} \psi = [\hbar v_f (\sigma_x k_x + \sigma_y k_y) - E - g \mu_B \sigma_z B \sin \theta] \psi$$

همچنین تبدیلات لورنتس میدان الکتریکی و انرژی نیز

به صورت زیر می باشد:

$$\epsilon' = \gamma(\epsilon - \beta v_f B \sin \theta) \quad 20$$

$$\dot{E} = \gamma(E - \hbar v_f k_y \dot{\beta}) \quad 21$$

$$\dot{\gamma} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad 22$$

پراکندگی به راحتی با استفاده از این معادله و مشابهت

آن با معادله لاندائو-زرنر استاندارد با اصلاح ثابت پلانک

به صورت  $\hbar \rightarrow e \epsilon \hbar$  به دست می آید. احتمال

عبوردهی الکترون های دیراک در جهت میدان الکتریکی

اعمال شده در چهارچوب منتقل شده به صورت

$$T(k_y; E) = \exp[-\pi d_0^2 \dot{\gamma} (g \mu_B B \sin \theta)^2 + (\hbar v_f k_y)^2] / (\hbar v_f)^2 \quad 23$$

نوشته می شود که در این رابطه  $d_0 = \sqrt{\frac{\hbar v_f}{e \epsilon}}$  مقیاس

طول تعیین شده به وسیله میدان الکتریکی است [12].

حال می توان با اعمال تبدیل معکوس با استفاده از

برگشت و با انتگرال گیری روی  $k_y$  رسانش تونل زنی

را به دست بیاوریم [11].

که در این رابطه ها  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$  است. در چهار چوب منتقل شده معادله شرو دینگر نیز به صورت زیر تغییر می کند.

14

$$\dot{E}_n \psi = \left[ -i \hbar v_f \left( \sigma_x \partial_x + \sigma_y (\partial_y - i \frac{e B \sin \theta}{\hbar} x) - g \mu_B \sigma_z B \sin \theta \right) \right] \psi$$

توجه داریم که یک چنین تحول افزایشی فقط روی

بخش اریتمالی (مداری) میدان مغناطیسی تأثیر می گذارد،

میدان زمین دست نخورده باقی می ماند. ویژه انرژی های

معادله فوق به صورت زیر به دست می آید.

$$\dot{E}_n = \pm \hbar v_f \sqrt{1 - \alpha B \sin \theta} \quad \text{اگر } n \neq 0 \quad 15$$

$$\dot{E}_n = -|g \mu_B B \sin \theta| \quad \text{اگر } n = 0 \quad 16$$

که در آن  $\alpha = \frac{\hbar}{e B \sin \theta}$  است. حال می توان با

استفاده از تبدیلات معکوس لورنتس ویژه انرژی را در

چهارچوب اول به دست آورد.

17

$$E_n(k_y) = \pm \hbar v_f \sqrt{1 - \gamma^2 \sqrt{1 + \gamma \alpha B \sin \theta} - \beta \hbar v_f k_y} \quad \text{اگر } n \neq 0$$

$$E_n = -\gamma^{-1} |g \mu_B B \sin \theta| - \beta \hbar v_f k_y \quad \text{اگر } n = 0 \quad 18$$

حال به حل این مسئله در ناحیه  $\epsilon_x \leq v_f B$  برمی گردیم.

جایی که حالت های پراکندگی را به دست آوردیم. در

28

$$H_{\text{induced}} = \int dx dy \tau(\theta)\theta(d-x)\psi^+(\vec{r})\sigma_y\psi(\vec{r})$$

که  $\tau \sim m_0$  میدان تبدلی ناشی از حضور باریکه فرومغناطیس و  $\theta(x)$  تابع پله‌ای می‌باشند. توجه داریم  $H_{\text{induced}}$  می‌تواند به صورت عبارت پتانسیل برداری ناشی از میدان مغناطیسی موهومی زیر باشد.

$$B_f = \left(\frac{\tau}{ev_f}\right) [\delta(x) - \delta(d-x)] \hat{z} \quad 29$$

