

Cosmological implications of vacuum energy in Rastall theory

Shayesteh Ghaffari*

Research Institute for Astronomy and Astrophysics of Maragha (RIAAM), University of Maragheh, P.O. Box 55136-553, Maragheh, Iran

Received: 25.02.2020 Final revised: 26.05.2020 Accepted: 21.09.2020

DOI: [10.22055/JRMBS.2020.15929](https://doi.org/10.22055/JRMBS.2020.15929)

Abstract

In this paper, we study the cosmic evolution of the holographic dark energy (HDE) model with the Hubble radius as the IR cut-off in the Rastall theory and study its dynamical behavior by two different approaches. In the first approach, we consider the vacuum energy as a candidate for dark energy, HDE, by using Cohen formulation. In the second approach we assume DE as a combination of the Rastall term and vacuum energy. We calculate the cosmological parameters, such as: equation of state, deceleration and the dimensionless density parameters of the models in both non-interacting and interacting cases for both approaches.

Our studies show that, in the first approach, HDE model in Rastall gravity can explain the current accelerated Universe even without considering interaction between two dark sectors. But the dimensionless density parameter model becomes a constant. Therefore, we introduce the second approach that its dimensionless density parameter is dynamic and its evolution behavior is in agreement with the recent observational data. We have also found that in this model the Universe has a transition from the decelerated phase to accelerated phase at the redshift $z \approx 0.6$ which is in the agreement with the cosmological observation. Also, we investigate the classical stability of the model and find that the model in the second approach can be stable for some values of parameters which is unlike the first approach.

Keywords: Holographic dark energy, Accelerated Universe, Rastall theory

پیامدهای کیهان‌شناسی انرژی خلاء در نظریه راستال

شایسته غفاری*

گروه پژوهشی نجوم و اخترفیزیک نظری و تجربی، مرکز تحقیقات نجوم و اخترفیزیک، دانشگاه مراغه، مراغه، ایران

*Corresponding Author: sh.ghaffari@maragheh.ac.ir

* نویسنده مسئول: sh.ghaffari@maragheh.ac.ir



دریافت: ۱۳۹۸/۱۲/۰۶ ویرایش نهائی: ۱۳۹۹/۰۳/۰۶ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۶/۳۱

DOI: [10.22055/JRMBS.2020.15929](https://doi.org/10.22055/JRMBS.2020.15929)

چکیده

در این مقاله، مدل انرژی تاریک هولوگرافیک با قطع زیر قرمز^۱ هابل را در نظریه راستال در نظر گرفته و رفتار دینامیکی آن را در دو رهیافت بررسی می‌کنیم. در رهیافت اول، انرژی خلاء را با استفاده از فرمول بندی کوهن به‌عنوان کاندیدی برای انرژی تاریک (انرژی تاریک هولوگرافیک) در نظر می‌گیریم و پارامترهای کیهان‌شناسی مدل را در دو حالت وجود برهم‌کنش و بدون حضور برهم‌کنش بین ماده تاریک و انرژی تاریک بررسی می‌کنیم. مطالعات ما نشان می‌دهد که با در نظر گرفتن انرژی خلاء به‌عنوان انرژی تاریک هولوگرافیک، علیرغم توصیف انبساط شتابدار جهان، پارامتر بدون بعد چگالی انرژی تاریک هولوگرافیک ثابت می‌باشد و همچنین مدل، در حالت بدون برهم‌کنش، همواره دارای ناپایداری کلاسیکی است. از اینرو رهیافت دوم را معرفی می‌کنیم که در آن مجموع انرژی خلاء و جمله راستال را به‌عنوان کاندیدی برای انرژی تاریک در نظر می‌گیریم و رفتار کیهانی مدل را بررسی می‌کنیم. بررسی‌های ما نشان می‌دهد که در این حالت در مدل در نظر گرفته شده پارامتر بدون بعد چگالی انرژی تاریک هولوگرافیک دینامیک می‌باشد. همچنین این مدل، انبساط تند شونده جهان را به‌خوبی توصیف کرده و در این حالت عالم از یک دوره با شتاب کند شونده وارد یک دوره با شتاب تند شونده می‌شود که این نتایج مطابق با مشاهدات اخیر کیهان‌شناسی می‌باشد. همچنین در رهیافت دوم مدل ارائه شده برای برخی مقادیر از کمیت‌های مدل، می‌تواند دارای پایداری کلاسیکی باشد.

