بررسی محبوس‌شدگی کوارک‌ها به‌روش ایوالد روی شبکهٔ مش‌بندی‌شده

صدیقه دلدار*، مطهرهٔ کیاماری

دانشکده فیزیک، دانشگاه تهران، تهران، ایران

دریافت: 1396/11/21 ویرایش نهائی: 1397/01/22 پذیرش: 1397/02/03

چکیده

در این پژوهش ما به مطالعهٔ پدیدهٔ محبوس‌شدگی کوارک‌ها با استفاده از دایون‌ها به‌عنوان ساختارهای خلأ نظریهٔ QCD پرداختیم و تعمیم روش ایوالد روی شبکهٔ مش‌بندی‌شده را روی آنسامبلی از دایون‌های بدون برهم‌کنش و با برهم‌کنش اعمال کردیم. به‌این ترتیب توانستیم تابعیت خطی انرژی آزاد جفت کوارک و پادکوارک را نسبت به فاصلهٔ آن‌ها از یکدیگر در هر دو شبیه‌سازی بدون برهم‌کنش و با برهم‌کنش در دمای نزدیک به دمای وامحبوس‌شدگی نشان دهیم و همچنین نشان دادیم که با اضافه کردن برهم‌کنش‌های بین دایونی به یک سیستم، کشش ریسمان و یا به‌عبارت دیگر شدت میدان‌های گلوئونی افزایش می‌یابد و دمای سیستم کاهش پیدا می‌کند.

کلیدواژگان: محبوس‌شدگی کوارک‌ها، کالورون، دایون، روش ایوالد، تعمیم روش ایوالد روی شبکهٔ مش‌بندی‌شده

مقدمه

محبوس‌شدگی کوارک‌ها به‌عنوان یکی از ویژگی‌های مهم نظریهٔ QCD همواره مورد توجه فیزیک‌دانان نظری بوده‌است. تلاش برای یافتن مکانیزمی قابل قبول برای توصیف این ویژگی، فیزیک‌دانان را به‌سوی در نظر گرفتن ساختارهای توپولوژیک برای خلأ این نظریه هدایت کرده‌است، که از جمله این ساختارها کالورون‌ها و دایون‌ها هستند. پژوهش‌های فراوانی با موضوعیت کالورون‌ها برای توصیف محبوس‌شدگی صورت گرفته‌است که با مطالعهٔ مقدار چشم‌داشتی حلقه پالیاکوف برای آنسامبلی از کالورون‌های بدون برهم‌کنش، تابعیت خطی انرژی آزاد جفت کوارک و پادکوارک نسبت به فاصلهٔ آن‌ها را نشان داده و دمای گذار بین فاز محبوس‌شدگی و وامحبوس‌شدگی را محاسبه کرده‌اند [۱،۲،۳]. در این مجموعه مقالات، به‌منظور محاسبهٔ تابع پارش، از متریک فضای مدولی دایون‌ها [1] که اجزای تشکیل‌دهندهٔ کالورون‌ها هستند، استفاده شده‌است. اما این متریک به‌ازای دایون‌های یکسان در فواصل نزدیک‌تر از $\frac{2}{\pi T}$، که در آن T دمای سیستم است، مثبت معین نیست [4]، لذا برای حل این مشکل از روش عددی ایوالد [5] برای آنسامبلی از دایون‌های بدون برهم‌کنش استفاده شده‌است [6]. اما با اضافه کردن برهم‌کنش‌های بین دایونی، تعمیم روش ایوالد روی شبکهٔ مش‌بندی‌شده [7] بهینه‌تر خواهدبود. به‌همین جهت، در این مقاله ما با استفاده از تعمیم روش ایوالد روی شبکه مش‌بندی شده، به مطالعهٔ محبوس‌شدگی در آنسامبلی از دایون‌های بدون برهم‌کنش و با برهم‌کنش می‌پردازیم و تأثیر اضافه کردن برهم‌کنش بین دایونی را بررسی می‌کنیم.