این مقایسه نشان می‌دهد که انتخاب ما در مورد در صفحه بودن مغناطش در راستای  $\hat{y}$  کاملاً عمومی است. همه کمیت‌های ناوردا مثل احتمال عبوردهی مستقل از مولفه  $\vec{m}_0 \cdot \vec{x}$  در شکل حاضر هستند. همچنین تأکید داریم که این اثر با اثر مؤلفه  $\vec{m}_0 \cdot \vec{z}$  که جرمی را برای فرمیون‌های دیراک فراهم می‌کند، مجزاست. برای  $m_0$  داده شده، بزرگی دقیق  $\tau$  به جفت شدگی تبدلی<sup>2</sup> فیلم وابسته است و می‌تواند برای فیلم فرومغناطیس نرم، به وسیله یک میدان اعمال شده تنظیم شود [12]. تابع موج و روابط پراکندگی فرمیون‌های دیراک در حال حرکت در راستای  $\pm x$  در ناحیه<sup>2</sup> در حضور یک چنین میدان تبدلی به وسیله رابطه زیر توصیف می‌شود.

$$\psi_j^\pm = (1, \pm e^{\pm\beta}) \exp[i(\pm k_x x + k_y y)] \quad 30$$

$$\beta = \arcsin[\hbar v_f (k_y + M) / |\varepsilon + \mu|] \quad 31$$

$$\varepsilon = -\mu \pm \sqrt{(\hbar v_f k_x)^2 + (\hbar v_f k_y + M)^2} \rightarrow k_x = \sqrt{[(\varepsilon + \mu) / \hbar v_f]^2 - (k_y + M)^2} \quad 32$$

$$M = \frac{\tau}{\hbar v_f} \quad 33$$

$$G = G_0 = (1 - \beta^2)^{3/4} e^{-\frac{\pi d \delta y (g \mu_B B \sin \theta)^2}{(\hbar v_f)^2}} \quad 24$$

در این رابطه  $L_y$  و  $G_0 = e^2 L_y / (\hbar d_0)$  عرض نمونه است. در مقایسه با گرافین در می‌یابیم که عبارت زمین ناشی از میدان مغناطیسی در راستای  $Z$  در رسانش یک توقیف نمایی اضافی را ایجاد می‌کند [11]. در عایق توپولوژیک، میدان مغناطیسی زمین در راستای  $Z$  تأثیر می‌گذارد و در تولید جرم برای الکترون‌های دیراک نقش داشته و در نتیجه منجر به متوقف سازی رسانش می‌شود. فرمیون‌های دیراک در ناحیه‌های 1 و 3 به وسیله هامیلتونی رابطه<sup>1</sup> توصیف می‌شوند. در نتیجه با توجه به حرکت فرمیون‌ها روی سطح در راستای  $\pm x$ ، تابع موج آن در این نواحی با اندازه حرکت عرضی<sup>1</sup>  $k_y$  و انرژی  $E$  می‌تواند به صورت

$$\psi_j^\pm = (1, \pm e^{\pm i\alpha}) \exp[i(\pm k_x x + k_y y)] \quad 25$$

باشد که اندیس  $j$  مقدارهای 1 و 3 را می‌پذیرد. برای یک چنین هامیلتونی روابط پاشندگی به صورت

$$\varepsilon = -\mu \pm \sqrt{(\hbar v_f k_x)^2 + (\hbar v_f k_y)^2} \rightarrow k_x = \sqrt{[(\varepsilon + \mu) / \hbar v_f]^2 - (k_y)^2} \quad 26$$

می‌شود. در اینجا  $\alpha$  زاویه الکترون فرودی با خط عمود بر مرز مشترک می‌باشد و به صورت  $\alpha = \arctan \frac{k_y}{k_x}$  تعریف می‌شود.

$$\alpha = \arcsin(\hbar v_f k_y / |\varepsilon + \mu|) \quad 27$$

در ناحیه<sup>2</sup> حضور نوار فرومغناطیس با مغناطش  $\vec{m}$   $m_0 \hat{y}$  منجر به عبارت اضافی زیر در هامیلتونی خواهد شد [12]:

<sup>2</sup> Exchange coupling<sup>1</sup> transverse

$$e^{i\alpha} - re^{-i\alpha} = pe^{i\beta} - qe^{-i\beta} \quad 38$$

$$te^{ik_x d} = pe^{ik_x d} + qe^{-ik_x d} \quad 39$$

$$te^{i(k_x d + \alpha)} = pe^{i(k_x d + \beta)} - qe^{-i(k_x d + \beta)} \quad 40$$

با حل معادله‌های بالا برای  $t$  عبوردهی را محاسبه می‌کنیم.