کلیدواژگان: مدل انرژی تاریک هولوگرافیک، انبساط شتابدار، نظریه راستال

مقدمه

دیگران [۵] با استفاده از نظریه میدان‌های کوانتومی یک رابطه جدید بین آنتروپی سیستم (S) با طول قطع‌های بلند برد (Λ) و کوتاه برد (L) را ارائه کردند که در نهایت منجر به رابطه زیر شد [۵-۱۰]

$$\rho_{\Lambda} \propto \frac{S}{\Lambda^4} \quad ۱$$

که در اینجا $\rho_{\Lambda} \propto \Lambda^4$ چگالی انرژی خلاء می‌باشد. با استفاده از این نظریه مطرح شده در کیهان‌شناسی یک مدل انرژی تاریک به‌نام انرژی تاریک هولوگرافیک ارائه شده است که چگالی انرژی تاریک هولوگرافیک به‌صورت زیر می‌باشد

مشاهدات کیهان‌شناسی اخیر نشان دهنده انبساط شتابدار جهان می‌باشند [۱-۳]. در چارچوب نسبیت عام، یک انرژی ناشناخته با فشار منفی، به‌نام انرژی تاریک^۲، مسئول این انبساط شتابدار است. اگر چه ماهیت انرژی تاریک هنوز ناشناخته است اما مدل‌های زیادی برای آن معرفی شده‌اند. اولین و ساده‌ترین مدل، مدل انرژی تاریک ثابت کیهان‌شناسی^۳ است. اما این مدل دارای مشکلاتی از قبیل مشکل میزان سازی دقیق^۴ و مشکل انطباق^۵ می‌باشد [۴]. یکی دیگر از مدل‌های پیشنهاد شده، مدل انرژی تاریک هولوگرافیک^۶ است که بر اساس نظریه میدان‌های کوانتومی^۷ می‌باشد. کوهن و

¹ Cut-off

² Drak Energy

³ Cosmological Constant

⁴ Fine-tuning problem

⁵ Coincidence problem

⁶ Holographic Dark Energy

⁷ Quantum Field Theory



بدون برهم‌کنش بین مادهٔ تاریک و انرژی تاریک، پارامترهای کیهان‌شناسی را برای مدل انرژی تاریک هولوگرافیک با قطع زیر قرمز هابل محاسبه می‌کنیم و برای بررسی بیشتر نمودارهای مربوط را رسم می‌کنیم. در بخش چهارم رهیافت جدیدی را معرفی خواهیم کرد که در آن مجموع انرژی خلاء و جمله راستال را به‌عنوان کاندیدی برای انرژی تاریک در نظر گرفته و مانند بخش سوم رفتار پارامترهای کیهان‌شناسی مربوط به آن را بررسی خواهیم کرد. بخش آخر نیز به نتیجه‌گیری اختصاص داده شده است.

نظریه راستال و مدل انرژی تاریک هولوگرافیک

باتوجه به این که مشاهدات WMAP نشان دهنده این است که جهان از نظر هندسی به‌صورت تخت می‌باشد [۱۷] از اینرو ما نیز عالم تخت را در نظر می‌گیریم. سنجه^۳ فریدمان-لمارت-رابرتسون-واکر^۴ (FLRW) برای یک جهان تخت عبارت است از [۱۵]

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)(dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2(\theta)d\phi^2)), \quad 3$$

که در اینجا $a(t)$ ضریب مقیاس^۵ می‌باشد. معادلات میدان در نظریهٔ راستال عبارت است از [۱۵]

$$G_{\mu\nu} + \kappa\lambda g_{\mu\nu}R = -\kappa T_{\mu\nu}$$

که $G_{\mu\nu}$ تانسور اینشتین^۶، $T_{\mu\nu}$ تانسور تکانه-انرژی^۷ و R عدد ریچی^۸ می‌باشند.