* نویسنده مسئول: sdeldar@ut.ac.ir

برهم‌کنش بین دایونی

کالورون‌ها جواب‌های متناوب نظریه یانگ-میلز در دمای متناهی هستند. این ساختارها که از نظر بار الکتریکی و مغناطیسی رنگی خنثی هستند، در گروه SU(2) از دو دایون تشکیل شده‌اند. دایون‌ها جواب‌های ایستای نظریه یانگ-میلز در فضای اقلیدسی هستند که بار الکتریکی و مغناطیسی رنگی دارند و در گروه SU(2) تعریف می‌شوند، اما در حد فواصل دور می‌توان آن‌ها را به‌صورت ساختارهایی در گروه U(1) و با میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی رنگی کولنی در نظر گرفت. بنابراین می‌توان مؤلفۀ زمانی میدان پیمانه‌ای یک دایون در حد فواصل دور را به‌صورت زیر نوشت،

$$a_4 \to \left(2\pi\omega T + \frac{q}{r}\right)\sigma_3, \quad 1$$

که در آن ω هولونومی دایون و پارامتر نظم برای تشخیص فاز محبوس‌شدگی و وامحبوس‌شدگی است که در فاز محبوس‌شدگی برابر است با $\omega = 1/4$، T دمای سیستم و σ_3 مؤلفه سوم ماتریس پائولی است. q نشان‌دهندۀ بار یک دایون است. در گروه SU(2) دو دایون با بارهای الکتریکی و مغناطیسی رنگی (+,+) و (-,-) داریم که چون هر دو بار هم‌نام و با مقدار واحد هستند می‌توانیم بار این دو دایون را با مقدار $q = \pm 1$ نشان دهیم.

برای محاسبۀ انرژی آزاد جفت کوارک و پادکوارک از رابطۀ شناخته‌شده،

$$F_{\bar{Q}Q}(d) = -T\ \ln\left\langle P(\mathbf{r})P^{\dagger}(\mathbf{r}')\right\rangle, \quad 2$$
$$d \equiv |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$$

باید حلقۀ پالیاکوف را محاسبه کنیم،

$$P(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}Tr\left(\exp\left(i\int_0^{1/T} dx_4 A_4(x_4, \mathbf{r})\right)\right). \quad 3$$

حلقۀ پالیاکوف آنسامبلی از K دایون با بار $q = +1$ و K دایون با بار $q = -1$ در فاز محبوس‌شدگی با استفاده از مقدار مؤلفه زمانی میدان پیمانه‌ای دایون در حد فواصل دور و تعریف حلقۀ پالیاکوف به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$P(\mathbf{r})\big|_{\omega=1/4} = -\sin\left(\frac{1}{2T}\Phi(\mathbf{r})\right) \quad 4$$

$$\Phi(\mathbf{r}) \equiv \sum_{i=1}^{2K} \frac{q_i}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|} \quad 5$$

برای محاسبۀ مقدار چشم‌داشتی حلقۀ پالیاکوف باید به‌محاسبه تابع پارش،

$$Z = \int \left(\prod_{i=1}^{2K} d^3 r_i \det(G)\right) \exp\left[S\left(\{\mathbf{r}_i\}\right)\right] \quad 6$$

مقدار کنش سیستم، $S\left(\{\mathbf{r}_i\}\right)$، و دترمینان ماتریس فضای مدولی، $\det(G)$، بپردازیم. مقدار کنش برای تمام دایون‌ها در گروه SU(2) و در فاز محبوس‌شدگی ثابت است و تأثیری در محاسبات ندارد. متریک فضای مدولی برای آنسامبلی از دایون‌های با برهم‌کنش برابر است با

$$G_{ij} = \begin{pmatrix} 2\pi - \dfrac{2q_i q_j}{T|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} & \dfrac{2q_i q_j}{T|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} \\ \dfrac{2q_i q_j}{T|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} & 2\pi - \dfrac{2q_i q_j}{T|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} \end{pmatrix} \quad ۷$$

