

انرژی تقارنی و انرژی آزاد تقارنی ماده هسته‌ای نامتقارن در تقریب

توماس - فرمی

مهدی غضنفری مجرد*، مریم السادات فاطمی

دانشکده فیزیک دانشگاه کاشان، کاشان، ایران، کد پستی: 51167-87317

دریافت: 1397/01/28 ویرایش نهایی: 1397/07/20 پذیرش: 1397/09/07

چکیده

در چارچوب تقریب نیمه-کلاسیکی توماس-فرمی که مبتنی بر یک رهیافت آماری است، ضریب اشغال نوکلئونی در فضای فاز برای ماده هسته‌ای، با به‌کارگیری نظریه مایعات کوآنتومی لاندائو به دست می‌آید. با بهره‌گیری از برهم‌کنش‌های نوکلئون-نوکلئون مایرز و شواتکی، موسوم به TF(96) و TF(90)، در ابتدا معادله حالت ماده هسته‌ای نامتقارن به دست می‌آید. سپس، توجه ویژه‌ای به بررسی رفتار کمیت‌های انرژی تقارنی و انرژی آزاد تقارنی که در معادله حالت تأثیر زیادی دارند، می‌شود. از این رو، سخت‌تر شدن معادله حالت در برهم‌کنش TF(90) نسبت به TF(96) به تأثیر کلیدی این کمیت‌ها برمی‌گردد. قابلیت تعمیم‌پذیری مدل کنونی با تعیین چگالی اشباع و ضریب تراکم ناپذیری اشباع ماده هسته‌ای به‌ازای دماها و پارامترهای مختلف عدم تقارن، به‌خوبی نشان داده شده است. همچنین، علاوه بر مقایسه ضرائب مربوط به انرژی آزاد تقارنی، چگالی اشباع و ضریب تراکم ناپذیری اشباع برای ماده هسته‌ای سرد با نتایج حاصل از مدل‌های دیگر، تأثیر دما بر روی این کمیت‌ها نیز بررسی می‌شود.

کلیدواژگان: تقریب توماس-فرمی، ماده هسته‌ای، معادله حالت، انرژی تقارنی و انرژی آزاد تقارنی، تراکم ناپذیری

ابرنواخترها و شکل‌گیری ستارگان نوترونی که در آنها چگالی ماده به‌مرز چگالی اشباع ماده هسته‌ای و حتی تا حدود ده برابر بزرگتر از آن می‌رسد، حائز اهمیت است [3-9]. به‌طور کلی، چگالی نوکلئونی $\rho = \rho_n + \rho_p$ و پارامتر عدم تقارن $\delta = \frac{\rho_n - \rho_p}{\rho_n + \rho_p}$ دو مشخصه مهم در ماده هسته‌ای هستند که برحسب چگالی نوترون ρ_n و چگالی پروتون ρ_p معرفی می‌گردند. به‌ازای $\delta = 0$ ماده هسته‌ای متقارن، $0 < \delta < 1$ ماده هسته‌ای نامتقارن و $\delta = 1$ ماده نوترونی، داریم. پیشرفت‌های نظریه ماده هسته‌ای در چند دهه گذشته از طریق مدل‌های میکروسکوپی [26-10] و یا پدیده‌شناسی [27-48] صورت گرفته است. این تقسیم‌بندی ناشی از

مقدمه

یکی از مسائل ضروری در فیزیک مدرن، بررسی ساختار ماده در دماها و یا چگالی‌های بالا است. سیستم ماده هسته‌ای¹ ساختار مناسبی برای بررسی حالت‌های حدی ماده از حیث دما و چگالی است. ساده‌ترین ساختار برای ماده هسته‌ای، یک سیستم ایده‌آل بی‌نهایت بزرگ از نوکلئون‌هاست که از طریق نیروی هسته‌ای برهم‌کنش دارند و از برهم‌کنش کولنی بین پروتون‌ها صرف‌نظر می‌شود. مطالعه ماده هسته‌ای در فهم پدیده‌هایی چون برخورد یون‌های سنگین در انرژی‌های میانی و بالا [۱،۲] و پدیده‌های اختر فیزیکی نظیر انفجار

* نویسنده مسئول: ghazanfari@kashanu.ac.ir

¹-nuclear matter

باز نشر این مقاله با ذکر منبع آزاد است.

نوترونی تعمیم داده شده است. همچنین، از طریق فرمول‌بندی تعمیم‌یافته مرجع [9]، با ارائه معادله حالت به اندازه کافی سخت که برای ستارگان نوترونی با جرم بیش از دو برابر جرم خورشید لازم است، کارایی و موفقیت مدل در این زمینه به خوبی نشان داده شده است. با تعمیم فرمول‌بندی مایرز و شواتکی به دماهای متناهی، خواص ترمودینامیکی ماده هسته‌ای از طریق تابع توزیعی که برحسب جرم مؤثر با تابعیت تنهای چگالی نوکلئونی و پتانسیل مؤثر تک-ذره‌ای با تابعیت چگالی نوکلئونی و دما مطرح می‌شود، به صورت گسترده‌ای با موفقیت مورد بررسی قرار گرفته است [36]. علاوه بر این، با به‌کارگیری برهم‌کنش TF(96) در مراجع [37-38]، براساس نظریه مایعات کوآتومی لاندائو [49-50]، از طریق جایگزینی پتانسیل مؤثر تک‌ذره‌ای در تابع توزیع توسط جمله‌ای در قالب انرژی جنبشی با جرم مؤثر وابسته به دما و چگالی، فرمول‌بندی دمای متناهی ماده هسته‌ای از حیث محتوایی و محاسباتی ارتقای قابل توجهی پیدا کرده است و راه برای بررسی جامع و فراگیر خواص ترمودینامیکی ماده هسته‌ای به خوبی هموار گردیده است. بنابراین، بر پایه این مدل و با هدف تعمیم و توسعه حیطه محاسبات، با به‌کارگیری برهم‌کنش TF(90) در کنار TF(96)، کمیت‌های انرژی تقارنی و انرژی آزاد تقارنی که کمیت‌های کلیدی در مشخص کردن میزان تغییر معادله حالت طی گذار از ماده هسته‌ای متقارن به نامتقارن هستند، را می‌توان به‌ازای دماها و چگالی‌های مختلف مورد بررسی و تحلیل قرار داد. این کمیت‌ها در انفجار ابر نواختری و تشکیل ستارگان نوترونی [9-8]، نقشی تعیین‌کننده دارند. علاوه بر این کمیت‌ها، بررسی خواص اشباع ماده هسته‌ای نامتقارن و همچنین ضریب تراکم ناپذیری اشباع در دماهای مختلف نیز گامی مهم در درک رفتار معادله حالت ماده هسته‌ای محسوب می‌شود. ترتیب مطالب بدین شرح است: در بخش دوم

نوع برهم‌کنش‌هایی است که در این روش‌ها به‌کار گرفته شده است. بر خلاف مدل‌های میکروسکوپی که از پتانسیل‌های واقعی به‌دست آمده از تحلیل داده‌های پراکندگی نوکلئون-نوکلئون خواص ماده هسته‌ای را بررسی می‌کنند، در مدل‌های پدیده‌شناسی پتانسیل‌ها به‌گونه‌ای در نظر گرفته می‌شوند که پارامترهای برهم‌کنش در آنها با خواص نقطه اشباع ماده هسته‌ای متقارن و همچنین پارامترهای فرمول نیمه تجربی جرم در توافق باشند. در عمل هر دو روش مفید و برای بررسی خواص ماده هسته‌ای لازم هستند. از این رو، به‌کارگیری مدلی در این زمینه که در عین سادگی بتواند خواص ماده هسته‌ای را به‌نحو مطلوبی محاسبه کند، حائز اهمیت است. در میان مدل‌های پدیده‌شناسی، روش نیمه-کلاسیکی پایه‌گذاری شده بر نظریه میدان-میانگین توماس-فرمی، به‌عنوان یک مدل کارآمد در توصیف خواص هسته‌های متناهی و همچنین ماده هسته‌ای، مطرح گردیده است. در واقع، در این مدل که به‌صورت آماری خواص سیستم‌های هسته‌ای مورد بررسی قرار می‌گیرد، حالت‌های ذرات توسط موقعیت و تکانه‌هایشان در فضای فاز مشخص می‌شود. در چارچوب مدل توماس-فرمی، مایرز و شواتکی با ارائه برهم‌کنش‌های تعمیم‌یافته سیلر و بلنچارد در فضای فاز، کارهای برجسته‌ای در مورد خواص هسته‌های معین و همچنین ماده هسته‌ای متقارن در دمای صفر انجام دادند [27-28].

پتانسیل‌های ارائه شده در مراجع [27-28] که به‌ترتیب موسوم به TF(96) و TF(90) هستند، از حیث شکل، ساختار و محتوی کاملاً مشابه هستند و تنها در میزان پارامترهای قابل تنظیم برای بازتولید خواص اشباع ماده هسته‌ای بین آنها تفاوت وجود دارد. در مرجع [8] برای اولین بار با به‌کارگیری از برهم‌کنش‌های TF(96) و TF(90)، فرمول‌بندی دمای صفر مایرز و شواتکی برای ماده هسته‌ای به‌ماده شگفتی در بررسی ساختار ستارگان

که به ترتیب متناظر با چگالی‌های جفت نوکلئون برهم‌کنشی در موقعیت‌های \vec{r}_1 و \vec{r}_2 هستند، تعریف می‌شود. چگالی اشباع ماده هسته‌ای متقارن سرد، تکانه فرمی و انرژی جنبشی متناظر در این چگالی به ترتیب توسط پارامترهای $p_b = \rho_0 = \left(\frac{4}{3}\pi r_0^3\right)^{-1}$ می‌گردند ($\bar{m} = 938/903 \text{ MeV}/c^2$) جرم متوسط نوکلئونی است). در اینجا، $r_0 = 1/14(1/13) \text{ fm}$ شعاع نرمال ماده هسته‌ای برای برهم‌کنش ((TF(90) TF(96) در نظر گرفته می‌شود. برازش هفت پارامتر قابل تنظیم در برهم‌کنش ((TF(90) TF(96) براساس تطابق با خواص اشباع ماده هسته‌ای، باز تولید ضرایب فرمول نیمه تجربی جرم [52و53] و توصیف هر چه بهتر خواص ماکروسکوپیک هسته‌ای نظیر پتانسیل اپتیکی، سد شکافت، جرم مؤثر و انرژی بستگی، به نتیجه زیر منتهی می‌شود [27-28]:

$$\begin{aligned} a &= 0/59294(0/59542) \text{ fm}, \\ \alpha &= 1/94684(3/60928), \\ \beta &= 0/15311(0/37597), \\ \gamma &= 1/13672(0/21329), \\ \sigma &= 1/05(1/33677), \\ \xi &= 0/27976(0/44003), \\ \zeta &= 0/55665(0/59778). \end{aligned} \quad 3$$

