

معادله حالت گاز چیلیگین تکامل یافته و ارتباط آن با نظریه ریسمان

بهنام پورحسن*

گروه فیزیک هسته‌ای و ذرات بنیادی، دانشکده فیزیک، دانشگاه دامغان، کد پستی 3671641167، دامغان، ایران

دریافت 1397/03/15 بازنگری نهایی: 1398/02/20 پذیرش: 1398/04/05

چکیده

در این مقاله، ما ضمن مروری به نسخه‌های مختلف گاز چیلیگین، به عنوان مدلی برای توصیف انرژی تاریک، به معرفی مدل تکامل یافته گاز چیلیگین می‌پردازیم (که برای اولین بار در اینجا معرفی می‌گردد) که می‌تواند پوشش دهنده تمام مدل‌های رایج قبلی باشد. انرژی تاریک به عنوان یک سیال فرض می‌شود که می‌تواند به صورت یک سیستم بس ذره‌ای در نظر گرفته شود. هدف اصلی این مقاله این است که نشان دهیم معادله حالت گاز چیلیگین تکامل یافته همانند معادله حالت گاز چیلیگین معمولی می‌تواند از نظریه ریسمان به دست آید.

کلیدواژه‌گان: معادله حالت، انرژی تاریک، نظریه ریسمان، گاز چیلیگین

مقدمه

می‌شود. اندرکنش بین این ذرات نیز توسط ذرات واسطه انجام می‌گردد. این ذرات واسطه، همان حاملین نیروهای الکترومغناطیسی، ضعیف و قوی هستند. اما همان گونه که می‌دانیم ما چهار نیروی بنیادی در طبیعت داریم: نیرویی که در مدل استاندارد ذرات بنیادی صحبتی از آن نمی‌شود گرانث است. دلیل این امر آن است که نظریه گرانث نیوتونی (که در ابعاد بزرگ قابل حس است) و مکانیک کوانتومی (که مربوط به ابعاد بسیار ریز می‌باشد) با همدیگر سازگاری ندارند. در واقع یکی از بزرگ‌ترین اهداف فیزیکدانان ساختن یک نظریه جامع و کامل می‌باشد که تمام نظریه‌های قبلی فیزیک را با هم یکی کند. یعنی نظریه‌ای که شامل گرانث کوانتومی نیز باشد. یکی از نظریه‌هایی که موفق به اتحاد تمام نیروهای بنیادی شناخته شده گردید و

پاسخ به این سؤال که جهان از چه چیزی درست شده همواره یکی از مهمترین سؤالات بشر بوده است. به عبارت دیگر می‌خواهیم بدانیم که جنس ماده و انرژی موجود در جهان از چیست. امروزه مشخص شده است که آنچه ما قادریم با چشم و یا قویترین تلسکوپ‌های نجومی ببینیم (یعنی هر چیزی که در این جهان قابل رؤیت هست) تنها حدود چهار درصد (4/6%) از کل عالم را تشکیل می‌دهند. بخش اعظم آن گازهای بین کهکشانی است و تنها حدود چهار دهم درصد از کل عالم را ستارگان و سیارات و دیگر اجرام آسمانی مرئی تشکیل می‌دهند که جنس آنها برای ما مشخص است. طبق مدل استاندارد ذرات بنیادی این 4/6 درصد ذکر شده از کوارک‌ها و لپتون‌ها (مثل الکترون) ساخته