این درحالی است که برای آنسامبل بدون برهم‌کنش از دایون‌ها، این ماتریس برابر با ماتریس واحد خواهد بود. با محاسبه دترمینان این ماتریس و بازنویسی آن به‌صورت توانی

$$\prod_{(i,j)} \det(G_{ij}) = \prod_{(i,j)} 4\pi^2 \left(1 - \frac{2q_i q_j}{\pi T|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|}\right)$$
$$= \left(4\pi^2\right)^{4K^2} \exp\left[\sum_{(i,j)} \ln\left(1 - \frac{2q_i q_j}{\pi T|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|}\right)\right] \quad 8$$

می‌توانیم سهم این ماتریس را به‌صورت کنش مؤثر تعریف کرده و تابع پارش را با استفاده از این کنش بازتعریف کنیم،

$$S_{eff}\left(\{r_i\}\right)=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2K}\sum_{j=1,\, j\neq i}^{2K}\ln\left(1-\frac{2q_iq_j}{\pi T\left|r_i-r_j\right|}\right) \qquad 9$$

اما این جمع را می‌توان به‌ازای فواصل دایونی بزرگ براساس توان‌های $\frac{1}{r}$ بسط داد:

$$S=\frac{1}{2}\sum_{i\neq j}\left(-\frac{2q_iq_j}{\pi Tr_{ij}}-\frac{2\left(q_iq_j\right)^2}{\left(\pi Tr_{ij}\right)^2}-\frac{8\left(q_iq_j\right)^3}{3\left(\pi Tr_{ij}\right)^3}+O\left(\frac{1}{r_{ij}^4}\right)\right) \qquad 10$$

بنابراین آنچه که باید در ادامه با استفاده از روش عددی ایوالد محاسبه کنیم، جمع‌های بلندبرد و واگرای $\Phi(\mathbf{r})$ و بسط کنش مؤثر است.

روش ایوالد و تعمیم آن روی شبکه مش‌بندی شده

به‌عنوان اولین گام در روش ایوالد، ذرات مورد نظر مسئله را به‌صورت تصادفی در یک سلول سه‌بعدی به ابعاد L قرار می‌دهیم و تمام فضا را با این سلول و کپی‌های آن پر می‌کنیم (شکل1). در گام بعدی، ایده اصلی روش ایوالد را اعمال می‌کنیم که عبارت‌است از تقسیم جملات بلندبرد $\frac{1}{r}$ در رابطهٔ $\Phi(\mathbf{r})$ به دو قسمت کوتاه‌برد و بلندبرد،

$$\Phi(\mathbf{r})=\Phi^{\text{short}}(\mathbf{r})+\Phi^{\text{long}}(\mathbf{r}) \qquad 11$$

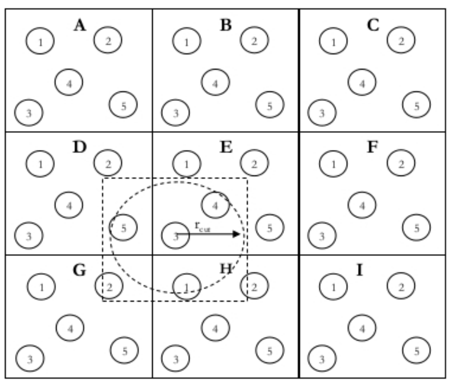
12

$$\Phi^{\text{S}}(\mathbf{r})\equiv\sum_{\mathbf{n}\in\mathbb{Z}^3}\sum_{j=1}^{2K}\left(1-\text{erf}\left(\frac{\left|\mathbf{r}-\mathbf{r}_j-\mathbf{n}L\right|}{\sqrt{2}\lambda}\right)\right)\frac{q_j}{\left|\mathbf{r}-\mathbf{r}_j-\mathbf{n}L\right|}$$

13

$$\Phi^{\text{L}}(\mathbf{r})\equiv\sum_{\mathbf{n}\in\mathbb{Z}^3}\sum_{j=1}^{2K}\text{erf}\left(\frac{\left|\mathbf{r}-\mathbf{r}_j-\mathbf{n}L\right|}{\sqrt{2}\lambda}\right)\frac{q_j}{\left|\mathbf{r}-\mathbf{r}_j-\mathbf{n}L\right|}$$