در پتانسیل‌های TF(90) و TF(96)، برای تمایز برهم‌کنش مؤثر میان جفت ذرات مشابه و نامشابه دو عامل $\frac{1}{2}(1 \mp \xi)$ و $\frac{1}{2}(1 \mp \zeta)$ وارد شده است. علامت منفی به برهم‌کنش میان دو ذره مشابه و علامت مثبت به برهم‌کنش میان دو ذره نامشابه اشاره دارد. پارامتر α در تعیین خواص قیدی سیستم نقش دارد. پارامتر β نقش دافعه‌ای برای رسیدن به نقطه اشباع ماده هسته‌ای را دارد. پارامترهای γ و σ دافعه‌ای نیز می‌توانند در توصیف خواص هسته‌های متناهی مؤثر واقع شوند. در نهایت رقابت بین تمامی جملات دافعه‌ای و جاذبه‌ای شرایط را برای رسیدن به حالت اشباع هسته‌ای مهیا می‌کند. در عبارت‌های برهم‌کنشی،

به تشریح مدل برای تعیین معادله حالت، انرژی تقارنی و انرژی آزاد تقارنی، چگالی اشباع ماده هسته‌ای و تراکم‌ناپذیری اشباع، به همراه ضرائب مربوطه می‌پردازیم. در بخش سوم نتایج عددی حاصل از این مدل برای کمیت‌های معرفی شده در بخش دوم مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد و سرانجام در بخش آخر به جمع‌بندی و نتیجه‌گیری این بررسی‌ها پرداخته می‌شود.

فرمولبندی

در چارچوب تقریب نیمه‌کلاسیکی توماس-فرمی، ذرات برهم‌کنشی را می‌توان به صورت شبه‌ذراتی تصور کرد که مانند یک گاز در فضای فاز حالت‌های در دسترس را اشغال می‌کنند. از این رو، در این تقریب حالت ذرات توسط موقعیت و تکانه‌شان در فضای فاز مشخص می‌شود [51]. در این تحقیق با به‌کارگیری برهم‌کنش‌های مایرز و شواتکی که تحت عنوان TF(90) و TF(96) معرفی می‌شوند، به ارائه فرمول‌بندی در حیطه تقریب توماس-فرمی برای ماده هسته‌ای می‌پردازیم [33-39 و 27-28]:

$$V_{12} = -\frac{2T_b}{\rho_0} g\left(\frac{r_{12}}{a}\right) \left\{ \frac{1}{2}(1 \mp \xi)\alpha - \frac{1}{2}(1 \mp \zeta) \times \left[\beta \left(\frac{p_{12}}{p_b}\right)^2 - \gamma \frac{p_b}{|p_{12}|} + \sigma \left(\frac{2p}{\rho_0}\right)^{\frac{2}{3}} \right] \right\}. \quad 1$$

که در آن:

$$\begin{aligned} g\left(\frac{r_{12}}{a}\right) &= \frac{1}{4\pi a^3} \frac{\exp\left(-\frac{r_{12}}{a}\right)}{\frac{r_{12}}{a}}, \\ \bar{\rho}^{\frac{2}{3}} &= \frac{1}{2}(\rho_1^{\frac{2}{3}} + \rho_2^{\frac{2}{3}}). \end{aligned} \quad 2$$

در رابطه 1، V_{12} به نوعی برهم‌کنش دو جسمی نوکلئون-نوکلئون در فضای فاز است که قدرت آن به چگالی و تکانه نوکلئونی بستگی دارد. در اینجا، $r_{12} = |\vec{r}_1 - \vec{r}_2|$ و $p_{12} = |\vec{p}_1 - \vec{p}_2|$ به ترتیب تکانه و موقعیت نسبی هر جفت نوکلئون در فضای فاز هستند. چگالی متوسط $\bar{\rho}$ برحسب چگالی‌های ρ_1 و ρ_2

در رابطه 8، جمله اول، انرژی جنبشی با جرم مؤثر B_i و جمله دوم، پتانسیل مؤثر تک-ذره‌ای $U_i(p_1)$ محسوب می‌شود. همچنین، μ_i به عنوان پتانسیل شیمیایی نوکلئونی در دمای $T = \frac{1}{\beta}$ و چگالی ρ_i مطرح می‌شود. $U_i(p_1)$ از طریق قانون دوم ترمودینامیک به دست می‌آید و اعمال این قانون منوط به تعیین آنتروپی کل سیستم است. آنتروپی نشان‌دهنده بی‌نظمی و درجه آزادی سیستم در اشغال حالت‌های مختلف است. آنتروپی به ازای هر نوکلئون بر حسب ضریب اشغال نوکلئونی در فضای فاز به صورت زیر به دست می‌آید:

$$s = -\frac{2}{\rho h^3} \sum_{i=n,p} \int [n_i(p_1) \ln n_i(p_1) + (1 - n_i(p_1)) \ln(1 - n_i(p_1))] d^3 p_1. \quad 10$$

برای تعیین ضریب اشغال $n_i(p_1)$ به ازای ثابت ماندن انرژی داخلی کل سیستم (E) و تعداد کل ذرات (N)، آنتروپی کل سیستم بنابر قانون دوم ترمودینامیک می‌بایستی بیشینه شود. بنابراین از طریق وردش تابعی آنتروپی کل نسبت به ضریب اشغال با ثابت نگه داشتن E و N ، حالت تعادل ترمودینامیکی سیستم به دست می‌آید. وردش تابعی $\delta n_i(p_1)$ را می‌توان متناظر با خلق نوکلئون Δ در فضای فاز در نظر گرفت [36-39]:

$$\delta n_i(p_1) = \frac{h^3}{2} \delta_i(\vec{p}_1 - \vec{p}_0) \delta_i(\vec{r}_1 - \vec{r}_0) = \frac{h^3}{2} \frac{\delta_i(p_1 - p_0)}{4\pi p_1^2} \delta_i(\vec{r}_1 - \vec{r}_0). \quad 11$$

بر این اساس، شرط بیشینه آنتروپی کل به صورت زیر مطرح می‌شود:

$$\delta S + \sum_{i=n,p} \beta \mu_i \delta N_i - \beta \delta E = 0, \quad \sum_{i=n,p} \delta N_i = N. \quad 12$$

شکل تابعی هریک از کمیت‌های وردش یافته در رابطه 12 را می‌توان به صورت زیر به دست آورد:

$$\begin{aligned} \delta S &= \sum_{i=n,p} \int \ln \frac{1-n_i(p_0)}{n_i(p_0)} \delta \rho_i d^3 r_1, \\ \delta N_i &= \int \delta \rho_i d^3 r_1, \\ \delta E &= \sum_{i=n,p} \int \left[\frac{p_0^2}{2B_i} + U_i(p_0) \right] \delta \rho_i d^3 r_1, \\ (\delta \rho_i &= \frac{2}{h^3} \int_0^\infty \delta n_i(p_1) d^3 p_1 = \delta_i(\vec{r}_1 - \vec{r}_0)). \end{aligned} \quad 13$$

برای پارامترهای بدون بعد متناظر با ذرات مشابه و نامشابه، از عبارت‌های جایگزین زیر می‌توان استفاده کرد:

$$\begin{aligned} \alpha_{i(u)} &= \frac{1}{2}(1 \mp \xi)\alpha, & \beta_{i(u)} &= \frac{1}{2}(1 \mp \beta)\beta, \\ \gamma_{i(u)} &= \frac{1}{2}(1 \mp \zeta)\gamma, & \sigma_{i(u)} &= \frac{1}{2}(1 \mp \zeta)\sigma. \end{aligned} \quad 4$$

با به کارگیری این برهم‌کنش‌ها در تقریب نیمه کلاسیکی توماس-فرمی، انرژی داخلی بر نوکلئون به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$\varepsilon = \frac{2}{\rho h^3} \sum_{i=n,p} \int d^3 p_1 \left[\frac{p_1^2}{2m} + \frac{1}{2} V_i(p_1) \right] n_i(p_1), \quad 5$$

که در آن $n_i(p_1)$ ضریب اشغال نوکلئون نوع i در فضای فاز است. از این رو، برای چگالی نوکلئونی متناظر ρ_i داریم:

$$\rho_i = \frac{2}{h^3} \int d^3 p_1 n_i(p_1). \quad 6$$

چگالی نوکلئونی پتانسیل تک-ذره‌ای $V_i(p_1)$ نیز در اینجا به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} V_i(p_1) &= V_i^i(p_1) + V_i^{j \neq i}(p_1), \\ V_i^i(p_1) &= -\frac{4T_b}{\rho_0 h^3} \left[\int d^3 p_2 n_i(p_2) (\alpha_i - \beta_i \left(\frac{p_{12}}{p_b} \right)^2 + \gamma_i \frac{p_b}{|p_{12}|} - \sigma_i \left(\frac{2\bar{p}}{\rho_0} \right)^{\frac{2}{3}}) \right], \\ V_i^j(p_1) &= -\frac{4T_b}{\rho_0 h^3} \left[\int d^3 p_2 n_j(p_2) (\alpha_u - \beta_u \left(\frac{p_{12}}{p_b} \right)^2 + \gamma_u \frac{p_b}{|p_{12}|} - \sigma_u \left(\frac{2\bar{p}}{\rho_0} \right)^{\frac{2}{3}}) \right]. \end{aligned} \quad 7$$

برای حالت پایه ماده هسته‌ای، ضریب اشغال $n_i(p_1)$ در فضای فاز توسط تابع پله‌ای $\theta(p_{Fi} - p_1)$ توصیف می‌شود که نشان دهنده پر شدن نوکلئون نوع i تا یک سطح فرمی معین p_{Fi} است. با افزایش دما، اشغال حالت‌های خارج از سطح فرمی توسط ذرات بیشتر می‌شود. بر این اساس، ضریب اشغال در دماهای متناهی توسط تابع توزیع فرمی-دیراک تعیین می‌شود:

$$n_i(p_1) = \frac{1}{1 + \exp[\beta(h_i(p_1) - \mu_i)]}. \quad 8$$

انرژی مؤثر تک-ذره‌ای $h_i(p_1)$ به صورت زیر در فضای فاز مطرح می‌شود:

$$h_i(p_1) = \frac{p_1^2}{2B_i} + U_i(p_1). \quad 9$$

B_i^* جرم مؤثر تعمیم یافته نامیده می شود که علاوه بر چگالی به دما و پارامتر عدم تقارن نیز بستگی دارد. از طریق روش تکرار کامپیوتری بر روی ضریب اشغال نوکلئونی و ارتباطی که این ضریب اشغال طبق رابطه 6 با چگالی نوکلئونی متناظر دارد، قادر به تعیین کمیت کلیدی جرم مؤثر تعمیم یافته و به تبع آن ضریب اشغال نوکلئونی به منظور بررسی خواص ترمودینامیکی ماده هسته ای در دماهای منتهای هستیم.