* نویسنده مسئول: b.pourhassan@du.ac.ir



می‌گیرد می‌تواند انبساط شتاب دار عالم را که توسط مشاهدات نجومی اثبات شده است [2,3]، توجیه کند. از آنجایی که ماهیت اصلی انرژی تاریک هنوز مشخص نشده است، دانشمندان فیزیک نظری مدل‌های متفاوتی برای توصیف انرژی تاریک ارائه داده‌اند. یکی از این مدل‌ها، مدل گاز چپلیگین است. بر طبق این مدل انرژی تاریک همچون سیالی جاری در تمام عالم در نظر گرفته می‌شود که معادله حالت (رابطه بین فشار با حجم یا چگالی) آن همان معادله حالت گاز چپلیگین است که حدود یکصد و ده سال پیش توسط سرگی چپلیگین، فیزیکدان روسی، در آیرودینامیک و مطالعه فشار زیر بال هواپیما مطرح گردید [4]. این یک فشار منفی است که می‌تواند هواپیما را بالا ببرد، از طرف دیگر این یک فشار منفی است که می‌تواند به گرانش بین اجرام کیهانی غلبه کرده و باعث انبساط شتابدار عالم شود. بنابراین گاز چپلیگین به عنوان مدلی برای توصیف انرژی تاریک در نظر گرفته شد [5]. پیش از آن نشان داده شده بود که چنین معادله حالتی می‌تواند از کنش نامبو-گوتو در یک حالت خاص نظریه ریسمان به دست آید [6]. پس از آن مدل‌های کاملتری از گاز چپلیگین مطرح گردید که با مشاهدات رصدی بیشتر در توافق بود و در قسمت بعدی توضیح داده می‌شود.

اکنون هدف ما در این مقاله اینست که کاملترین معادله حالت را معرفی نموده و ثابت کنیم این معادله حالت نیز قابل استخراج از نظریه ریسمان است و در واقع همه مدل‌های گاز چپلیگین را می‌توان برگرفته از نظریه ریسمان دانست.

بنابراین ابتدا در قسمت بعدی روند تکامل معادله حالت‌های گاز چپلیگین را مرور خواهیم کرد و سپس ارتباط آن با نظریه ریسمان را ذکر کرده معادله حالت مورد نظر خود را از کنش نظریه ریسمان استخراج

کوآنتومی هم می‌باشد به نظریه ریسمان معروف است [1].

در نظریه میدان کوآنتومی (یا همان مدل استاندارد ذرات بنیادی) ذرات نقطه‌گونه در فضا-زمان چهار بعدی در نظر گرفته می‌شوند ولی در نظریه ریسمان ذرات دیگر نقطه‌گونه تصور نمی‌گردند بلکه فرض می‌شود جرم یک ذره در طول یک بعد (همانند یک ریسمان) گسترده می‌گردد. اکنون تمامی ذرات بنیادی مدل استاندارد به عنوان مدهای ارتعاشی مختلف یک ریسمان معرفی می‌گردند. ریسمان‌ها به دو صورت باز (از دو انتها آزاد) و بسته (دو انتها به هم وصل می‌شود) می‌توانند وجود داشته باشند. نکته جالب توجه این است که یکی از مدهای ارتعاشی ریسمان بسته متناظر با یک ذره اسپین دو (گراویتون) است و از آنجایی که نظریه ریسمان یک نظریه کوآنتومی هم هست پس نامزدی برای نظریه گرانش کوآنتومی و در واقع متحد کننده چهار اندرکنش بنیادی است. اطلاعات بیشتر مورد نیاز درباره نظریه ریسمان را به بخش‌های آینده واگذار می‌نمایم و به بحث ابتدایی خود در مورد سهم مواد مختلف در جهان هستی باز می‌گردیم. همان‌گونه که ذکر شد، تنها حدود 4/6 درصد از عالم توسط بشر قابل دیدن است، پس بقیه 95/4 درصد عالم از چیست که به هیچ وسیله‌ای دیده نمی‌شود ولی اثرات گرانشی آن روی حرکت اجرام آسمانی مشاهده شده است. امروزه دانشمندان نام این بخش نامرئی و ناشناخته از عالم را ماده تاریک (حدود 24 درصد) و انرژی تاریک (حدود 71/4 درصد) گذاشتند. ماده تاریک از ذراتی تشکیل شده که هیچ اندرکنشی با فوتون و به طور کلی میدان الکترومغناطیسی نداشته و در نتیجه دیده نمی‌شوند. انرژی تاریک نیز نوعی از انرژی می‌باشد که هنوز ماهیت دقیق آن برای بشر مشخص نشده است. وجود این انرژی ناشناخته که بخش اعظم عالم را در بر