با استفاده از حل معادلات میدان راستال، معادلات فریدمان در نظریهٔ راستال به‌صورت زیر ارائه می‌شود [۱۵، ۱۸]

$$\rho_\Lambda = \frac{3c^2 M_p^2}{L^2}, \quad 2$$

که c یک کمیت بدون بعد ثابت و L طول قطع ریز قرمز می‌باشند. با توجه به انتخاب قطع زیر قرمز، مدل‌های مختلفی از انرژی تاریک هولوگرافیک بررسی شده است [۷-۱۲]. ساده‌ترین انتخاب برای قطع زیر قرمز شعاع هابل^۱ است اما در نظر گرفتن قطع زیر قرمز هابل در چارچوب استاندارد کیهان‌شناسی، بدون وجود برهم‌کنش بین مادهٔ تاریک و انرژی تاریک، نتایج قابل قبولی را ارائه نمی‌دهد [۱۳].

یکی از بنیان‌های اساسی در نظریهٔ نسبیت عام پایستگی تانسور انرژی-تکانه در فضا-زمان خمیده می‌باشد. همچنین یکی دیگر از رهیافت‌ها برای توصیف انبساط شتابدار عالم تعمیم نظریهٔ نسبیت عام اینشتین می‌باشد. مطابق نظریهٔ راستال^۲، که تعمیم یافتهٔ نظریهٔ نسبیت عام اینشتین است، فضا-زمان و ماده به‌صورت غیرکیمنه جفت شده‌اند و در نتیجه پایستگی تانسور انرژی-تکانه برقرار نمی‌باشد [۱۴]. نظریهٔ راستال تا مرتبهٔ خطی اختلال کاملاً مطابق با کیهان‌شناسی استاندارد می‌باشد. تمایز بین کیهان‌شناسی استاندارد و نظریهٔ راستال در نظریهٔ اختلال غیر خطی نشان داده شده است [۱۵]. همچنین در نظریهٔ راستال نشان داده شده است که جملهٔ راستال می‌تواند دورهٔ تورم اولیهٔ جهان را توجیه کند [۱۶].

در این مقاله به بررسی مدل انرژی تاریک هولوگرافیک در نظریهٔ راستال می‌پردازیم. در بخش بعدی معادلات فریدمان در نظریهٔ راستال را بیان می‌کنیم و با استفاده از آنتروپی افق در نظریهٔ راستال معادلهٔ چگالی انرژی تاریک هولوگرافیک را در این نظریه به‌دست خواهیم آورد. در بخش سوم برای هر دو حالت برهم‌کنشی و

⁵ Scale Factor

⁶ Einstein Tensor

⁷ Energy-Momentum Tensor

⁸ Ricci scalar

¹ Hubble Radius

² Rastall

³ Metric

⁴ Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker

آنتروپی افق در نظریه راستال به صورت

$$S = \frac{6\eta - 1}{4\eta - 1} \frac{A}{4G}$$
 می‌باشد [۱۹] که با استفاده از قضیه
 انرژی تاریک هولوگرافیک، چگالی انرژی تاریک
 هولوگرافیک برای قطع زیر قرمز هابل $L = H^{-1}$ در
 نظریه راستال را به صورت زیر به دست می‌آوریم

$$\rho_\Lambda = \frac{3B}{8\pi G} \left(\frac{6\eta - 1}{4\eta - 1} \right) H^2, \quad ۱۱$$

که B یک کمیت ثابت است.