با تعیین کمیت های انرژی داخلی و آنتروپی بر نوکلئون، کمیت کلیدی انرژی آزاد هلمهولتز طبق رابطه $f = \varepsilon - Ts$ به دست می آید. به دلیل وابستگی به قدر مطلق مؤلفه سوم ایزواسپین در برهم کنش های هسته ای، کمیت های انرژی داخلی و انرژی آزاد هلمهولتز بر نوکلئون را می توان به ازای دماها و چگالی های معین، برحسب توان های زوج پارامتر عدم تقارن بسط داد:

$$\begin{aligned} \varepsilon(\rho, \delta) &= \varepsilon(\rho, 0) + E_{sym} \delta^2 + O(\delta^4) \cong \\ \varepsilon(\rho, \delta = 1) - \varepsilon(\rho, \delta = 0) &\rightarrow \\ E_{sym}(\rho, T) &= \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 \varepsilon(\rho, \delta, T)}{\partial \delta^2} \right|_{\delta=0} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(\rho, \delta) &= f(\rho, 0) + F_{sym} \delta^2 + O(\delta^4) \cong \\ f(\rho, \delta = 1) - f(\rho, \delta = 0) &\rightarrow F_{sym}(\rho, T) = \\ \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 f(\rho, \delta, T)}{\partial \delta^2} \right|_{\delta=0} &\cong E_{sym}(\rho, T) + T \Delta S \\ (\Delta S &= S(SNM) - S(NM)). \end{aligned} \quad 19$$

در رابطه 19، F_{sym} و E_{sym} به ترتیب انرژی تقارنی و انرژی آزاد تقارنی نامیده می شوند. همچنین، ΔS حاصل تفاضل آنتروپی بر نوکلئون ماده نوترونی $S(NM)$ از آنتروپی بر نوکلئون ماده هسته ای متقارن $S(SNM)$ است. در دماها و چگالی های معین نوکلئونی، کمیت های انرژی تقارنی و انرژی آزاد تقارنی به نوعی مشخص کننده وابستگی به پارامتر عدم تقارن در انرژی داخلی و انرژی آزاد هلمهولتز بر نوکلئون هستند.

در هر دما، مطابق با بسط زیر که برحسب پارامتر بدون بعد $\chi = \frac{\rho - \rho_0}{3\rho_0}$ نوشته می شود، وابستگی به چگالی در

سرانجام، در تطابق با روابط 7 و 8، جرم مؤثر B_i و پتانسیل مؤثر تک-ذره ای $U_i(p_1)$ به صورت زیر به دست می آید:

$$B_i = \frac{\bar{m}}{\left[1 + \frac{2\rho_l}{\rho_0} \beta_l + \frac{2\rho_j}{\rho_0} \beta_u\right]}, \quad U_i(p_0) = U_{1i}(p_0) + U_{2i}(\rho_i, \rho_j), \quad 14$$

که در آن

$$\begin{aligned} U_{1i}(p_0) &= \left(\frac{-16\pi T_b p_b}{\rho_0 h^3}\right) \times [\gamma_l \left(\frac{\Gamma_1^i(p_0)}{p_0} + \Gamma_2^i(p_0)\right) + \gamma_u \left(\frac{\Gamma_1^j(p_0)}{p_0} + \Gamma_2^j(p_0)\right)], \\ U_{2i}(\rho_i, \rho_j) &= \left(\frac{2T_b}{\rho_0}\right) [-\alpha_l \rho_i - \alpha_u \rho_j + \beta_l \kappa_i + \beta_u \kappa_j \\ &+ \frac{4\sigma_l \rho_i}{3} \left(\frac{2\rho_i}{\rho_0}\right)^{\frac{2}{3}} + \frac{5\sigma_u \rho_j}{6} \left(\frac{2\rho_j}{\rho_0}\right)^{\frac{2}{3}} + \frac{\sigma_u \rho_j}{2} \left(\frac{2\rho_j}{\rho_0}\right)^{\frac{2}{3}}] \end{aligned} \quad 15$$

با در نظر گرفتن

$$\begin{aligned} \Gamma_1^{i(j)}(p_0) &= \int_0^{p_0} p_1^2 n_{i(j)}(p_1) dp_1, \quad \Gamma_2^{i(j)} = \\ \int_{p_0}^{\infty} p_1 n_{i(j)}(p_1) dp_1, \quad \kappa_{i(j)} &= \\ \int d^3 p_1 \left(\frac{p_1^2}{p_b^2}\right) n_{i(j)}(p_1). \end{aligned} \quad 16$$

حال با الهام گرفتن از نظریه پدیده شناسی لاندائو که در حیطه نظریه مایعات کوانتومی برای سیستم های چگال مطرح می شود [49-50]، عبارتی جدید که در قالب انرژی جنبشی $\frac{p_0^2}{2B_i}$ از طریق مشتق پتانسیل مؤثر یکی از ذرات مثلاً نوترون در تکانه فرمی آن به دست می آید را جایگزین $U_i(p_0)$ در ضریب اشغال می کنیم [37-39]:

$$\begin{aligned} U_n(p_0) \rightarrow \frac{p_0^2}{2\bar{B}_n} \Rightarrow \partial U_n(p_0) \rightarrow \frac{2p_0 \partial p_0}{2\bar{B}_n} \Rightarrow \\ \bar{B}_n(\rho, \delta, T) = \left(\frac{1}{p_0} \frac{\partial V_n(p_0)}{\partial p_0}\right)_{p_{Fn}}^{-1} \propto B_n(\rho, \delta) = \\ \alpha(\rho, T) B_n(\rho, \delta) \\ \Rightarrow \bar{B}_p = B_p \frac{\bar{B}_n}{B_n}. \end{aligned} \quad 17$$

بنابراین عبارت انرژی مؤثر تک ذره در تابع توزیع به صورت یک جمله جنبشی تعمیم یافته در فضای فاز در می آید:

$$h_i(p_0) \rightarrow \frac{p_0^2}{2B_i^*}, \quad \frac{1}{B_i^*} = \frac{1}{B_i} + \frac{1}{B_i}. \quad 18$$

$$\kappa_{sat}(\delta, T) = \kappa_{sat}(\delta = 0, T) + \kappa_{sat,2}(T)\delta^2 + O(\delta^4). \quad 24$$

نتایج عددی و بحث در مورد آنها

در اولین گام ابتدا لازم است تا خواص تقارنی ماده هسته‌ای نامتقارن را با محاسبه کمیت انرژی داخلی برای برهم‌کنش‌های TF(96) و TF(90) بررسی کنیم. انرژی داخلی یک کمیت فزونور ترمودینامیکی است. در شکل 1، انرژی داخلی به‌ازای هر نوکلئون برحسب چگالی نوکلئونی در دماهای $T = 0, 10, 30 \text{ MeV}$ به‌ازای پارامترهای عدم تقارن $\delta = 0, 0/4, 0/8$ نشان داده می‌شود. به‌طور کلی، از طریق مقایسه منحنی‌های ماده هسته متقارن مربوط به برهم‌کنش‌های TF(96) و TF(90) در دمای صفر، قیدی‌تر بودن برهم‌کنش TF(96) استنتاج می‌شود. همان‌طور که مشاهده می‌شود، افزایش دما و پارامتر عدم تقارن نقش مستقیم در افزایش این کمیت دارد. در دمای صفر با افزایش پارامتر عدم تقارن در یک بازه مشخص، نقاط کمینه این منحنی‌ها که مشخص‌کننده نقاط اشباع ماده هسته نامتقارن هستند، به سمت انرژی‌های بالاتر سوق پیدا می‌کنند. افزایش دما، منجر به کوچکتر شدن چنین بازه‌ای از پارامتر عدم تقارن که در آن نقاط کمینه وجود دارند، می‌شود. به‌طور کلی، منحنی‌های مربوط به برهم‌کنش TF(90) در انرژی‌های بالاتری نسبت به منحنی‌های متناظر در برهم‌کنش TF(96) قرار می‌گیرند.

انرژی آزاد تقارنی توسط پارامترهای شیب L_{sym} و انحنا K_{sym} مشخص می‌شود [38]:

$$\begin{aligned} F_{sym}(\rho, T) &= F_{sym}(\rho_0, T) + L_{sym}x \\ &\quad + \frac{K_{sym}}{2}x^2 + O(x^3) \\ &\rightarrow L_{sym}(T) \\ &= 3\rho_0 \left. \frac{\partial F_{sym}(\rho, T)}{\partial \rho} \right|_{\rho=\rho_0} \\ K_{sym}(T) &= 9\rho_0 \left. \frac{\partial^2 F_{sym}(\rho, T)}{\partial \rho^2} \right|_{\rho=\rho_0} \end{aligned} \quad 20$$

کمیت فشار در هر دما با مشتق انرژی آزاد هلمهولتز بر نوکلئون نسبت به چگالی و در نتیجه با پتانسیل شیمیایی نوکلئونی در ارتباط است:

$$\begin{aligned} p &= \rho^2 \left(\frac{\partial f}{\partial \rho} \right)_T \\ &= \sum_{i=n,p} (\rho_i \mu_i) - f\rho. \end{aligned} \quad 21$$

ضریب تراکم‌ناپذیری از دیگر خواص مهم سیستم ماده هسته‌ای می‌باشد که در هر دما با مشتق فشار نسبت به چگالی در ارتباط است:

$$\begin{aligned} \kappa &= 9 \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_T \\ &= 9\rho^2 \left(\frac{\partial^2 f}{\partial \rho^2} \right)_T + 18\rho \left(\frac{\partial f}{\partial \rho} \right)_T. \end{aligned} \quad 22$$