چگالی سیال باشد و به شکل تابعی توانی از ρ نوشته شود. یک حالت دیگر با قرار دادن $\Pi(\rho) = 0$ و $A_n = 0$ در معادله 2 به رابطه زیر می‌رسد،

$$P = -\frac{A}{\rho^\alpha} \quad 3$$

که به گاز چپلیگین تعمیم یافته معروف است [8]. یکی از امتیازات این مدل‌ها آن است که می‌تواند علاوه بر انرژی تاریک، ماده تاریک را هم توجیه کند و در واقع متحد کننده ماده تاریک و انرژی تاریک است. نوع دیگری از این مدل که به گاز چپلیگین تغییر یافته معروف است [9] می‌تواند با قرار دادن مقادیر $\Pi(\rho) = 0$ ، $w = 0$ و $n = 1$ در رابطه 2 به دست آید:

$$P = A_1 \rho - \frac{A}{\rho^\alpha} \quad 4$$

در روابط بالا، A و α ثابت‌هایی لزوماً مثبت هستند، در حالی که A_1 یک ثابت با امکان گرفتن مقدار مثبت و منفی است. البته این امکان هم وجود دارد که این ثابت‌ها (A و A_1) را به یک متغیر تغییر داد و در حالت کلی، آنها را تابعی از چگالی در نظر گرفت [10]. همین‌طور حالت خاصی از گاز چپلیگین توسعه یافته [11] با قرار دادن $\Pi(\rho) = 0$ ، $w = 0$ و $\alpha = \frac{1}{2}$ در معادله 2 به دست می‌آید در حالی که حالت کلی‌تر آن هم به صورت عددی مورد مطالعه قرار گرفته است [12]. بنابراین یکی از آخرین مدل‌های گاز چپلیگین که اخیراً معرفی گردیده، گاز چپلیگین توسعه یافته با معادله حالت زیر می‌باشد [13]،

می‌کنیم. در نهایت در بخش آخر به بحث و نتیجه‌گیری می‌پردازیم.

معادله حالت

دانشمندان فیزیک نظری در قرن بیست و یکم از معادله حالت گاز چپلیگین که با رابطه زیر داده می‌شود [7]،

$$P = -\frac{A}{\rho} \quad 1$$

استفاده نموده و با استفاده از معادلات رایج در کیهان‌شناسی به تحقیق در مورد خصوصیات عالم پرداختند و با توجه به داده‌های رصدی به تأیید، تکذیب یا تکامل مدل خود پرداختند. در رابطه بالا P فشار، ρ چگالی سیال (انرژی تاریک) می‌باشند و A یک عدد ثابت مثبت است. بر طبق این مدل فشار منفی که نتیجه آن انبساط شتابدار عالم می‌باشد قابل توجیه است. رابطه 1 به دلایل مختلف از جمله تطابق بیشتر نتایج با داده‌های تجربی دستخوش تغییراتی گردید. یکی از کامل‌ترین نتایج را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$P = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \rho^n - \frac{1}{\rho^\alpha} \left[\frac{A}{1+w} - 1 + \left(\rho^{1+\alpha} - \frac{A}{1+w} + 1 \right)^{-w} \right] - \Pi(\rho) \quad 2$$

به سادگی می‌توان بررسی کرد که با قرار دادن $\Pi(\rho) = 0$ ، $w = 0$ ، $A_n = 0$ و $\alpha = 1$ در معادله بالا به رابطه 1 می‌رسیم. $\Pi(\rho)$ جمله مربوط به چسبندگی است. یعنی اگر سیال مورد نظر را کشسان در نظر بگیریم یا به عبارت دیگر چسبندگی را در سیال، غیر قابل صرف نظر فرض کنیم باید عبارت $\Pi(\rho)$ را هم به حساب آوریم که در حالت کلی می‌تواند تابعی از