41

$$T = |t|^2 = tt^* \rightarrow T = \frac{\cos^2(\alpha)\cos^2(\beta)}{[\cos^2(k_x d)\cos^2(\alpha)\cos^2(\beta) + \sin^2(k_x d)(1 - \sin(\alpha)\sin(\beta))^2]}$$

در نتیجه رسانش این فرمیون‌ها محاسبه خواهد شد. با استفاده از رابطه لاندور برای محاسبه رسانش

$$G = \frac{e^2}{h} \sum_{-k_f < p_1 < k_f} T(P_1) = \frac{we^2}{2\pi h} \int_{-k_f}^{k_f} T(P_1) dp_1 \quad 42$$

$$G = \frac{dI}{dV} = \left(\frac{G_0}{2}\right) \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} T(\alpha) \cos \alpha d\alpha \quad 43$$

که در این رابطه  $G_0 = \frac{\rho(eV)we^2}{\pi h^2 v_f}$  و  $\rho(eV) = \frac{|\epsilon + \mu|}{2\pi(\hbar v_f)^2}$  چگالی حالت<sup>3</sup> فرمیون‌های دیراک، که برای  $\mu \gg eV$  ثابت است و  $w$  نیز عرض نمونه است [8]. رابطه مربوط به  $T$  و  $G$  یکی از مهمترین نتایج این بحث است.

یکی دیگر از کمیت‌های خواص تراپرد الکتریکی، نوفه شلیکی است. نوفه شلیکی در یک رسانای الکتریکی نتیجه کوآنتش بار است. برای مشاهده آن باید حالت غیرتعادلی (تراپرد) سیستم بررسی شود. با محاسبه احتمال عبور و بازتاب الکترون از یک سد پتانسیل، می‌توان به راحتی افت و خیزهای (میانگین مربعی) حالت‌های پرتو عبوری، بازتابی و همبستگی آنها را به دست آورد. این همبستگی (نوفه) در دو حالتی که احتمال عبور صفر و یا یک است حذف می‌شود.

توجه داریم تحت  $m_c$  بحرانی  $(M_c = \pm 2 \frac{|\epsilon + \mu|}{\hbar v_f})$  و بنابراین  $\tau$  بحرانی  $\tau_c = \pm 2|\epsilon + \mu|$ ،  $K_x$  به‌ازای همه  $K_y$ ها موهومی شده و منجر به مدهای فضایی در حال زوال در ناحیه<sup>2</sup> می‌شود. یک الکترون وارد شده از سمت چپ با اندازه حرکت عرضی  $K_y$  و انرژی  $\epsilon$  به ناحیه<sup>2</sup> را در نظر می‌گیریم. فرآیند عبوردهی و بازتاب را در نواحی مرز یعنی  $(x=d, x=0)$  بررسی می‌کنیم.

$$\Psi_1 = \Psi_1^+ + r\Psi_1^- \quad 34$$

$$\Psi_2 = p\Psi_2^+ + q\Psi_2^- \quad 35$$

$$\Psi_3 = t\Psi_3^+ \quad 36$$

تابع موج در این نواحی به صورت زیر خواهد بود.

37

$$\left\{ \begin{array}{l} \Psi_1 = e^{ik_x x} e^{iky y} \left( \frac{1}{e^{i\alpha}} \right) + r e^{-ik_x x} e^{iky y} \left( -\frac{1}{e^{-i\alpha}} \right) \\ \Psi_2 = p e^{ik_x x} e^{iky y} \left( \frac{1}{e^{i\beta}} \right) + q e^{-ik_x x} e^{iky y} \left( -\frac{1}{e^{-i\beta}} \right) \\ \Psi_3 = t e^{ik_x x} e^{iky y} \left( \frac{1}{e^{i\alpha}} \right) \end{array} \right.$$