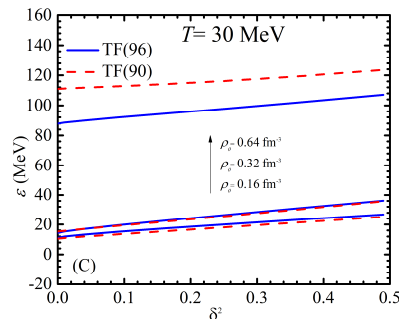
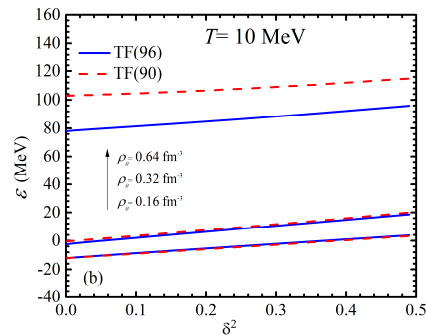
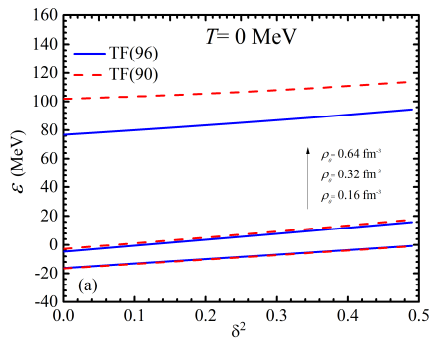
در تعیین چگالی اشباع ماده هسته‌ای نامتقارن ρ_{sat} به‌ازای هر دما و پارامتر عدم تقارن، شروط زیر می‌بایستی برقرار باشد:

$$\begin{aligned} P[\rho_{sat}(\delta, T)] &= 0, \\ \kappa[\rho_{sat}(\delta, T)] &= \kappa_{sat}(\delta, T) > 0. \end{aligned} \quad 23$$

κ_{sat} ضریب تراکم‌ناپذیری در چگالی اشباع ماده هسته‌ای است. ρ_{sat} و κ_{sat} را نیز می‌توان برحسب توان‌های زوج پارامتر عدم تقارن بسط داد:

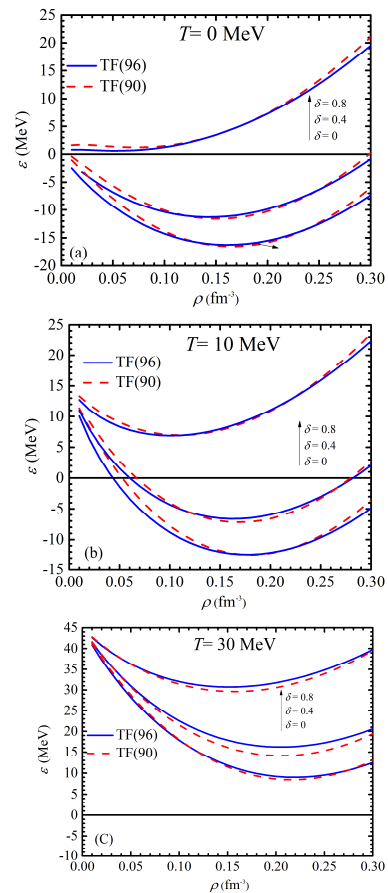
$$\begin{aligned} \rho_{sat}(\delta, T) &= \rho_{sat}(\delta = 0, T) + \\ &\quad \rho_{sat,2}(T)\delta^2 + O(\delta^4), \end{aligned}$$

افزایش دما در سیستم افزایش برانگیختگی‌های گرمایی و در نتیجه افزایش انرژی داخلی را به دنبال دارد. همچنین، در دماهای مختلف، با افزایش چگالی نوکلئونی، اختلاف مقادیر بین منحنی‌های متناظر در TF(90) نسبت به TF(96) بیشتر می‌شود.



شکل 2. انرژی داخلی به‌ازای هر نوکلئون برحسب δ^2 در دماهای $T = 0, 10, 30$ MeV و به‌ازای چگالی‌های $\rho = 0/16, 0/32, 0/64$ fm $^{-3}$.

با استفاده از کمیت‌های انرژی داخلی و آنتروپی بر نوکلئون به بررسی رفتار انرژی آزاد هلمهولتز بر نوکلئون برحسب متغیرهای حالت نیز می‌توان پرداخت. با توجه به اینکه تأثیر پارامتر عدم تقارن



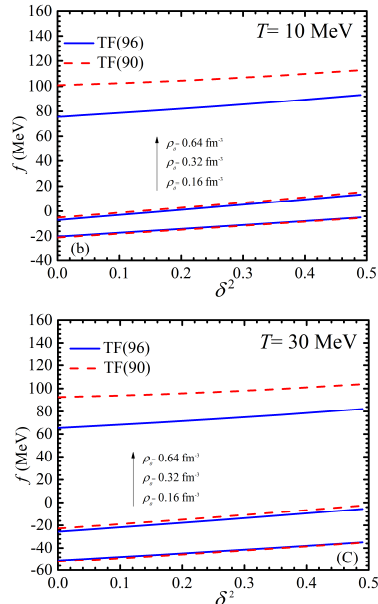
شکل 1. انرژی داخلی به‌ازای هر نوکلئون برحسب چگالی نوکلئونی در دماهای $T = 0, 10, 30$ MeV و به‌ازای پارامترهای عدم تقارن $\delta = 0, 0/4, 0/8$.

در شکل 2، انرژی به‌ازای هر نوکلئون برحسب δ^2 در دماهای $T = 0, 10, 30$ MeV و به‌ازای چگالی‌های $\rho = 0/16, 0/32, 0/64$ fm $^{-3}$ به‌منظور بررسی اعتبار تقریب خطی 19 برحسب δ^2 ترسیم شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود این تقریب در چگالی‌های پایین‌تر و دماهای بالاتر به‌میزان ناچیزی نقض می‌شود.

با افزایش چگالی نوکلئونی، حساسیت منحنی‌های متناظر نسبت به تغییرات دما به دلیل افزایش انرژی فرمی ذرات کاهش پیدا می‌کند. در هر صورت،

آزاد هلمهولتز بر نوکلئون در هر چگالی کاهش پیدا می‌کند. کمینه موضعی هر یک از منحنی‌های هم‌دما بیانگر نوعی حالت اشباع در ماده هسته‌ای است که با افزایش دما و پارامتر عدم تقارن، این نقاط کمینه به تدریج محو می‌شوند. به‌طور کلی، در برهم‌کنش‌های TF(96) و TF(90)، رفتار مشابه و نزدیکی بین منحنی‌های متناظر هم‌دما، در محدوده چگالی ارائه شده، دیده می‌شود.

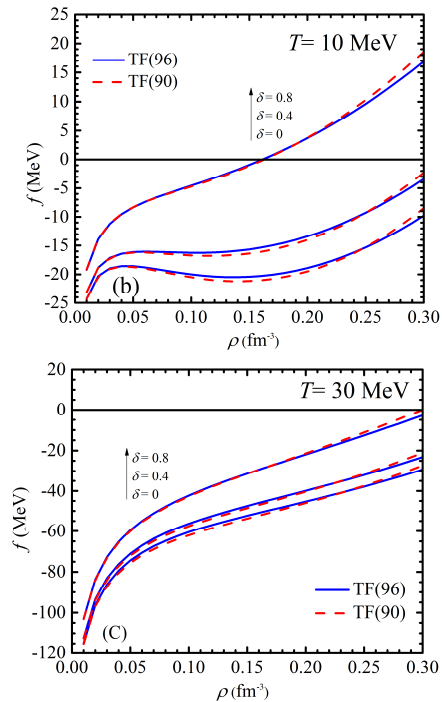
با ترسیم نمودارهای مربوط به انرژی آزاد هلمهولتز به‌ازای هر نوکلئون برحسب δ^2 در دماهای $T = 10, 30 \text{ MeV}$ و به‌ازای چگالی‌های $\rho = 0/16, 0/32, 0/64 \text{ fm}^{-3}$ (شکل 4)، صحت تقریب خطی 19 برحسب δ^2 برای دو نوع برهم‌کنش بررسی می‌شود.



شکل 4. انرژی آزاد هلمهولتز به‌ازای هر نوکلئون برحسب δ^2 در دماهای $T=10, 30 \text{ MeV}$ و به‌ازای چگالی‌های $\rho = 0/16, 0/32, 0/64 \text{ fm}^{-3}$.

با مقایسه منحنی‌های مختلف در این شکل با منحنی‌های متناظر مربوط به انرژی داخلی بر نوکلئون در شکل 2، به‌بیشتر بودن میزان اعتبار رفتار خطی برحسب

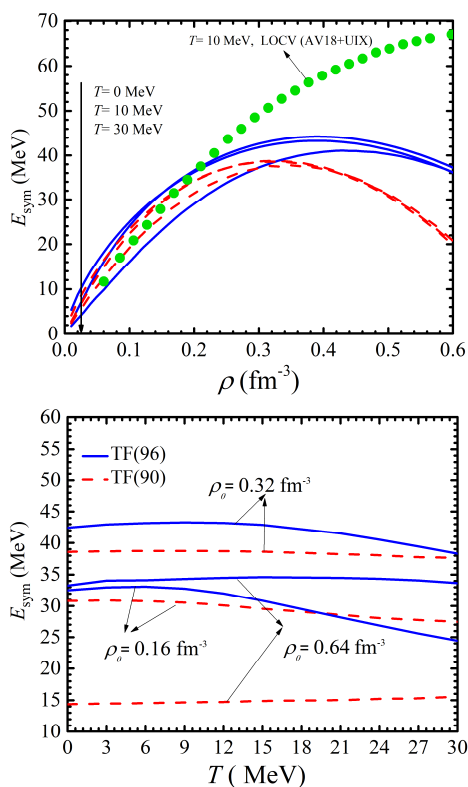
به‌ازای دماها و چگالی‌های مشخص بر روی کمیت آنتروپی به‌ازای هر نوکلئون ناچیز است [38]، انرژی داخلی بر نوکلئون نقش عمده‌ای در تأثیرپذیری انرژی آزاد هلمهولتز بر نوکلئون از پارامتر عدم تقارن دارد. شکل 3 انرژی آزاد هلمهولتز به‌ازای هر نوکلئون برحسب چگالی نوکلئونی در دماهای $T = 10, 30 \text{ MeV}$ و به‌ازای پارامترهای عدم تقارن $\delta = 0, 0/4, 0/8$ را نشان می‌دهد.



شکل 3. انرژی آزاد هلمهولتز به‌ازای هر نوکلئون برحسب چگالی نوکلئونی در دماهای $T=10, 30 \text{ MeV}$ و به‌ازای پارامترهای عدم تقارن $\delta = 0, 0/4, 0/8$.

به‌ازای چگالی‌ها و پارامترهای عدم تقارن مشخص، تأثیر دما بر روی کمیت انرژی آزاد هلمهولتز بر نوکلئون که طبق رابطه $f = \varepsilon - Ts$ همواره کوچکتر از انرژی داخلی بر نوکلئون است، در محدوده چگالی‌های پایین‌تر قابل توجه است. بنابراین، با افزایش دما به‌ازای هر پارامتر عدم تقارن، مقدار انرژی

که در آن با افزایش دما کاهش انرژی تقارنی دیده می‌شود، در برهم‌کنش (90) TF نسبت به برهم‌کنش (96) TF کوچکتر است. علاوه بر این، به‌ازای هر چگالی، مقادیر کمتر انرژی تقارنی در هر دما به برهم‌کنش (90) TF اختصاص پیدا می‌کند. وابستگی دمایی انرژی تقارنی در چگالی‌های $\rho = 0/16, 0/32, 0/64 \text{ fm}^{-3}$ در نمودار دیگر شکل 5 نشان داده شده است.