و همان گونه که قبلاً ذکر شد فشار چسبندگی برحسب توانی از چگالی نوشته شد. می توان نشان داد که جمله دوم سمت راست معادله 2 نیز می تواند به شکل چند جمله توانی از چگالی نوشته شود. بنابراین با ترکیب روابط 2 و 9 خواهیم داشت،

$$P = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \rho^n - \frac{1}{\rho^\alpha} \left[\frac{A}{1+w} - 1 + \left(1 + \rho^{1+\alpha} - \frac{A}{1+w} \right)^{-w} \right] - \sqrt{3} \xi \rho^{\frac{1}{3}} \quad 10$$

با در نظر گرفتن $\rho^{1+\alpha} - \frac{A}{1+w} \ll 1$ می توانیم رابطه 10 را به صورت زیر بنویسیم،

$$P \approx \sum_{n=1}^{\infty} A_n \rho^n - \frac{1}{\rho^\alpha} \left[\frac{A}{1+w} - w \rho^{1+\alpha} + \frac{wA}{1+w} \right] - \sqrt{3} \xi \rho^{\frac{1}{3}} \quad 11$$

که به صورت زیر مرتب می شود

$$P \approx \sum_{n=1}^{\infty} A_n \rho^n - A \rho^{-\alpha} + w \rho - \sqrt{3} \xi \rho^{\frac{1}{3}} \quad 12$$

که حالت خاصی از رابطه 6 با فرض $A_{-\alpha} = -A$ و $A_{-1} = W$ و $A_{\frac{1}{3}} = -\sqrt{3} \xi$ است در حالی که بقیه ضرایب غیر صحیح صفر هستند.

لازم است تأکید کنیم بسط کلی 6 برای تمام حالت های توانی برحسب چگالی با ضریب ثابت [16] نوشته شد و اگر به عنوان مثال برای فشار چسبندگی غیر صفر وقتی که ضریب چسبندگی تابعی لگاریتمی از چگالی باشد،

$$\xi = \xi_0 \ln \rho \quad 13$$

$$P = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \rho^n - \frac{A}{\rho^\alpha} \quad 5$$

توجه داشته باشید که تمامی معادلات بالا حالت های خاصی از معادله 2 هستند. اکنون ما می خواهیم معادله حالت کلی تری معرفی کنیم که در بر گیرنده تمام حالت های بالا باشد. ما معادله حالت سیال مورد نظر خود را به شکل زیر نوشته و آن را گاز چپلیگین تکامل یافته می نامیم،

$$P = \sum_{k \in \mathbb{Z}} A_k(z) \rho^{k(z)} \quad 6$$

با یک نگاه عمیق می توان فهمید که تمامی معادله حالت های گاز چپلیگین که پیش از این مطرح شده می تواند از از رابطه سادی 6 به دست آید. در این رابطه، k هر عدد حقیقی صحیح و غیر صحیحی را شامل می شود. به عنوان مثال، رابطه 2 را در نظر بگیرید. فشار ویسکوزیته Π معمولاً به شکل زیر نوشته می شود [14]:

$$\Pi = 3 \xi H \quad 7$$

که ξ ضریب کشسانی می باشد و می تواند یک ثابت یا تابعی از چگالی باشد (در اینجا فرض می کنیم که ضریب کشسانی یک عدد ثابت است ولی در نظر گرفتن آن به عنوان تابعی از چگالی مشکلی در کار ایجاد نمی کند)، و H پارامتر هابل می باشد که از طریق معادله فریدمن به چگالی ارتباط پیدا می کند [15]:

$$H^2 = \frac{\rho}{3} \quad 8$$

با ترکیب معادلات 7 و 8 به رابطه زیر می رسیم،

$$\Pi = \sqrt{3} \xi \rho^{\frac{1}{3}} \quad 9$$

خط می‌گویند) که می‌تواند با پارامتر زمان مشخص شود (پارامتریزه شود). ولی مسیر جاروب شده توسط یک ریسمان در فضا یک صفحه می‌باشد (به آن جهان سطح می‌گویند) که با τ و σ پارامتریزه می‌شود.