که در این روابط erf تابع خطا، $\mathbf{n}$ شمارهٔ سلول و λ پارامتری اختیاری است. با توجه به‌تعریف تابع خطا، روشن است که جملهٔ Φ^S جمله‌ای کوتاه‌برد است در نتیجه داخل کره‌ای با شعاع مشخص (شکل1) هم‌گرا می‌شود. به‌منظور ساده‌سازی محاسبات، پارامتر اختیاری λ به‌گونه‌ای انتخاب می‌شود که جملهٔ Φ^S در داخل کره‌ای درون سلول اصلی هم‌گرا شود. به‌این‌ترتیب تنها ذرات داخل سلول اصلی و کپی‌های آن در نزدیک‌ترین سلول‌ها در محاسبات شرکت می‌کنند (شکل1).



شکل1. تقسیم فضا به سلول اصلی و کپی‌های آن. کپی‌ها شامل کپی ذرات در سلول اصلی هستند. با اختیار مقدار مناسب برای پارامتر اختیاری λ جمله کوتاه‌برد داخل کره‌ای درون سلول اصلی هم‌گرا می‌شود و در نتیجه تنها ذرات سلول اصلی و نزدیک‌ترین سلول‌های همسایه در محاسبات شرکت می‌کنند.

جمله Φ^{L} بلندبرد و هموار است، اما تبدیل فوریه آن در فضای وارون کوتاه‌برد خواهدبود،

14

$$\Phi^{\text{L}}=\frac{4\pi}{L^3}\sum_{\mathbf{n}\in\mathbb{Z}^3\backslash\vec{0}}\frac{e^{-\lambda^2\mathbf{k}(\mathbf{n})^2/2}}{\mathbf{k}(\mathbf{n})^2}\text{Re}\left(\sum_{j=1}^{2K}q_je^{+i\mathbf{k}(\mathbf{n})\mathbf{r}}e^{-i\mathbf{k}(\mathbf{n})\mathbf{r}_j}\right)$$

که در آن $\mathbf{k}(\mathbf{n})\equiv\frac{2\pi}{L}\mathbf{n}$ بردار فضای وارون و

$$S(\mathbf{k})=\sum_{j=1}^{2K}q_je^{-i\mathbf{k}(\mathbf{n}).\mathbf{r}_j} \qquad 15$$

فاکتور ساختار است. بنابراین جمله بلندبرد نیز به جمله‌ای کوتاه‌برد در فضای وارون تبدیل می‌شود و جمع آن به‌ازای $\mathbf{n}$ محدودی هم‌گرا می‌شود.

بسط کنش مؤثر نیز شامل توان‌هایی از جمله بلندبرد $\frac{1}{r^p}$ هستند که با تعمیم محاسبات ایوالد به جملات با توان بیش‌تر از یک به قسمت‌های کوتاه‌برد، بلندبرد و سهم خود انرژی در جمله بلندبرد تقسیم می‌شود،

$$S=\sum_{l=1}^{3}\left(S_{(l)}^{\mathrm{S}}+S_{(l)}^{\mathrm{L}}-S_{(l)}^{\mathrm{self}}\right) \qquad 16$$

$$S_{(l)}^{\mathrm{S}}=c(l)\frac{1}{2}\sum_{\mathbf{n}\in\mathbb{Z}^3}\sum_{i\neq j}\frac{q_i^l q_j^l}{\left|\mathbf{r}_i-\mathbf{r}_j-\mathbf{n}L\right|^l}\, g_l\left(\frac{\left|\mathbf{r}_i-\mathbf{r}_j-\mathbf{n}L\right|}{\sqrt{2}\lambda}\right) \qquad 17$$

$$S_{(l)}^{\mathrm{L}}=c(l)\frac{\pi^{3/2}}{2V\left(\sqrt{2}\lambda\right)^{l-3}}\sum_{\mathbf{k}_{\mathrm{sym}}} f_l\left(\frac{\lambda k}{\sqrt{2}}\right)\left(2\left|S\left(\mathbf{k},l\right)\right|^2\right) \qquad 18$$

$$S_{(l)}^{\mathrm{self}}=\frac{2\left(\frac{1}{\sqrt{2}\lambda}\right)^p}{p\Gamma\left(\frac{p}{2}\right)}c(l)\sum_{i=1}^{2K}q_i^l \qquad 19$$

که در آن $S\left(\mathbf{k},l\right)=\sum_{i=1}^{2K}q_i^l e^{-i\mathbf{k}.\mathbf{r}_i}$ فاکتور ساختار و $c(l)$ ضریب بسط کنش مؤثر است.