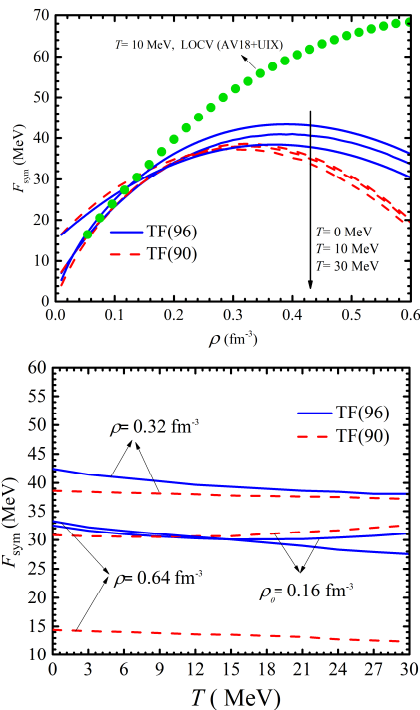


شکل 5. انرژی تقارنی برحسب چگالی در دماهای $T=0, 10, 30 \text{ MeV}$ (نمودار بالایی). منحنی با دایره توپر نشان دهند انرژی تقارنی در دمای $T=10 \text{ MeV}$ از مرجع [26] با در نظر گرفتن نیروی سه جسمی است. انرژی تقارنی برحسب دما در چگالی‌های $\rho = 0/16, 0/32, 0/64 \text{ fm}^{-3}$ (نمودار پایینی).

در محدوده چگالی‌های پایین‌تر که در آن انرژی

δ^2 در انرژی آزاد هلمهولتز بر نوکلئون نسبت به انرژی داخلی بر نوکلئون پی می‌بریم. همان‌گونه که در این شکل دیده می‌شود، با افزایش دما، میزان کاهش در کمیت انرژی آزاد هلمهولتز بر نوکلئون برای منحنی‌های متناظر با چگالی‌های پایین‌تر، بیشتر می‌شود. همچنین، با افزایش دما، کاهش همیشگی انرژی آزاد بر نوکلئون به‌ازای هر پارامتر عدم تقارن در هر چگالی، نشان از غلبه دائمی جمله TS بر \mathcal{E} دارد.

انرژی تقارنی نقش به‌سزایی در تحلیل پدیده یون‌های سنگین [41] و همچنین ساختار ستارگان پروتون-نوترونی دارد [39]. طبق رابطه 19 انرژی تقارنی، مشخص کننده میزان انرژی لازم برای تبدیل تمامی پروتون‌ها به نوترون در ماده هسته‌ای متقارن به‌منظور شکل‌گیری ماده نوترونی است. در شکل 5، ابتدا وابستگی چگالی انرژی تقارنی را در دماهای $T = 0, 10, 30 \text{ MeV}$ نشان می‌دهیم. مشابه رفتار گزارش شده در مرجع [41] برای برهم‌کنش (MDI(x=0))، انرژی تقارنی در هر دما برحسب چگالی ابتدا افزایش و سپس کاهش پیدا می‌کند. تبعات چنین رفتاری از انرژی تقارنی بر روی معادله حالت و ساختار و ترکیب ماده بتایی، در مقایسه با مدل‌های مطرح دیگر در این زمینه، به تفصیل در مراجع [39 و 8] مورد بررسی قرار گرفته است. در چگالی‌های پایین‌تر، تغییرات انرژی تقارنی بر افزایش دما بیشتر است. در محدوده چگالی‌های پایین‌تر، انرژی تقارنی با افزایش دما کاهش پیدا می‌کند. از این رو، بر خلاف رفتار گزارش شده در مرجع [26] افزایش دما در چگالی‌های بالا با افزایش انرژی تقارنی همراه است (در این شکل، انرژی تقارنی در دمای ده مگا الکترون ولت از مرجع [26] با در نظر گرفتن نیروی سه جسمی رسم شده است). بازه چگالی



شکل 6. انرژی آزاد تقارنی برحسب چگالی در دماهای $T=0, 10, 30$ MeV (نمودار بالایی). منحنی با دایره تویپر نشان دهنده انرژی آزاد تقارنی در دمای $T=10$ MeV از مرجع [26] با در نظر گرفتن نیروی سه جسمی است. انرژی آزاد تقارنی برحسب دما در چگالی‌های $\rho = 0/16, 0/32, 0/64 \text{ fm}^{-3}$ (نمودار پایینی).

رابطه [38] 19، مقادیر انرژی آزاد تقارنی به میزان ناچیزی نسبت به انرژی تقارنی کمتر می‌شوند، ثانیاً با افزایش دما کمیت انرژی آزاد تقارنی کاهش پیدا می‌کند (در این شکل، انرژی آزاد تقارنی در دمای ده مگا الکترون ولت از مرجع [26] با در نظر گرفتن نیروی سه جسمی رسم شده است). همچنین، در محدوده چگالی‌های بالاتر، در برهم کنش TF(90) مقادیر انرژی آزاد تقارنی با مقادیر انرژی تقارنی اختلاف به مراتب کمتری پیدا می‌کنند که این به نوبه خود نشان دهنده تأثیر ضعیف‌تر عامل ΔS در این برهم کنش است. در اینجا لازم به ذکر است که در محدوده چگالی‌های پایین، مقادیر بالاتر انرژی آزاد تقارنی در برهم کنش TF(90)

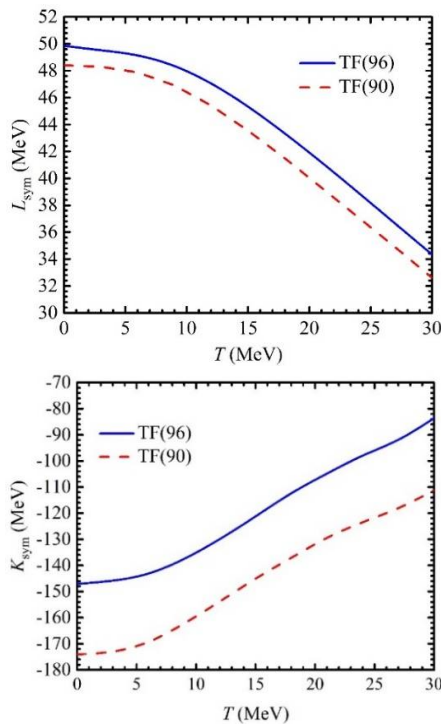
فرمی ذرات در سطح پایین‌تری قرار می‌گیرد، افزایش دما منجر به کاهش انرژی تقارنی می‌شود که این خود به دلیل نفوذ بیشتر ذرات به خارج سطح فرمی و به تبع آن کم‌رنگ‌تر شدن اثرات کاملاً کوآنتومی مربوط به حضور ذرات در داخل سطح فرمی است. به عبارت دیگر، با فراوانی کمتر ذرات در داخل سطح فرمی و به تبع آن کاهش همبستگی کوآنتومی، به انرژی کمتری برای تبدیل پروتون‌ها به نوترون‌ها نیاز می‌شود. بنابراین، همان‌گونه که دیده می‌شود، تأثیر دما بر روی انرژی تقارنی در چگالی‌های بالاتر ضعیف‌تر می‌گردد. رویه هم رفته، به دلیل ماهیت دافعه‌تر برهم کنش TF(90)، تأثیر دما بر روی برهم کنش TF(96) در ناحیه چگالی‌های بالاتر، بیشتر است.

انرژی آزاد تقارنی یکی از مهمترین جنبه‌های معادله حالت ماده هسته‌ای است که در کنار انرژی تقارنی نقشی کلیدی در ارتباط با تحلیل پدیده برخورد یون‌های سنگین و همچنین رویدادهای اختزینیکی نظیر تحول ستارگان نوترونی ایفا می‌کند [54, 55]. انرژی آزاد تقارنی براساس تقریب 19، مشخص کننده میزان انرژی آزاد بر نوکلئون مورد نیاز برای تبدیل تمامی پروتون‌ها در ماده هسته‌ای متقارن به نوترون و تشکیل ماده نوترونی است. با بررسی وابستگی چگالی کمیت انرژی آزاد تقارنی به ازای دماهای $T = 0, 10, 30$ MeV در شکل 6، بر خلاف رفتار صعودی گزارش شده در مرجع [41] برای برهم کنش MDI(x=1)، رفتار سهمی گونه با تقعر رو به پایین برای این کمیت برحسب چگالی دیده می‌شود.

در محدوده چگالی‌های بالاتر، برخلاف رفتار گزارش شده در مرجع [26]، اولاً به دلیل منفی شدن ΔS از

25

$$E_{\text{sym}} = 31/6 \text{ MeV}, \quad 61 \text{ MeV} < L_{\text{sym}} < 111 \text{ MeV}, \\ -82 \text{ MeV} < K_{\text{sym}} < 101 \text{ MeV}$$



شکل 7. پارامترهای شیب (نمودار بالایی) و انحنا انرژی آزاد تقارنی (نمودار پایینی) برحسب دما.

با تعمیم به دماهای متناهی، در چارچوب مدل کنونی پارامترهای شیب و انحنا برحسب دما مطابق با شکل 7 به دست آمده‌اند.

نسبت به برهم‌کنش TF(96) نشان دهنده تغییرات شدیدتر معادله حالت طی گذار از ماده هسته‌ای متقارن به نامتقارن است. با افزایش دما، نقاط بیشینه به سمت چگالی‌ها و مقادیر کوچکتر انرژی آزاد تقارنی سوق داده می‌شوند. به منظور بررسی دقیق‌تر تأثیر دما، کمیت انرژی آزاد تقارنی برحسب دما به‌ازای چگالی‌های $\rho = 0/16, 0/32, 0/64 \text{ fm}^{-3}$ رسم شده است. در چگالی‌های پایین‌تر، در محدوده‌ای از دما که در آن Δs مثبت می‌شود، افزایش دما به افزایش کمیت انرژی آزاد تقارنی منجر می‌شود. چنین محدوده‌ای از دما که در مرجع [41] برای برهم‌کنش‌های MDI ($x=0$) و MDI ($x=-1$) گزارش شده است، نسبت به برهم‌کنش‌های کنونی گسترده‌تر است. وابستگی چگالی انرژی آزاد تقارنی در هر دما، توسط کمیت‌های L_{sym} و K_{sym} که به ترتیب پارامترهای شیب و انحنا انرژی آزاد تقارنی نامیده می‌شوند، مشخص می‌شود. پارامتر شیب در ماده هسته‌ای سرد نقش برجسته‌ای در گذار هسته به پوسته ستارگان نوترونی و همچنین ضخامت به اصطلاح پوست نوترونی¹ در هسته‌های سنگین را دارد. در جدول 1، چگالی و انرژی اشباع ماده هسته‌ای متقارن سرد به همراه انرژی تقارنی E_{sym} و پارامترهای L_{sym} و K_{sym} به دست آمده از این مدل برای برهم‌کنش‌های TF(96) و TF(90)، نتایج حاصل از مدل‌های مطرح دیگر در این زمینه مقایسه می‌گردد. بر این اساس، لازم به ذکر است که از طریق تحلیل پدیده برخورد یون‌های سنگین مقادیر زیر برای E_{sym} ، L_{sym} و K_{sym} استخراج می‌گردد [56]:

¹Neutron skin

جدول 1. چگالی اشباع، انرژی اشباع، انرژی تقارنی و ضریب تراکم ناپذیری اشباع ماده هسته‌ای سرد به همراه ضرائب مربوطه در مدل کنونی و مقایسه آن با مدل‌های دیگر.