پس در اینجا دو نوع سرعت داریم، یکی مشتق مختصه نسبت به τ (که می‌تواند به‌عنوان پارامتر زمان، t در نظر گرفته شود) و دیگری مشتق مختصه نسبت به σ (که مختصه فضایی جهان سطح است). بنابراین هامیلتونی را می‌توانیم به‌شکل زیر بنویسیم:

$$H = \frac{1}{2} \int [(\partial_\tau x)^2 + (\partial_\sigma x)^2] d\sigma \quad 16$$

که $\partial_\tau x \equiv \frac{\partial x}{\partial \tau}$ و $\partial_\sigma x \equiv \frac{\partial x}{\partial \sigma}$ همان سرعت‌ها هستند، یعنی همان‌گونه که انتظار داریم، انرژی متناسب با مربع سرعت نوشته شده است. در نتیجه معادله حرکت به‌سادگی به‌دست می‌آید:

$$\partial_{\tau\tau} x - \partial_{\sigma\sigma} x = 0 \quad 17$$

مشتقات مختصه را می‌توانیم به‌صورت زیر تعبیر کنیم:

$$\partial_\tau x = v \quad 18$$

که v سرعت ریسمان است، و

$$\partial_\sigma x = f(\rho) \quad 19$$

که $f(\rho)$ تابعی از چگالی می‌باشد. اکنون با استفاده از معادلات 18 و 19 در معادله حرکت 17 و به‌کارگیری قواعد مشتق زنجیره‌ای می‌توانیم رابطه زیر را به‌دست آوریم:

$$\partial_t v + v \partial_x v - f(\rho) \partial_x f(\rho) = 0 \quad 20$$

تنها در حالت‌های خاصی می‌توانیم از این تعمیم استفاده نماییم. به‌این صورت که رابطه 13 را به‌صورت زیر می‌نویسیم،

$$\xi = \xi_0 \ln(1 + \rho - 1) \quad 14$$

و با در نظر گرفتن $\rho - 1 \ll 1$ خواهیم داشت،

$$\xi \approx \xi_0 (\rho - 1) \quad 15$$

بنابراین باز هم می‌توانیم از بسط کلی 6 استفاده کنیم. با این حال با توجه به‌اینکه در اکثر مدل‌های رایج قبلی، چسبندگی سیال تنها تابعی توانی از چگالی است، حالت خاص ذکر شده محدودیت مهمی در مدل ما ایجاد نمی‌کند.

بنابراین ما در این مقاله معادله 6 را به‌عنوان معادله حالت گاز چپلیگین تکامل یافته معرفی می‌نماییم و تحقیقات روی نتایج آن را به‌آینده موکول می‌نماییم، زیرا هدف اصلی این مقاله اینست که نشان دهیم معادله 6 همانند معادله 1 می‌تواند از نظریه ریسمان به‌دست آید [17].

رابطه با نظریه ریسمان

برای استخراج معادله حالت 6 نیاز داریم تا معادله حرکت را از هامیلتونی به‌دست آوریم. در مورد یک ذره نقطه گونه می‌دانیم که انرژی به‌صورت $\frac{1}{2}mv^2$ نوشته می‌شود که سرعت v مشتق مختصه نسبت به زمان است. اما همان‌گونه که در ابتدا ذکر شد، ریسمان همان ذره نقطه‌گونه است که جرمش در یک بعد گسترده شده است پس نسبت به ذره نقطه‌گونه به‌یک مختصه بیشتر نیاز است. به‌عبارت دیگر وقتی یک ذره نقطه‌گونه در فضا حرکت می‌کند مسیرش یک خط است (به‌آن جهان