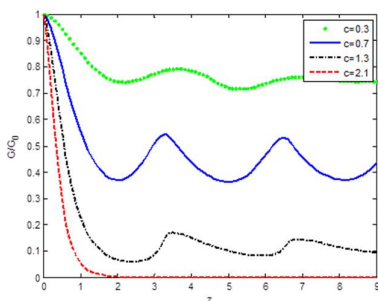
در اینجا  $r$  و  $t$  به ترتیب ضرایب بازتاب و عبور هستند و  $p$  و  $q$  به دامنه الکترون‌هایی که در ناحیه<sup>2</sup> به سمت راست یا چپ حرکت می‌کنند، اشاره دارد. به علت اینکه معادله دیراک در این مسئله از نوع درجه اول است، کافی است در مرزها پایستگی تابع موج را بررسی کنیم. زیرا این شرط پایستگی چگالی جریان را نیز ایجاب می‌کند و نیازی نیست مانند معادله شرودینگر پیوستگی مشتق تابع موج را نیز بررسی کنیم.

با مساوی قرار دادن شرایط مرزی  $\Psi_1$  و  $\Psi_2$  در  $x = 0$  و  $\Psi_2$  و  $\Psi_3$  در  $x = d$  به روابط زیر می‌رسیم.

$$1 + r = p + q$$

<sup>3</sup> Density of state

در شرایط  $M$  بحرانی ( $Mc$ )، عبور دهی در تمام کانالها (راه‌ها) وابستگی نزولی یکنواختی را به  $d$  نشان می‌دهد. در نتیجه برای اتصال به اندازه کافی ضخیم، می‌توان  $G$  را در  $V$  و  $\mu$  ثابت از یک مقدار معین به نزدیکی صفر با تنظیم کردن  $M$  تحت  $Mc$  تنظیم کرد. این ویژگی امکان استفاده از این نوع اتصالها را به‌عنوان سوئیچ مغناطیسی فراهم می‌سازد.



شکل 2. نمودار رسانش تونل زنی  $\frac{G}{G_0}$  به ازای  $V$  و  $\mu$  ثابت برحسب تابعی از عرض موثر  $Z = \frac{d|eV+\mu|}{\hbar v_f}$  به ازای مقادیر مختلف  $c = \frac{\hbar v_f M}{|eV+\mu|}$

این رفتارهای متفاوت رسانش  $G$  برای  $M$  بالا و پایین  $Mc$ ، در شکل 2 با ترسیم نمودار  $G$  به‌صورت تابعی از پهنای سد موثر  $Z = \frac{d|eV+\mu|}{\hbar v_f}$  برای چندین مقدار  $\frac{\hbar v_f M}{|eV+\mu|}$  نشان داده شده است. از آنجا که طبق رابطه بدون بعد  $T = \frac{\hbar v_f M}{|eV+\mu|}$  و بنابراین  $G$  به  $M$  وابسته است، بنابراین این اثر با تغییر ولتاژ اعمال شده  $V$  به ازای  $M$  و  $\mu$  ثابت قابل مشاهده است. برای پارامتر بی‌بعد ضخامت سدی که به اندازه کافی بزرگ باشد،  $Z_0 = \frac{\mu d}{\hbar v_f}$  تنها تحت ولتاژ بحرانی  $|eV_c + \mu| = \frac{\hbar v_f M}{2}$  محدود می‌شود.

شکل 2 نشان می‌دهد با افزایش  $M$  رسانش کاهش پیدا کرده اما هنوز به‌صورت یک تابع نزولی نوسانی است. با نزدیک شدن به  $Mc$  نمودار رسانش به‌صورت نمایی کاهش پیدا کرده و به صفر نزدیک می‌شود. همچنین می‌توان گفت هنگامی که مقدار  $M$  از حد بحرانی عبور

تضعیف در زیر حد پواسون یکی از جنبه‌های نوفه در سیستم‌های مزوسکوپیک است که منشاء بسیاری از کارهای تجربی و تئوری است. یک اندازه‌گیری ساده نوفه شلیکی زیر پواسونی عامل فانو  $F^4$  است که نسبت نوفه شلیکی واقعی به نوفه پواسون می‌باشد که اگر سیستمی تولید کننده نوفه باشد به‌خاطر الکترون‌ها می‌بایستی اندازه‌گیری شود. در رژیم خطی عامل فانو به صورت