$\kappa_{sat,2}$ (MeV)	K_{sym} (MeV)	L_{sym} (MeV)	κ_{sat} (MeV)	E_{sym} (MeV)	$\varepsilon(\rho_0)$ (MeV)	ρ_0 (fm ⁻³)	مدل
-387/8	-147/1	49/9	234/1	32/7	-16/237	0/161	TF(96)
-440/2	-173/9	48/4	300/8	30/9	-16/528	0/166	TF(90)
-482/0	-97/8	78/2	308/0	39/08	-19/78	0/3	LOCV, AV14 [20]
-275/3	712/7	120/2	283/0	32/43	-16/36	0/24	RLOCV, \tilde{v}_{14} [20]
-316/3	-81/7	60/2	212/5	30/5	-16/2	0/16	SHF, MDI ($x=0$) [45]
-311/4	100/7	105/8	212/5	30/5	-16/2	0/16	SHF, MDI ($x=-1$) [45]
-276/77	-51/3	60/5	230/0	32/59	-16/30	0/148	RMF, FSUGold [46]
-408/97	-183/7	45/11	274/7	30/71	-15/26	0/1533	MF, DDM3Y [44]

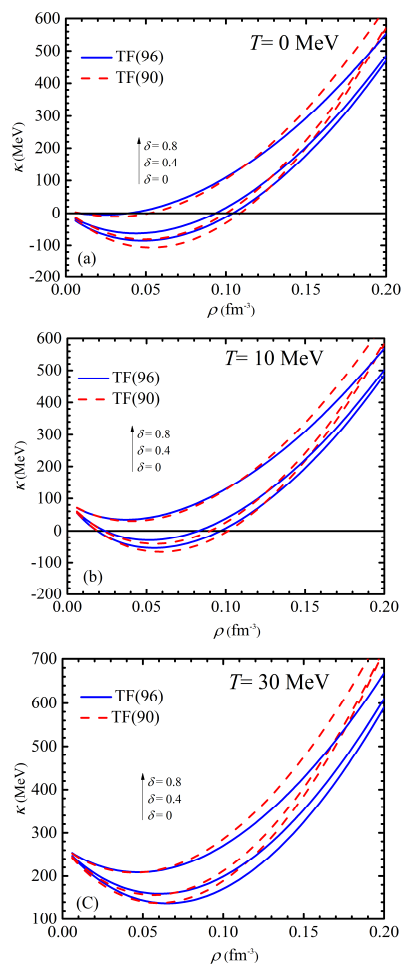
مطرح شده در این شکل، افزایش دما و پارامتر عدم تقارن منجر به افزایش فشار می‌شود.

همان‌گونه که از این شکل به وضوح استنباط می‌شود، برهم‌کنش TF(90) معادله حالت سخت‌تری را نسبت به برهم‌کنش TF(96) به‌ازای دماها و پارامترهای مختلف عدم تقارن ارائه می‌دهد.

در ادامه، از طریق شکل 9 به بررسی ضریب تراکم ناپذیری هم‌دما برای ماده هسته‌ای نامتقارن در دماهای $T = 0, 10, 30$ MeV و با در نظر گرفتن پارامترهای عدم تقارن $\delta = 0, 0/4, 0/8$ ، می‌پردازیم. مشاهده می‌شود که افزایش دما به‌ازای هر پارامتر عدم تقارن سبب افزایش ضریب تراکم ناپذیری می‌شود. در منحنی‌های هم‌دما، روند نزولی تغییرات تراکم ناپذیری برحسب چگالی در ناحیه چگالی‌های پایین‌تر به چشم می‌خورد. همچنین، منحنی‌های تراکم ناپذیری به‌ازای هر دما و پارامتر عدم تقارن دارای یک کمینه هستند. با افزایش دما و یا پارامتر عدم تقارن، این نقاط کمینه به سمت مقادیر بالاتر تراکم ناپذیری که با چگالی‌های پایین‌تر نوکلئونی متناظر هستند، سوق پیدا می‌کنند. منحنی‌های هم‌دمای تراکم ناپذیری حاوی اطلاعات

همان‌گونه که در کل محدوده دمایی ملاحظه می‌شود، پارامتر شیب همواره مثبت است و با دما کاهش پیدا می‌کند در حالی که پارامتر انحنا همواره منفی است و با دما افزایش پیدا می‌کند. همچنین، این پارامترها در محدوده دماهای پایین تغییرات آهسته‌ای برحسب دما دارند. به‌ازای هر دما، مقادیر متناظر برای این پارامترها در برهم‌کنش TF(90) همواره کوچکتر از TF(96) است.

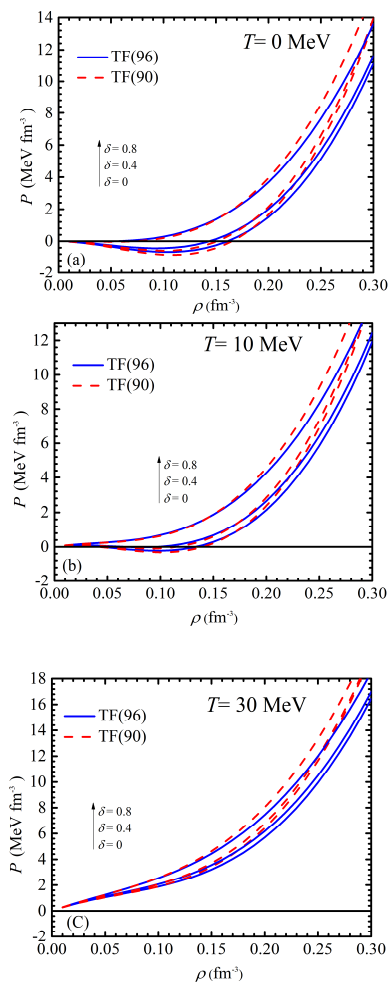
شکل 8، فشار برحسب چگالی نوکلئونی که به‌طور متعارف به‌عنوان معادله حالت ماده هسته‌ای شناخته می‌شود را در دماهای $T = 0, 10, 30$ MeV و با لحاظ کردن پارامترهای عدم تقارن $\delta = 0, 0/4, 0/8$ نشان می‌دهد. منحنی‌های هم‌دما، در ناحیه چگالی‌های پایین‌تر و به‌ازای پارامترهای عدم تقارن کوچکتر، رفتار واندروالسی برجسته‌تری از خود نشان می‌دهند. این در حالی است که در چگالی‌های بالاتر و با ازای مقادیر بزرگتر پارامتر عدم تقارن، منحنی‌های مختلف هم‌دما از یک روند صعودی بر چگالی نوکلئونی تبعیت می‌کنند. همچنین، در کل محدوده چگالی نوکلئونی



شکل 9. تراکم ناپذیری برحسب چگالی نوکلئونی در دماهای $T=0, 10, 30$ MeV و به‌ازای پارامترهای عدم تقارن $\delta = 0, 0.4, 0.8$.

رفتار چگالی اشباع ماده هسته‌ای نامتقارن که به‌ازای دماها و پارامترهای عدم تقارن معین متناظر با کمینه منحنی‌های انرژی آزاد هلمهوتز بر نوکلئون برحسب چگالی و به‌عبارت دیگر نقاط با فشار صفر و تراکم ناپذیری مثبت است، در شکل 10 بررسی می‌شود. با افزایش دما، حوزه تغییرات چگالی اشباع برحسب مجذور پارامتر عدم تقارن محدودتر می‌شود تا اینکه در

بسیار مهمی در مورد شرایط پایداری مکانیکی در سیستم هستند و مقادیر منفی تراکم ناپذیری در آنها حکایت از ناپایداری مکانیکی در سیستم به‌ازای چگالی‌های متناظر دارد. بنابراین، با افزایش دما و یا پارامتر عدم تقارن ناحیه ناپایدار مکانیکی به‌تدریج محو می‌شود. این در حالیست که به‌دلیل پایین‌تر بودن نقاط کمینه در منحنی‌های مربوط به برهم‌کنش TF(90) نسبت به نقاط متناظر در برهم‌کنش TF(96)، ناحیه ناپایدار مکانیکی در بازه بزرگتری از دما و پارامتر عدم تقارن وجود دارد.

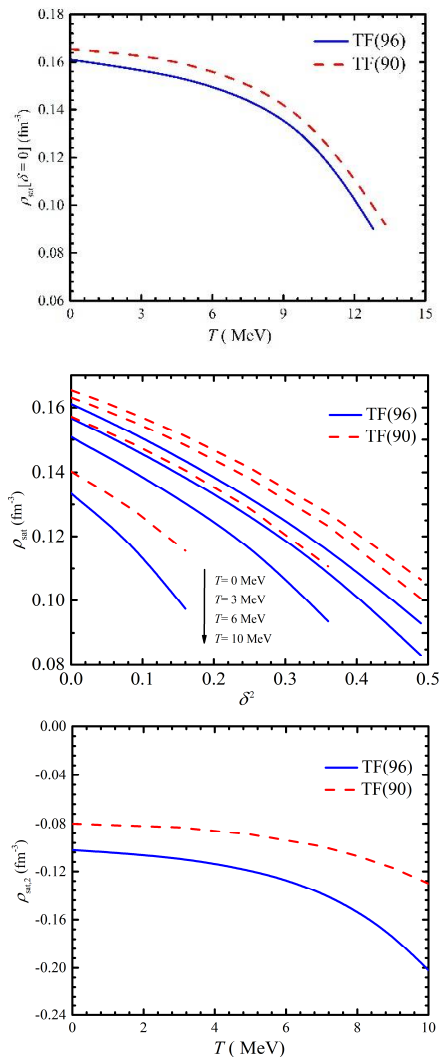


شکل 8. فشار برحسب چگالی نوکلئونی در دماهای $T=0, 10, 30$ MeV و به‌ازای پارامترهای عدم تقارن $\delta = 0, 0.4, 0.8$.