واقع برای اینکه مدل کاملی داشته باشیم ترکیبی از تمام آنها نیاز است) همان معادله 6 است که به معادله حالت گاز چپلیگین تکامل یافته نام گذاری شد. بنابراین نشان دادیم که این معادله حالت همانند نسخه‌های ابتدایی آن چگونه می‌تواند از نظریه ریسمان به دست آید و در واقع منشاء سیالی به نام گاز چپلیگین که نامزدی برای توصیف انرژی و ماده تاریک بوده، نظریه ریسمان است.

بحث و نتیجه گیری

به طور خلاصه دستاورد این مقاله را می‌توان اینگونه بیان کرد که معادله حالت گاز چپلیگین تکامل یافته به عنوان یک سیستم بس‌ذره‌ای می‌تواند توصیف کننده سیالی باشد که نامزدی برای انرژی و ماده تاریک عالم است و این معادله حالت کاملاً با معادلات نظریه ریسمان در تطابق است. اکنون سؤالی که ایجاد می‌شود این است که این مدل چقدر کارایی دارد و چقدر می‌تواند با مشاهدات تجربی تطابق داشته باشد. برای فهمیدن این موضوع مطالعات جامع و کاملی نیاز است که برنامه تحقیقات آینده می‌باشد. در صورت تأیید شدن مدل چپلیگین تکامل یافته تمامی مدل‌ها و معادلات حالت متعدد به کار گرفته شده در تحقیقات قبلی متحد شده و به یک شکل واحد نوشته می‌شود که از مزایای مدل مطرح شده می‌باشد. لازم به ذکر است که مدل قبلی یعنی گاز چپلیگین توسعه یافته نیز اولین بار توسط نویسنده این مقاله و همکاران معرفی گردیده و نتایج کیهان شناسی بر پایه آن مدل در مراجع [11-13] به چاپ رسیده‌اند. به عنوان مثال می‌توان مدل گاز چپلیگین تکامل یافته را در نظریه‌های مختلف گرانشی

از طرفی می‌دانیم که معادله اولر در مکانیک سیالات به شکل زیر است:

$$\partial_t v + v \partial_x v + \partial_x W = 0 \quad 21$$

که تغییرات کار انجام شده $(\partial_x W)$ برابر است با تغییرات فشار بر چگالی، یعنی

$$\partial_x W = \frac{\partial_x P}{\rho} \quad 22$$

با قرار دادن رابطه 22 در 21 و مقایسه با معادله 20 می‌فهمیم:

$$\partial_x P = -\rho f(\rho) \partial_x f(\rho) \quad 23$$

یک جواب صریح معادله بالا به ازای $f(\rho) = \frac{1}{\rho}$ و $P = -\frac{1}{\rho}$ به دست می‌آید که همان معادله 1 با $A = 1$ یا معادله 6 با $k = -1$ و $A_{-1} = 1$ می‌باشد. جواب کلی معادله 23 را با یک تغییر متغیر به شکل $\rho = x$ به صورت زیر می‌نویسیم:

$$f(x) = \left[\sum \frac{2nA_n}{n-1} x^{n-1} \right]^{\frac{1}{2}} \quad 24$$

که نتیجه می‌دهد:

$$\partial_x P = -\partial_x \sum A_n \rho^n \quad 25$$

اکنون با یک تغییر $k \rightarrow n$ و $n \rightarrow -A_k$ به عبارت زیر می‌رسیم:

$$P = \sum A_k \rho^k \quad 26$$

که با فرض این که k یک عدد حقیقی می‌باشد (می‌تواند مثبت، منفی، صحیح و غیر صحیح باشد و در

[8] M.C. Bento, O. Bertolami, A.A. Sen, Generalized Chaplygin gas, accelerated expansion, and dark-energy-matter unification, *Physical Review D* **66** (2002) 043507

[9] U. Debnath, A. Banerjee, S. Chakraborty, Role of Modified Chaplygin Gas in Accelerated Universe, *Class. Quant. Grav.* **21** (2004) 5609.