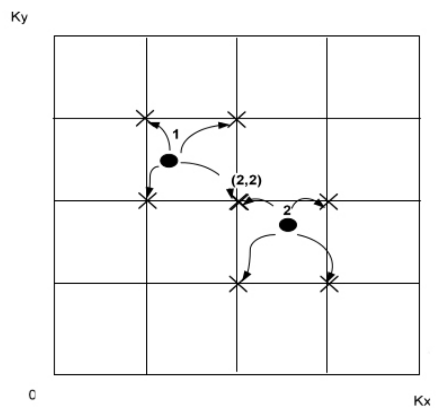
همچنین توابع $g_l(x)$ و $f_l(x)$ به‌صورت زیر تعریف می‌شوند،

$$g_l(x)=\frac{2}{\Gamma(l/2)}\int_x^{\infty}s^{l-1}\exp\left(-s^2\right)ds \qquad 20$$

$$f_l(x)=\frac{2x^{l-3}}{\Gamma(l/2)}\int_x^{\infty}s^{2-l}\exp\left(-s^2\right)ds \qquad 21$$

همچنین باید جمله اصلاحی برای فواصل نزدیک که جمله $\frac{1}{r}$ در آن کوچک نیست درنظر بگیریم.

روابط فوق برای شبیه‌سازی‌های کامپیوتری مناسب است، اما به‌منظور کاهش زمان اجرا و بهینه‌سازی شبیه‌سازی‌ها، ما از تعمیم روش ایوالد روی شبکه مش‌بندی‌شده [7] استفاده کردیم.



شکل2. شبکهٔ مش‌بندی‌شده در دوبعد. به‌ازای $p = 1$ بار هر دایون به نزدیک‌ترین نقطه شبکه در طرف راست و چپ اختصاص داده‌می‌شود.

گام‌های اصلی روش ایوالد در تعمیم این روش روی شبکه مش‌بندی‌شده نیز معتبر است، اما ایده اصلی این روش شبکه بندی سلول اصلی و اختصاص دادن بار هر ذره به نزدیک‌ترین نقاط شبکه است (شکل2). با این روش می‌توان محاسبات با تعداد متفاوتی از ذرات باردار را به محاسبه با تعداد ثابتی از نقاط شبکه تقلیل دهیم.

تعداد 2K دایون را به‌صورت تصادفی در یک سلول به ابعاد L در نظر بگیرید. هر ذره در این سلول با مختصات $\mathbf{r}_i$ در فضای حقیقی و مختصات $\mathbf{a}_\alpha^*.\mathbf{r}_i$ در فضای وارون مشخص می‌شود که در آن $\mathbf{a}_\alpha^*$ بردار فضای وارون است. اکنون این سلول با شبکه‌ای به ابعاد K_α در سه بعد شبکه‌بندی شده و مختصات مقیاس شده $u_\alpha=K_\alpha\mathbf{a}_\alpha^*.\mathbf{r}$ تعریف می‌شود، در نتیجه می‌توان فاکتور ساختار را با مختصات جدید بازنویسی کرد:

$$\exp\left(-i\mathbf{m}.\mathbf{r}\right)=\exp\left(-i\frac{m_1u_1}{K_1}\right)\times\exp\left(-i\frac{m_2u_2}{K_2}\right)\exp\left(-i\frac{m_3u_3}{K_3}\right) \qquad 22$$

اکنون با استفاده از درون‌یابی خطی می‌توان جملات توانی را تقریب زد، به‌این ترتیب که هر عدد با ضریب مشخصی با $2p$ نزدیک‌ترین اعداد صحیح قبل و بعد از خود تقریب زده می‌شود،

$$\exp\left(-i\frac{m_\alpha u_\alpha}{K_\alpha}\right)\approx\sum_{k=-\infty}^{\infty}W_{2p}\left(u_\alpha-k\right)\exp\left(-i\frac{m_\alpha}{K_\alpha}k\right) \qquad 23$$