در جدول 2، دمای حدی به دست آمده از این مدل برای برهم‌کنش‌های TF(96) و TF(90) با مدل‌های دیگر مقایسه می‌گردد. طبق تقریب 24، رفتار خطی چگالی اشباع برحسب مجذور پارامتر عدم تقارن در ناحیه مقادیر کوچکتر این کمیت به خوبی دیده می‌شود. بر این اساس، تأثیر دما بر روی پارامتر $\rho_{sat,2}$ که به نوعی مشخص کننده شیب رفتار خطی چگالی اشباع است، در نمودار دیگر این شکل مشاهده می‌شود. رویهم رفته، علاوه بر محدودتر بودن حوزه تغییرات چگالی اشباع برحسب مجذور عدم تقارن در برهم‌کنش TF(90) که ناشی از تغییرات سریعتر معادله حالت طی گذار از حالت متقارن به نامتقارن بواسطه انرژی آزاد تقارنی بالاتر است، پارامتر $\rho_{sat,2}$ نیز در این برهم‌کنش کاهش ملایمتری را نشان می‌دهد. کمیت تراکم ناپذیری یکی از کمیت‌های کلیدی در بررسی خواص اشباع ماده هسته‌ای است. روش تجربی شناخته شده‌ای برای محاسبه تراکم ناپذیری در چگالی اشباع ماده هسته‌ای متقارن در دمای صفر وجود دارد. این روش که موسوم به روش تشدید تک قطبی‌های بزرگ² است، مقدار این کمیت را بین 200 تا 300 [57] و یا بین مقادیر جدیدتر 250 تا 315 مگا الکترون ولت [58] نشان می‌دهد. در جدول، تراکم ناپذیری اشباع ماده هسته‌ای سرد در برهم‌کنش‌های TF(96) و TF(90) از مدل کنونی، با مدل‌های دیگر مقایسه گردیده‌اند.

در شکل 11، رفتار کمیت تراکم ناپذیری اشباع با تعمیم به دماهای متناهی و پارامترهای عدم تقارن مختلف، بررسی می‌شود. در ابتدا به منظور بررسی اعتبار تقریب 24، این کمیت به‌ازای دماهای مختلف برحسب

دمای موسوم به دمای حدی T_{lim} این حوزه صرفاً محدود به پارامتر عدم تقارن صفر و به عبارت دیگر ماده هسته‌ای متقارن می‌شود (پنجره بالایی این شکل ملاحظه شود). از این رو، در دماهای بالاتر از T_{lim} چگالی اشباع به‌طور کامل محو می‌شود.



شکل 10. چگالی اشباع ρ_{sat} ماده هسته‌ای متقارن برحسب دما (نمودار بالایی). ρ_{sat} برحسب δ^2 در دماهای $T=0, 3, 6, 10$ MeV (نمودار وسطی). ضریب $\rho_{sat,2}$ برحسب دما (نمودار پایینی).

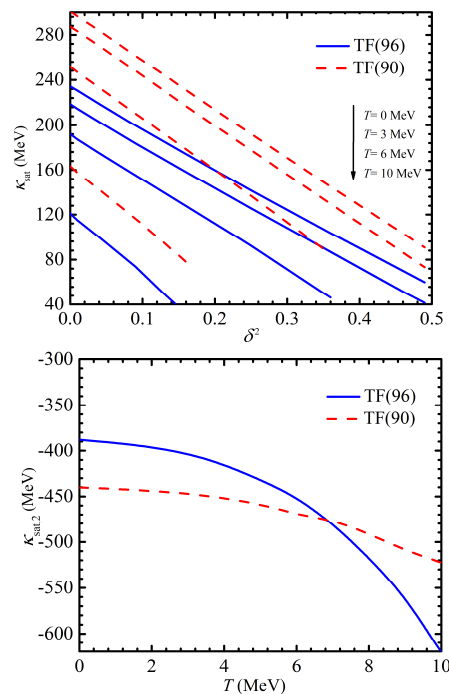
T_{lim} (MeV)	مدل
12/8	TF(96)
13/3	TF(90)
12/998	TF, SB ($\chi=0$) [33]
24	LOCV, Reid93 [16]
14/73	LOCV, Argonne V18 [23]
13/1	BHF, Argonne V18 [18]
14/4	SCGF, CDBONN [18]
12.2	DDRH [22]
~11-13	Modern Skyrme and Gogny forces[48]

جدول 2. دمای حدی ماده هسته‌ای در مدل کنونی و مقایسه آن با مدل‌های دیگر.

نتیجه‌گیری

در این تحقیق بر پایه نظریه مایعات کوآنتومی لاندائو، با استفاده از برهم‌کنش‌های مایرز و شواتکی (TF(90), TF(96)) در چارچوب تقریب نیمه‌کلاسیکی توماس-فرمی، به دنبال تعمیم بررسی‌های خود در مورد خواص ترمودینامیکی ماده هسته‌ای بوده‌ایم. بر این اساس، از طریق فرمولبندی تابعی ارائه شده در مرجع [38]، در ابتدا رفتار کمیت‌های انرژی داخلی و انرژی آزاد هلمهوتز بر نوکلئون را برحسب متغیرهای حالت بررسی کرده‌ایم. سپس، کمیت‌های انرژی تقارنی و انرژی آزاد تقارنی که از جنبه‌های مهم معادله حالت ماده هسته‌ای محسوب می‌شوند را به‌ازای دماها و چگالی‌های مختلف به دست آورده‌ایم. لازم به ذکر است که رفتار کمیت‌های انرژی تقارنی و انرژی آزاد تقارنی در چگالی‌های بالا، یکی از چالش برانگیز جنبه‌های معادله حالت ماده هسته‌ای است. با بسط انرژی آزاد تقارنی برحسب پارامتر بدون بعد $x = \frac{\rho - \rho_0}{3\rho_0}$ که مشخص‌کننده میزان انحراف از چگالی اشباع ρ_0 است، پارامترهای شیب L_{sym} و انحنا K_{sym} مربوط به این کمیت را در دماهای مختلف به دست

مجدور پارامتر عدم تقارن رسم شده است. رفتار خطی برحسب مجدور پارامتر عدم تقارن در دماهای مختلف به‌خوبی مشهود است. افزایش دما و یا پارامتر عدم تقارن منجر به کاهش کمیت تراکم ناپذیری اشباع می‌شود. در نمودار دیگر این شکل، شیب تغییرات خطی کمیت تراکم ناپذیری اشباع برحسب مجدور پارامتر عدم تقارن که توسط پارامتر $K_{sat,2}$ مشخص می‌شود، برحسب دما رسم گردیده است (مقدار تجربی این پارامتر در دمای صفر 550 ± 100 مگا الکترون ولت گزارش گردیده است [59]). در برهم‌کنش TF(90) کاهش ملایمتری برحسب دما برای پارامتر $K_{sat,2}$ مشاهده می‌شود که این خود نشان دهنده تأثیر پذیری کمتر این برهم‌کنش از دما به‌واسطه دافعه‌ای‌تر بودن است.



شکل 11. ضریب تراکم ناپذیری اشباع K_{sat} برحسب δ^2 در دماهای $T=0, 3, 6, 10$ MeV (نمودار بالایی). ضریب $K_{sat,2}$ برحسب دما (نمودار پایینی).

ستارگان نوترونی از مرحله پیدایش تا مرحله سرد شدن آنها، بسیار راه گشا خواهد بود.

تشکر و قدردانی

حمایت از این تحقیق از محل اعتبارات معاونت پژوهشی دانشگاه کاشان با شماره گرت 785227/2 صورت گرفته است.

مرجع‌ها

- [1] M.F. Rivet *et al.*, Correlations between signals of the liquid-gas phase transition in nuclei, *Nuclear Physics A* **749** (2005) 73.
- [2] O.N. Ghodsi, H.R. Moshfegh, R. Gharaei, Role of the saturation properties of hot nuclear matter in the proximity formalism, *Physical Review C* **88** (2013) 034601.
- [3] H.A. Bethe, supernova mechanism, *Reviews of Modern Physics* **62** (1990) 801.
- [4] N.K. Glendenning, *Compact Stars*, New York: Springer (1997).
- [5] K. Strobel, C. Schaab, M.K. Weigel, Properties of non-rotating and rapidly rotating protoneutron stars, *Astron. Astrophys.* **350** (1999) 497.
- [6] P. Haensel, A.Y. Potekhin, D.G. Yakovlev, *Neutron Stars 1: Equation of State and Structure*, Springer Science and Business Media **326** (2007).
- [7] M. Camenzind, *Compact Objects in Astro-physics*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg (2007).
- [8] H.R. Moshfegh, M. Ghazanfari Mojarrad, Strange baryonic matter in the Thomas-Fermi theory, *The European Physical Journal A* **49** (2013) 1.
- [9] M. Ghazanfari Mojarrad, R. Arabsaeidi, Hyperon-rich matter in a two-solar-mass neutron star within the Thomas-Fermi approximation, *International Journal of*

آورده‌ایم. بنابراین، محاسبه کمیت‌های L_{sym} و K_{sym} از این حیث که به نوعی مشخص‌کننده وابستگی به چگالی در کمیت انرژی آزاد تقارنی به‌ازای دماهای مختلف هستند، حائز اهمیت است. در این مدل، پتانسیل شیمیایی نوکلئونی را به‌طور صریح از طریق ضریب اشغال در فضای فاز به‌دست می‌آوریم. از طریق پتانسیل شیمیایی نوکلئونی و انرژی آزاد هلمهوتز بر نوکلئون، کمیت فشار را برحسب متغیرهای حالت به‌دست آورده‌ایم. در بررسی رفتار معادله حالت، سخت‌تر بودن معادله مربوط به برهم‌کنش TF(90) نسبت به TF(96) به‌خوبی استنباط می‌شود. در این تحقیق، با توجه به اینکه چگالی اشباع در کنار ضریب تراکم ناپذیری اشباع ماده هسته‌ای متقارن سرد اساس مدل‌های پدیده‌شناسی را تشکیل می‌دهند، تعمیم به‌دماهای متناهی و همچنین پارامترهای مختلف عدم تقارن برای این کمیت‌های کلیدی صورت گرفته است. در این تحلیل تعمیم یافته، تأثیر دما بر روی کمیت‌های $\rho_{\text{sat},2}$ و $K_{\text{sat},2}$ که به ترتیب مشخص‌کننده وابستگی به پارامتر عدم تقارن برای کمیت‌های چگالی اشباع و ضریب تراکم ناپذیری اشباع هستند، نیز بررسی می‌شود. نتایج این تحقیق به نوعی قابلیت تعمیم یافتگی مدل کنونی در بررسی خواص ترمودینامیکی ماده هسته‌ای از حیث درک رفتار کمیت‌های تقارنی که به‌گونه‌ای مشخص‌کننده میزان تغییرات معادله حالت طی گذار از ماده هسته‌ای متقارن به نامتقارن هستند، نشان داده می‌شود. بر این اساس، قابلیت تعمیم یافتگی این مدل در بررسی ناپایدارها و گذار فاز مایع-گاز در ماده هسته‌ای، اثرات مغناطیسی بر خواص ماده هسته‌ای و درک ساختارهای پیچیده باریونی نظیر سیر تکاملی