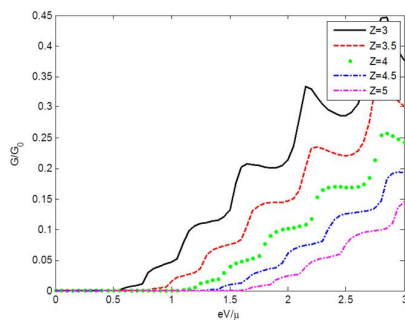
$$F = \frac{\sum_n T_n(1-T_n)}{\sum_n T_n} \quad 41$$

است [13] که در در حالت پیوسته مطابق رابطه 42  $n \rightarrow p_1$  به‌صورت  $-k_f < p_1 < k_f$  جمع بسته می‌شوند. عامل فانو مقادیری بین صفر (تمام کانالها شفافند) و یک (نوفه پواسونی) را می‌گیرد. اندازه این ضریب نوع ترابرد را در سیستم مشخص می‌کند. اگر  $F=1$  باشد، ترابرد از نوع تونل‌زنی همان مقدار پواسونی می‌باشد. اگر  $F=1/3$  باشد، ترابرد سیستم پخشی بوده و اگر  $F=0$  سیستم در رژیم بالستیک قرار دارد.

### نتایج محاسبات عددی و توصیف آن‌ها

وابستگی عبوردهی الکترونی  $T$  در رابطه 41، به پهنای ناحیه میانی  $d$ ، از طریق کمیت  $\alpha$  مورد نظر به واسطه عبارت  $\cos^2(k_x d)$  و  $\sin^2(k_x d)$  است. بسته به این که  $k_x$  موهومی باشد یا حقیقی،  $T$  می‌تواند با تغییر  $d$  به‌صورت نزولی یکنواخت یا تناوبی تغییر کند. از آنجا که  $k_x$  به ازای  $\alpha$  داده شده به  $M$  بستگی دارد، می‌توان با اعمال میدان مغناطیسی که  $m_0$  و بنابراین  $M$  را کنترل کند، عبوردهی را نسبت به  $d$  از حالت نزولی نوسانی به نزولی یکنواخت، در کانال داده شده (مشخص شده با  $k_y$  یا به‌طور معادل  $\alpha$ )، تغییر داد. اگرچه، از آنجا که  $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$ ، در می‌یابیم که

نتیجه  $Z = \frac{deV}{\hbar v_f} + \frac{d\mu}{\hbar v_f}$  خواهد بود. بخش اول رابطه به دلیل تغییرات ولتاژ، متغیر و بخش دوم آن مقداری ثابت می‌باشد. بنابراین برای رسم نمودار کافی است مقدار ثابت را که در اینجا با  $Z_0$  نشان دادیم یک عدد ثابت در نظر بگیریم.



شکل 3. نمودار رسانش تونل‌زنی  $\frac{G}{G_0}$  برحسب  $\frac{eV}{\mu}$  به ازای  $M$  ثابت.

در نمودار رسانش می‌بینیم در ولتاژهای بالاتر از  $V_c$  رسانش به صورت صعودی و تناوبی آغاز می‌شود و با توجه به مقدار  $\frac{\hbar v_f M}{\mu}$  هر بار مقدار  $V_c$  و در نتیجه شروع رسانش متفاوت می‌باشد. به ازای  $V_c=3$  نمودار رسانش با نوسانات و شیب بیشتری همراه است و هرچه مقدار  $V_c$  بالاتر باشد رسانش دیرتر آغاز شده و شیب نمودار و همچنین نوسانات آن کنترل خواهد بود. همچنین لازم به ذکر است که یک چنین وابستگی‌های  $G$  به  $M$  و  $V$  نیازمند این است که الکترون‌های دیراک به صورت اسپینور در فضای فیزیکی اسپین باشند و بنابر این غیرممکن است.