که در آن ضریب $W_{2p}\left(u'\right)$ برابر است با

$$\begin{cases} 0, & \left|u'\right|>p \\ \dfrac{\prod_{j=-p,j\neq k'}^{p-1}\left(u'+j-k'\right)}{\prod_{j=-p,j\neq k'}^{p-1}\left(j-k'\right)}, & -p\le u'\le p. \end{cases} \qquad 24$$

که در آن

$$k'\le u'\le k'+1$$
$$k'=-p,-p+1,\dots,p-1.$$

با استفاده از این درون‌یابی می‌توان فاکتور ساختار را تقریب زد،

$$\begin{aligned} S(\mathbf{m})&=\sum_{i=1}^{2K}q_i\sum_{k_1=-\infty}^{\infty}\sum_{k_2=-\infty}^{\infty}\sum_{k_3=-\infty}^{\infty} \\ &\times W_{2p}\left(u_{1i}-k_1\right)W_{2p}\left(u_{2i}-k_2\right)W_{2p}\left(u_{3i}-k_3\right) \\ &\times\exp\left(-i\frac{m_1}{K_1}k_1\right)\exp\left(-i\frac{m_2}{K_2}k_2\right)\exp\left(-i\frac{m_3}{K_3}k_3\right) \end{aligned} \qquad 25$$

از مقایسه رابطهٔ فوق با تعریف اصلی فاکتور ساختار می‌توان بار جدید

26

$$\begin{aligned} &Q\left(k_1,k_2,k_3\right)= \\ &\sum_{i=1}^{2K}\sum_{n_1,n_2,n_3}q_iW_{2p}\left(u_{1i}-k_1-n_1K_1\right) \\ &\times W_{2p}\left(u_{2i}-k_2-n_2K_2\right)W_{2p}\left(u_{3i}-k_3-n_3K_3\right) \end{aligned}$$

را تعریف نمود که در نقاط شبکه $\left(k_1,k_2,k_3\right)$ قرار دارند. به‌این ترتیب سیستم اولیه که شامل 2K دایون با بار ±1 در نقاط تصادفی بود با سیستم جدیدی از $K_1K_2K_3$ ذره با بار Q در نقاط شبکه $\left(k_1,k_2,k_3\right)$ تقریب زده شد. به‌همین جهت ما با اعمال روش اصلی ایوالد روی سیستم جدید شبیه‌سازی‌هایمان را ساده‌تر کردیم و زمان اجرای برنامه را کاهش دادیم. چرا که به‌ازای هر تعدادی از دایون‌ها در سلول اصلی، بخش بزرگی از برنامه تنها برای تعداد ثابتی از نقاط شبکه اجرا می‌شود.

نتایج شبیه‌سازی

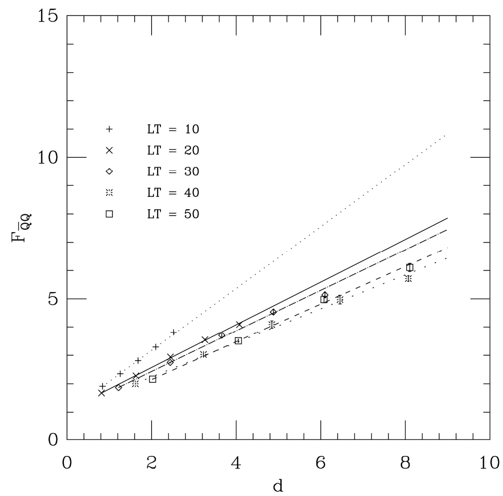
با استفاده از آنچه در بخش‌های قبل ارائه شد، ما تعمیم روش ایوالد روی شبکه مش‌بندی‌شده را روی آنسامبلی از دایون‌های بدون برهم‌کنش و دایون‌های با برهم‌کنش اعمال کردیم. ما ابتدا تمام فواصل را با استفاده از دما مقیاس کرده و به‌این ترتیب تأثیر دما را در محاسبات نادیده‌گرفتیم، سپس با استفاده از نتایج نظریهٔ پیمانه‌ای شبکهٔ متناظر با دمای گذار $T_c=312\mathrm{MeV}$، دما را برای تمام شبیه‌سازی‌ها محاسبه نمودیم. در ادامه جزئیات نتایج شبیه‌سازی بدون برهم‌کنش در جدول1 و شکل3 ارائه شده‌است.