- Liquid-gas phase transition in nuclear matter from realistic many-body approaches, *Physical Review C* **78** (2008) 044314.
- [19] A. Rios, A. Polls, I. Vidana, Hot neutron matter from a self-consistent Green's-functions approach, *Physical Review C* **79** (2009) 025802.
- [20] S. Zaryouni, H.R. Moshfegh, A relativistic approach to the equation of state of asymmetric nuclear matter, *The European Physical Journal A* **45** (2010) 69.
- [21] M. Modarres, A. Tafrihi, The LOCV nucleonic matter correlation and distribution functions versus the FHNC/SOC and the Monte Carlo calculations, *Nuclear Physics A* **941** (2015) 212.
- [22] A. Fedoseew, H. Lenske, Thermal properties of asymmetric nuclear matter, *Physical Review C* **91** (2015) 034307.
- [23] H.R. Moshfegh, S. Goudarzi, Temperature Dependence of Nuclear Symmetry Free Energy, *Acta Physica Polonica B* **46** (2015).
- [24] S. Zaryouni, Incompressibility of Nuclear Matter, *Journal of research on Many body systems* **4** (2015) 21.
- [24] س. زریونی، تراکم ناپذیری ماده هسته‌ای، مجله پژوهش سیستم‌های بس‌ذره‌ای **4** (1393) 21.
- [25] S. Goudarzi, H.R. Moshfegh, Erratum: Proto-neutron star structure within an extended lowest-order constrained variational method at finite temperature [Physical Review C 92, 035806 (2015)], *Physical Review C* **97** (2018) 049904.
- [26] S. Goudarzi, H.R. Moshfegh, P. Haensel, The role of three-body forces in nuclear symmetry energy and symmetry free energy, *Nuclear Physics A* **969** (2018) 206.
- [27] W.D. Myers, W.J. Swiatecki, A Thomas-Fermi model of nuclei. Part I. Formulation and first results, *Annals of Physics* **204** (1990) 401.
- Modern Physics. E* **25** (2016) 1650102.
- [10] B. Friedman, V.R. Pandharipande, Hot and cold, nuclear and neutron matter, *Nuclear Physics A* **361** (1981) 502.
- [11] R.B. Wiringa, V. Ficks, A. Fabrocini, Equation of state for dense nucleon matter, *Physical Review C* **38** (1988) 1010.
- [12] A. Akmal, V.R. Pandharipande, D.G. Ravenhall, Equation of state of nucleon matter and neutron star structure, *Physical Review C* **58** (1998) 1804.
- [13] G.H. Bordbar, Calculation of the saturation properties of symmetrical nuclear matter with inclusion of Δ isobar, *Iranian Journal of Physics Research* **3** (2001) 1.
- [13] غ. بردبار، محاسبه خصوصیات اشباع ماده هسته‌ای متقارن با در نظر گرفتن ایزوبار Δ مجله پژوهش فیزیک ایران **3** (1380) 1.
- [14] M. Baldo, A. Fiasconaro, H.Q. Song, G. Giansiracusa, U. Lombardo, High density symmetric nuclear matter in the Bethe-Brueckner-Goldstone approach, *Physical Review C* **65** (2001) 017303.
- [15] W. Zuo, Z.H. Li, A. Li, and U. Lombardo, Effect of three-body interaction on phase transition of hot asymmetric nuclear matter, *Nuclear Physics A* **745** (2004) 34.
- [16] H.R. Moshfegh, M. Modarres, Thermal properties of asymmetrical nuclear matter with the new charge-dependent Reid potential, *Nuclear Physics A* **792** (2007) 201.
- [17] G. Bordbar, B. Khosropour, Calculation of the effect of neutrinos on the protoneutron star structure, *Iranian Journal of Physics Research* **8** (2008) 129.
- [17] غ. بردبار، ب. خسروپور، محاسبه اثر نوترینو در محاسبه ساختار ستاره نوترونی تازه متولد شده، مجله پژوهش فیزیک ایران **8** (1387) 129.
- [18] A. Rios, A. Polls, A. Ramos, H. Mütter,

- [37] م. غضنفری مجرد، س. ک. موسوی خرشتمی و ا. مستأجران گورتانی، محاسبات توماس-فرمی برای تعیین خواص بحرانی ماده هسته‌ای متقارن براساس رهیافت جرم مؤثر تعمیم‌یافته، *مجله پژوهش فیزیک ایران* **16** (1395) 207.
- [38] M. Ghazanfari Mojarrad, S.K. Mousavi Khoroshtomi, Thomas-Fermi approximation for the equation of state of nuclear matter: A semi-classical approach from the Landau Fermi-Liquid theory, *International Journal of Modern Physics. E* **26** (2017) 1750038.
- [39] M. Ghazanfari Mojarrad, N.S. Razavi, S. Vaezzade, Thomas-Fermi approximation for β -stable nuclear matter in the Landau Fermi-liquid theory, *Nuclear Physics A* **980** (2018) 51.
- [40] D.N. Basu, Nuclear incompressibility using the density-dependent M3Y effective interaction, *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*. **30** (2004) B7.
- [41] J. Xu, L.W. Chen, B. A. Li, H.R. Ma, Temperature effects on the nuclear symmetry energy and symmetry free energy with an isospin and momentum dependent interaction, *Physical Review C* **75** (2007) 014607.
- [42] C.C. Moustakidis, Thermal effects on nuclear symmetry energy with a momentum-dependent effective interaction, *Physical Review C* **76** (2007) 025805.
- [43] C.C. Moustakidis, Temperature and momentum dependence of single-particle properties in hot asymmetric nuclear matter, *Physical Review C* **78** (2008) 054323.
- [44] J. Xu, L.W. Chen, B.A. Li, H.R. Ma, Effects of isospin and momentum dependent interactions on thermal properties of asymmetric nuclear matter, *Physical Review C* **77** (2008) 014302.
- [45] L.W. Chen *et al.*, Higher-order effects on the incompressibility of isospin asymmetric nuclear matter, *Physical Review*
- [28] W.D. Myers, W.J. Swiatecki, Nuclear properties according to the Thomas-Fermi model, *Nuclear Physics A* **601** (1996) 141.
- [29] D. Serot, J.D. Walecka, The relativistic nuclear many body problem, *Adv. Nuclear Physics* **16** (1986) 1.
- [30] H. Müller, B.D. Serot, Relativistic mean-field theory and the high-density nuclear equation of state, *Nuclear Physics A* **606** (1996) 508.
- [31] H. Müller, B.D. Serot, Phase transitions in warm, asymmetric nuclear matter, *Physical Review C* **52** (1995) 2072.
- [32] E. Chabanat, P. Bonche, P. Haensel, J. Mayer, and R. Schaeffer, A Skyrme parametrization from subnuclear to neutron star densities Part II. Nuclei far from stabilities, *Nuclear Physics A* **635** (1998) 231.
- [33] J. Randrup, E. Lima Medeiros, Model for statistical properties of nuclear systems at finite temperature, *Nuclear Physics A* **526** (1991) 115.
- [34] K. Strobel, F. Weber, M.K. Weigel, Symmetrie and Asymmetrie Nuclear Matter in the Thomas-Fermi Model at Finite Temperatures, *Z. Naturforsch A* **54** (1999) 83.
- [35] H.R. Moshfegh, Equation of state of hot nuclear and neutron matter: A statistical approach, *International Journal of Modern Physics. E* **15** (2006) 1127.
- [36] H.R. Moshfegh, M. Ghazanfari Mojarrad, Thermal properties of baryonic matter, *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics* **15** (2011) 085102.
- [37] M. Ghazanfari Mojarrad, S.K. Mousavi Khoroshtami, A. Mostajeran Gurtani, Thomas-Fermi calculations for determination of critical properties of symmetric nuclear matter on the basis of extended effective mass approach, *Iranian Journal of Physics Research* **16** (2016) 207.

- [54] H.T. Janka, K. Langanke, A. Marek, G. Martínez-Pinedo, B Müller, Theory of core-collapse supernovae, *Physics Reports* **442** (2007)
- [55] L. Roberts, G. Shen, V. Cirigliano, J. Pons, S. Reddy, S. Woosley, Protoneutron star cooling with convection: The effect of the symmetry energy, *Physical Review Letters* **108** (2012) 061103.
- [56] L.W. Chen, C.M. Ko, B.A. Li, Nuclear matter symmetry energy and the neutron skin thickness of heavy nuclei, *Physical Review C* **72** (2005) 064309
- [57] M.M. Sharma and *et al.*, Giant monopole resonance in Sn and Sm nuclei and the compressibility of nuclear matter, *Physical Review C* **38** (1988) 2562.
- [58] J.R. Stone, N.J. Stone, S.A. Moszkowski, Incompressibility in finite nuclei and nuclear matter, *Physical Review C* **89** (2014) 044316.
- [59] T. Li et al., Isotopic Dependence of the Giant Monopole Resonance in the Even-A Sn 112–124 Isotopes and the Asymmetry Term in Nuclear Incompressibility, *Physical Review Letters* **99** (2007) 162503.
- C **80** (2009) 014322.
- [46] J. Piekarewicz, M. Centelles, Incompressibility of neutron-rich matter, *Physical Review C* **79** (2009) 054311.
- [47] D.N. Basu, P.R. Chowdhury, C. Samanta, Isobaric incompressibility of isospin asymmetric nuclear matter, *Physical Review C* **80** (2009) 057304.
- [48] A. Rios, Effective interaction dependence of the liquid–gas phase transition in symmetric nuclear matter, *Nuclear Physics A* **845** (2010) 58.
- [49] G. Baym, C.J. Pethick, *Landau Fermi-Liquid Theory. Concepts and Applications*, Wiley, New York, (1991).
- [50] R.K. Pathria, *Statistical Mechanics*, Oxford: Butterworth-Heinemann (1996).
- [51] M. Brack, R.K. Bhaduri, *Semi-classical Physics*, Addison-Wesley, (1997).
- [52] C.F. von Weizsacker, On the theory of nuclear masses, *Zeitschrift für Physik* **96** (1935) 431.
- [53] H.A. Bethe, R.F. Bacher, Nuclear physics A. Stationary states of nuclei, *Reviews of Modern Physics* **8** (1936) 82.