می‌کند،  $K_x$  موهومی شده در نتیجه عبوردهی و به دنبال آن رسانش به‌طور نزولی و یکنواخت کاهش پیدا کرده و به صفر نزدیک می‌شود. نکته دیگری که در این نمودار دیده می‌شود این است که در محدوده مشخصی از  $Z$  که در اینجا حدود  $1/5$  می‌باشد، رسانش به‌طور یکنواخت کاهش پیدا می‌کند و بعد از آن باتوجه به مقدار  $M$ ، در شرایط بحرانی به صفر می‌رسد یا در مقدارهای کمتر به صورت نوسانی ادامه پیدا می‌کند. در مقدارهای بسیار پایین  $M$  دامنه نوسانات بیشتر شده و در نهایت به یک مقدار ثابت نزدیک می‌شود. این موضوع می‌تواند ناشی از این باشد که با کاهش  $M$  عبوردهی به یک مقدار ثابت نزدیک شده و در نتیجه رسانش نیز به مقدار ثابتی رسیده و ادامه پیدا می‌کند. همچنین وقتی میدان مغناطیسی اعمال شده به اندازه کافی بزرگ باشد تقارن وارونی زمان را روی سطح عایق‌های توپولوژیک از بین برده و با ایجاد گاف روی حالت‌های سطحی رسانش را از بین می‌برد.

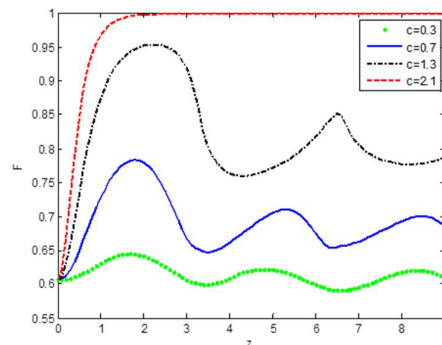
شکل 3 رسانش تونل‌زنی  $\frac{G}{G_0}$  برحسب  $\frac{eV}{\mu}$  به ازای  $M$  ثابت را نشان می‌دهد. دیده می‌شود که با افزایش ولتاژ رسانش به صورت یک تابع صعودی و متناوب افزایش پیدا می‌کند. در این نمودار میدان و سایر پارامترها را ثابت نگه داشته و تنها ولتاژ تغییر داده شده است. تغییر ولتاژ روی حالت بحرانی نشان داده شده است. ولتاژ بحرانی  $V_c$  به‌طور عددی می‌تواند با پیدا کردن کمترین ولتاژ به‌طوری که  $\frac{G}{G_0}$  تأخیر (نزول) یکنواختی را به صورت تابعی از  $Z_0$  نشان دهد، تعیین شود. به همین دلیل از رابطه  $M$  بحرانی استفاده شده است. نمودار  $\frac{eV_c}{\mu}$  به صورت تابعی از  $\frac{\hbar v_f M}{\mu}$  در حاشیه شکل 3 نشان داده شده است. وابستگی خطی مورد انتظار را برای  $V_c$  و  $M$  یادآوری می‌کند. به‌منظور بررسی رسانش در ناحیه بحرانی نمودار رسانش را نیز برحسب  $\frac{eV_c}{\mu}$  رسم می‌کنیم. با توجه به رابطه  $Z$  داریم:  $Z = \frac{d|eV+\mu|}{\hbar v_f}$  در



انرژی الکترون تغییر می‌یابد. عکس این قضیه نیز صادق است.

بررسی اثرات عوامل محیطی همچون ولتاژ اعمالی به دو سر اتصال، اثر دما، عمق سد پتانسیل و عرض سد پتانسیل روی عبوردهی و جریان خروجی و رسانندگی الکتریکی و به‌خصوص نوفه شلیکی و عامل فانو دانش لازم برای طراحی ادوات الکترونیکی وابسته به بار و اسپین در مقیاس نانو و رایانه‌های کوآنتومی و در کلیه صنایع مرتبط با تکنولوژی پیشرفته الکترونیک و مخابرات با کیفیت مطلوب را به دست می‌دهد.