جدول1. نتایج شبیه‌سازی بدون برهم‌کنش.(اعداد داخل پرانتز خطای محاسبه کشش ریسمان است.)

LT	$\sigma\left(\mathrm{fm}^{-1}\right)$	T (MeV)	فاصله شبکه‌ای (fm)
10	1/01(1)	295/31	0/44
20	0/76(1)	302/02	0/81
30	0/72(1)	302/80	1/21
40	0/60(1)	305/14	1/61
50	0/62(1)	303/89	2/02

نتایج جدول1 به‌خوبی نشان می‌دهد که شبیه‌سازی‌های ما در دمای نزدیک به دمای گذار رخ داده‌است. همچنین روشن است که با افزایش ابعاد شبکه دمای سیستم افزایش و کشش ریسمان کاهش یافته‌است. همچنین نمودار3 به‌خوبی تابعیت خطی انرژی آزاد جفت کوارک

و پادکوارک نسبت به فاصله آن‌ها از یکدیگر را نشان می‌دهد.



شکل3. نتایج مقیاس‌شده شبیه‌سازی بدون برهم‌کنش. با رسم بهترین خط بر روی نتایج و خطاهای آن‌ها، تابعیت خطی انرژی آزاد جفت کوارک و پادکوارک نسبت به فاصلهٔ آن‌ها به‌خوبی دیده می‌شود.

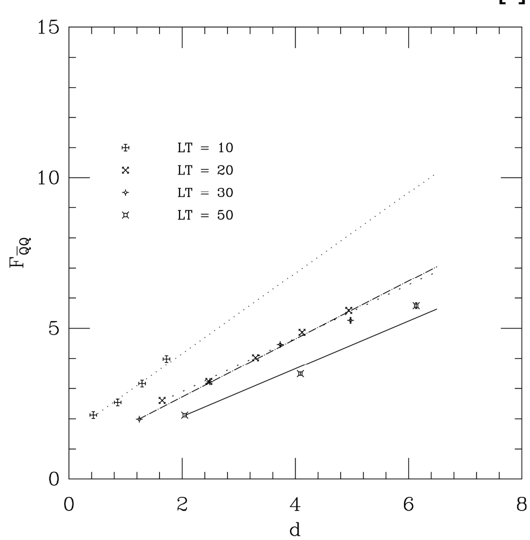
بررسی جزئیات نتایج شبیه‌سازی با برهم‌کنش در جدول2 و شکل4 نیز نتایج شبیه‌سازی بدون برهم کنش را تأئید می‌کند.

جدول2. نتایج شبیه‌سازی با برهم‌کنش. (اعداد داخل پرانتز خطای محاسبه کشش ریسمان است.) نتایج شبیه‌سازی LT=40 به‌دلیل خطای بزرگ حذف شده‌است.

LT	$\sigma\ (\text{fm}^{-1})$	T (MeV)	فاصله شبکه‌ای (fm)
10	1٫333(6)	285٫95	0٫43
20	1٫885(7)	298٫90	0٫824
30	0٫96(1)	297٫024	1٫24
50	0٫79(2)	301٫08	2٫045

در این شبیه‌سازی نسبت به شبیه‌سازی بدون برهم کنش از نقطهٔ گذار دورتر شده‌ایم و دمای سیستم کاهش یافته‌است، اما هم‌چنان نزدیک دمای گذار هستیم. این نتایج نیز تابعیت خطی انرژی آزاد جفت کوارک و پادکوارک نسبت به فاصلهٔ آن‌ها از یکدیگر را نشان می‌دهد.