[10] Z-K Guo, Y-Z Zhang, Cosmology with a Variable Chaplygin Gas, *Physics Letters B* **645** (2007) 326-329

[11] B. Pourhassan, E.O. Kahya, FRW Cosmology with the Extended Chaplygin Gas, *Advances in High Energy Physics* **2014** (2014) 231452

[12] E.O. Kahya, M. Khurshudyan, B. Pourhassan, R. Myrzakulov, A. Pasqua, Higher order corrections of the extended Chaplygin gas cosmology with varying G and Λ , *The European Physical Journal C* **75** (2015) 43

[13] B. Pourhassan, E.O. Kahya, Extended Chaplygin gas model, *Results in Physics* **4** (2014) 101.

[14] X-h Zhai, Y-d Xu, X-z Li, Viscous generalized Chaplygin gas, *The International Journal of Modern Physics D* **15** (2006) 1151.

[15] S. Chen, G.W. Gibbons, Y. Li, Y. Yang, Friedmann's equations in all dimensions and Chebyshev's theorem, *JCAP* **1412** (2014) 035

[16] M. Hu, X.H Meng, Bulk viscous cosmology: statefinder and entropy, *Physics Letters B* **635** (2006) 186

[17] N. Ogawa, Remark on the classical solution of the Chaplygin gas as d-branes, *Physical Review D* **62** (2000) 085023

مورد بررسی قرار داد [18]. اکنون برای اولین بار مدل چپلیگین تکامل یافته مطرح گردیده که پیامدهای کیهان‌شناسی آن قابل بررسی است. به‌عنوان مثال قبلاً اثر انرژی تاریک دینامیک روی خوشه‌های کپکشانی مورد مطالعه قرار گرفته است [19]، حال می‌توان گاز چپلیگین تکامل یافته را به‌عنوان انرژی تاریک دینامیک در نظر گرفت و نتایج را مقایسه کرد.

مرجع‌ها

[1] M. Green, J. Schwarz, E. Witten, *Superstring Theory*, Vols. 1 and 2 (Cambridge, 1987).

[2] A.G. Riess et al., Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant, *Astronomical Journal* **116** (1998) 1009.

[3] S. Perlmutter et al., Measurements of Omega and Lambda from 42 High-Redshift Supernovae, *Astrophysical Journal* **517** (1999) 565.

[4] S. Chaplygin, On gas jets, *Scientific Members of Moscow University Mathematical Physics* **21** (1904) 1.

[5] V. Gorini, A. Kamenshchik, U. Moschella, Can the Chaplygin gas be a plausible model for dark energy?, *Physical Review D* **67** (2003) 063509.

[6] M. Bordemann, J. Hoppe, The Dynamics of Relativistic Membranes I: Reduction to 2-dimensional Fluid Dynamics, *Physics Letters B* **317** (1993) 315.

[7] A. Dev, J.S. Alcaniz, D. Jain, Cosmological consequences of a Chaplygin gas dark energy, *Physical Review D* **67** (2003) 023515

- [19] بهنام پورحسن، اثر انرژی تاریک روی ترمودینامیک و مکانیک آماری خوشه‌های کهکشانی، *مجله پژوهش سیستم‌های بس‌ذره‌ای* **8** (1397) 59.
- [18] B. Pourhassan, Extended Chaplygin gas in Horava–Lifshitz gravity, *Physics of the Dark Universe* **13** (2016) 132.
- [19] B. Pourhassan, Effect of Dark Energy on the Thermodynamics and Statistical Mechanics of Galaxy Clustering, *Journal of Research on Many-body Systems* **8** 18 (1397) 59