اثر اندازه کوآنتومی، که در واقع افزایش عرض سد کوآنتومی درون ساختار است، بروز پدیده‌های جالبی را، در خواص ترابرد الکتریکی سبب می‌شود. از اهم این پدیده‌ها، ظهور نوسانات در جریان، نوفه شلیکی و عامل فانو با تغییر عرض سد کوآنتومی می‌شود، ولی موضوعی که بیشتر اهمیت دارد این است که، بیشترین مقدار جریان، رسانندگی و نوفه و کمترین مقدار عامل فانو در عرض 60 نانومتر اتفاق می‌افتد. تغییر عرض سد کوآنتومی موجب جابجایی مکانی ترازهای انرژی می‌شود، این نوسانات از شرکت ترازهای کوآنتومی بیشتر و ایجاد تشدید در آن انرژی در اثر تغییر عرض چاه نشأت می‌گیرد. از طرف دیگر، نتایج به دست آمده از این اثر، گویای این حقیقت است که افزایش عرض چاه کوآنتومی، ضریب عبوردهی الکترون را افزایش داده و موجب افزایش تشدید و انرژی تشدید می‌شود و جریان افزایش می‌یابد.



شکل 4. نمودار بررسی ضریب فانو برحسب تابعی از عرض مؤثر

$$Z = \frac{d[eV + \mu]}{h\nu_f} \quad c = \frac{h\nu_f M}{|eV + \mu|}$$

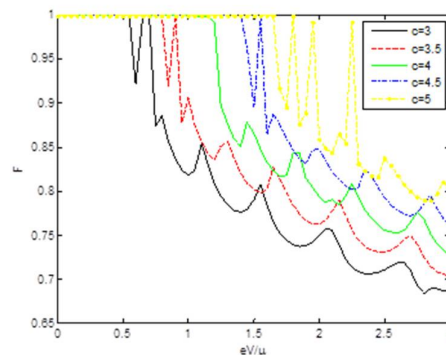
از روی نمودار 4 مشخص است با توجه به اینکه ضریب فانو رابطه عکس با ضریب عبوردهی دارد، هر جا که ضریب عبوردهی افزایش می‌یابد عامل فانو کاهش پیدا می‌کند. در شرایط بحرانی عامل فانو به 1 نزدیک شده است که نشان می‌دهد ترابرد از نوع تونل‌زنی است، قبلاً دیدیم در این شرایط رسانش صفر است. در مقادیر کمتر از M بحرانی عامل فانو نوسانی است که با افزایش پهنای مؤثر سد نوسانات آن کمتر و به حالت یکنواخت نزدیک می‌شود. عامل فانو مقادیری بین صفر (تمام کانال‌ها شفافند) و یک (نوفه پواسونی) را می‌گیرد و نشان دهنده همبستگی الکترونی در داخل سیستم می‌باشد. همان‌طوری که بیان شد ضریب فانو به نسبت نوفه شلیکی نشان دهنده ناهمدوسی انرژی الکترون می‌باشد، بدین صورت که، به هنگام عبور الکترون از سد پتانسیل انرژی آن به چه میزان تغییر می‌کند و در واقع افت و خیزهای انرژی الکترون به هنگام عبور را نشان می‌دهد. نسبت نوفه شلیکی به نوفه پواسون (متوسط رسانش) را عامل فانو می‌نامیم.

در انرژی‌های پائین تغییرات این دو نمودار یکسان می‌باشد، بدین معنی که هر جایی که برای رسانندگی الکتریکی حالت تشدید رخ می‌دهد به همان میزان نیز

افزایش میدان مغناطیسی نمودار از حالت نوسانی خارج و به سمت یک نزدیک می‌شود که نشان دهنده ترابرد از نوع تونل‌زنی و رسانش صفر می‌باشد. افزایش میدان در اینجا باعث می‌شود تا با باز شدن گاف انرژی روی سطح به عایق بدل شود که این امر امکان استفاده از این نوع اتصال‌ها را به عنوان سوئیچ‌های مغناطیسی فراهم می‌سازد. همچنین در یک میدان مغناطیسی ثابت اثر تغییرات میدان الکتریکی در مقدارهای مختلف ثابت  $Z_0$  بررسی شده است. با کاهش مقدار  $Z_0$  سیستم در ابتدا با افزایش ولتاژ مدت زمان بیشتری را در ترابرد تونل‌زنی به سر می‌برد و در ولتاژهای بالاتر رسانش شروع خواهد شد. در مقدارهای کم  $Z_0$  ولتاژ لازم برای شروع رسانش کمتر خواهد بود. نمودارهای فانو دقیقاً عکس نمودار رسانش می‌باشند.