از جمله نتایج بسیار مهم این پژوهش بررسی تأثیر برهم‌کنش بین‌دایونی است. از مقایسهٔ نتایج جداول1 و 2 به‌خوبی روشن است که برای شبیه‌سازی‌هایی با ابعاد مقیاس شده یکسان (LT یکسان) اضافه کردن برهم‌کنش بین‌دایونی به سیستم باعث افزایش کشش ریسمان و کاهش دما می‌شود. به‌عنوان نمونه برای LT=30، با اضافه کردن برهم‌کنش، کشش ریسمان از $\sigma = 0.72\ \text{fm}^{-2}$ به $\sigma = 0.96\ \text{fm}^{-2}$ افزایش یافته و دما از $T = 302.80\,\text{MeV}$ به $T = 297.024\,\text{MeV}$ کاهش یافته‌است. این به این معنا است که اضافه کردن برهم‌کنش بین دایونی باعث می‌شود که جفت کوارک و پادکوارک با شدت بیشتری به یکدیگر نیرو وارد کنند [8].



شکل4. نتایج مقیاس‌شده شبیه‌سازی با برهم‌کنش. با رسم بهترین خط بر روی نتایج و خطاهای آن‌ها، تابعیت خطی انرژی آزاد جفت کوارک و پادکوارک نسبت به فاصله آنها به‌خوبی دیده می‌شود.

نتیجه‌گیری

در این پژوهش ما برای اولین بار تعمیم روش ایوالد روی شبکه مش‌بندی‌شده را، روی آنسامبلی از دایون‌های بدون برهم‌کنش و با برهم‌کنش اعمال کردیم و با محاسبهٔ مقدار چشم‌داشتی حلقهٔ پالیاکوف، تابعیت خطی انرژی آزاد جفت کوارک و پادکوارک نسبت به‌فاصلهٔ آنها از یکدیگر را نشان دادیم. همچنین نشان دادیم که با اضافه کردن برهم‌کنش بین‌دایونی به‌سیستم، کشش ریسمان افزایش می‌یابد به‌این معنا که جفت کوارک و پادکوارک با شدت بیشتری به‌یکدیگر نیرو وارد می‌کنند. از سوی دیگر، با انطباق نتایج شبیه‌سازی‌ها روی نتایج نظریهٔ پیمانه‌ای شبکه، نشان دادیم که اضافه کردن برهم‌کنش بین‌دایونی موجب کاهش دمای سیستم می‌شود، اگرچه سیستم همچنان در نزدیکی نقطهٔ گذار باقی می‌ماند.

مرجع‌ها

[1] D. Diakonov, Topology and confinement, *Nuclear Physics B - Proceedings Supplements B* ***195*** (2009) 5-45.

[2] D. Diakonov, V. Petrov, Confining ensemble of dyons, *Physical Review D* ***76*** (2007) 056001.

[3] D. Diakonov, N. Gromov, V. Petrov, S. Slizovskiy, Quantum weights of dyons and of instantons with nontrivial holonomy, *Physical Review D* ***70*** (2004) 036003.

[4] F. Bruckmann, S. Dinter, E.-M. Ilgenfritz, M. Muller-Preussker, and M. Wagner, Cautionary remarks on the moduli space metric for multi-dyon simulations, *Physical Review D* ***79*** (2009) 116007.

[5] P. Ewald, Die Berechnung optischer und elektrostatischer Gitterpotentiale, *Annals of Physics* ***369*** (1921) 253-287.

[6] F. Bruckmann, S. Dinter, E.-M. Ilgenfritz, B. Maier, M. Muller-Preussker, and M. Wagner, Confining dyon gas with finite-volume effects under control, *Physical Review D**85*** (2012) 034502.

[7] U. Essmann, L. Perera, M.L. Berkowitz, T, Darden, H. Lee, G.Pedersen, A smooth particle mesh Ewald method, *The Journal of Chemical Physics.* ***103*** (1995) 8577-8593.

[8] M. Kiamari, S. Deldar, Interacting dyon ensemble and confinement by particle mesh Ewald method, *Physical Review D**95*** (2017) 076006.