### مرجع‌ها

- [1] M.Z. Hassan, C. Kane, Topological insulators, *Reviews of Modern Physics* 82 (2010) 3045.
- [2] J.E. Moore, Perspective Article The birth of topological insulators, *Nature* (London) 464 (2010) 194.
- [3] X.-L. Qi, Zhang S.-C. Zhang, The quantum spin: Hall effect and topological insulators, *Physics Today* 63 (2010) 33.
- [4] L. Fu, C.L. Kane, E.J. Mele, Topological Insulators in Three Dimensions, *Physical Review Letters* 98 (2007).
- [5] F.D.M. Haldane, Model for a Quantum Hall Effect without Landau Levels: Condensed-Matter Realization of the Parity Anomaly, *Physical Review Letters* 61 (1988) 2015.
- [6] C.L. Kane, E.J. Mele, Z<sub>2</sub> Topological Order and the Quantum Spin Hall Effect, *Physical Review Letters* 95 (2005) 146802.
- [7] C. Nayak, S.H. Simon, A. Stern, M. Freedma, S. Das sarma, Non-Abelian anyons and topological quantum computation, *Reviews of Modern Physics* 80 (2008) 1083.



شکل 5. نمودار بررسی ضریب فانو برحسب تابعی از  $\frac{eV}{\mu}$ .

در شکل 5 نیز با افزایش ولتاژ ضریب فانو کاهش پیدا کرده و در ولتاژهای بالا به حالت نوسانی منظم و بعد از آن به صفر نزدیک می‌شود. در این شرایط سیستم در حالت بالستیک قرار دارد و عبوردهی بیشترین مقدار را دارد. نمودار دقیقاً با نمودار رسانش متناظر است و نقاط ماکزیمم و مینیمم آن برعکس نمودار رسانش است. زمانی که  $\frac{\hbar v_F M}{\mu}$  بیشترین مقدار را دارد سیستم مدت زمان بیشتری را در ترابرد تونل‌زنی می‌ماند و در ولتاژهای بالاتر رسانش شروع می‌شود که این موضوع در نمودارهای رسانش نیز مشهود بود.

### نتیجه‌گیری

در این مقاله با هدف بررسی ترابرد روی سطح عایق توپولوژیک از یک نمونه اتصال NMN استفاده شده است. با توجه به این که ذرات روی سطح مانند ذرات بدون جرم دیراک رفتار می‌کنند، با استفاده از معادله دیراک هامیلتونی اتصال و استفاده از روابط پاشندگی توابع موج به دست آمده و شرایط مرزی ضرایب عبور و بازتاب به دست می‌آیند. با محاسبه عبوردهی و استفاده از رابطه لانداور رسانش برای اتصال فوق به دست آمده و با تغییر عواملی چون میدان تبدالی و ولتاژ، نمودارهای رسانش و ضریب فانو رسم شده و با هم مقایسه شده است. نتایج نشان می‌دهد که تغییرات عامل فانو در مقدارهای مختلف  $Z$  (عرض مؤثر) با

- [9] A.H. Castro Neto, F. Guinea, N.M.R. Peres, K.S. Novoselov, A.K. Geim, The electronic properties of graphene, *Reviews of Modern Physics* 81 (2009) 109.
- [10] V. Lukose, R. Shankar, G. Baskaran, Novel Electric Field Effects on Landau Levels in Graphene, *Physical Review Letters* 98 (2007) 116802.
- [11] A. Shytov, N. Gu, L. Levitov, Transport in Graphene p-n Junctions in Magnetic Field, arXiv: 0708.3081 (unpublished).
- [12] T. Yokoyama, Y. Tanaka, N. Nagaosa, Anomalous magnetoresistance on the topological surface, arXiv: 0907.2810v2 (unpublished).
- [13] Y. M Blanter and M Büttiker, Shot noise in mesoscopic conductors, *Physics Reports* 336 (2000) 1.
- [8] S. Mondal, D. Sen, K. Sengupta, R. Shankar, Tuning the Conductance of Dirac Fermions on the Surface of a Topological Insulator, *Physical Review Letters* 104 (2010) 046403.