رهیافت اول

در این بخش مدل انرژی خلاء را به عنوان کاندیدی
 برای انرژی تاریک در نظر گرفته که با استفاده از فرمول
 بندی کوهن این انرژی خلاء به صورت انرژی تاریک
 هولوگرافیک خواهد بود. اگر چگالی بحرانی را
 به صورت $\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G}$ در نظر بگیریم کمیت‌های
 بدون بعد چگالی انرژی را می‌توان به صورت زیر
 تعریف کرد

$$\Omega_m = \frac{\rho_m}{\rho_c}, \quad \Omega_\eta = \frac{\rho_\eta}{\rho_c} = \frac{2\eta\dot{H}}{H^2}, \quad ۱۲$$

$$\Omega_\Lambda = \frac{\rho_\Lambda}{\rho_c} = \frac{B(6\eta - 1)}{4\eta - 1}.$$

آن‌گاه از معادله اول فریدمان ۷ داریم

$$1 = \frac{4\eta - 1}{6\eta - 1} (\Omega_m + \Omega_\Lambda) + \Omega_\eta + 4\eta. \quad ۱۳$$

از دو طرف Ω_η در معادله ۱۲ نسبت به زمان مشتق
 می‌گیریم

$$\dot{\Omega}_\eta = 2\eta \left(\frac{\ddot{H}}{H^2} - \frac{2\dot{H}^2}{H^3} \right). \quad ۱۴$$

با استفاده از معادلات ۷، ۱۰، ۱۱ و ۱۳ می‌توان پارامتر
 معادله حالت را به دست آورد

$$\omega_\Lambda = \frac{1}{3\eta B} (\Omega_\eta (3\eta - 1) + 3\eta(4\eta - 1)). \quad ۱۵$$

$$(12\kappa\lambda - 3)H^2 + 6\kappa\lambda\dot{H} = -\kappa\rho, \quad ۴$$

$$(12\kappa\lambda - 3)H^2 + (6\kappa - 2)\lambda\dot{H} = \kappa p,$$

که $H = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}$ پارامتر هابل، ρ چگالی انرژی ماده

موجود در جهان، p فشار ماده و κ ثابت گرانش در
 راستال و λ کمیت راستال می‌باشد که عبارتند از

$$\kappa = \frac{4\eta - 1}{6\eta - 1} k_G, \quad \lambda = \frac{\eta(6\eta - 1)}{(4\eta - 1)k_G}, \quad ۵$$

که $k_G = 8\pi G$ ثابت گرانش اینشتین و η یک کمیت
 ثابت بدون بعد می‌باشند. معادله پیوستگی حاکم بر ماده
 موجود در عالم در نظریه راستال به صورت زیر می‌باشد

[۱۶، ۱۸]

$$\left(\frac{3\eta - 1}{4\eta - 1} \right) \dot{\rho} + \left(\frac{3\eta}{4\eta - 1} \right) \dot{p} + 3H(\rho + p) = 0. \quad ۶$$

فرض می‌کنیم عالم شامل یک ماده بدون فشار
 $(p_m = 0)$ با چگالی ρ_m و انرژی تاریک با چگالی
 ρ_Λ و فشار p_Λ می‌باشد، در این صورت
 معادلات فریدمان ۴ به صورت بازنویسی می‌شوند

$$(12\eta - 3)H^2 + 6\eta\dot{H} = \frac{4\eta - 1}{1 - 6\eta} k_G (\rho_m + \rho_\Lambda), \quad ۷$$

$$(12\eta - 3)H^2 + (6\eta - 2)\dot{H} = \frac{4\eta - 1}{6\eta - 1} k_G p_\Lambda.$$

با استفاده از دو معادله بالا داریم

$$\dot{H} = \left(\frac{4\eta - 1}{2(1 - 6\eta)} \right) k_G (\rho_m + \rho_\Lambda + p_\Lambda). \quad ۸$$

بدون حضور برهم‌کنش بین مؤلفه‌های ماده موجود در
 عالم، معادله پیوستگی ۶ برای هر یک از مؤلفه‌های ماده
 تاریک و انرژی تاریک به ترتیب عبارتند از

$$\left(\frac{3\eta - 1}{4\eta - 1} \right) \dot{\rho}_m + 3H\rho_m = 0 \Rightarrow \rho_m = \rho_{m_0} a^{\frac{3(1-4\rho)}{3\eta-1}}. \quad ۹$$

$$\left(\frac{3\eta - 1}{4\eta - 1} \right) \dot{\rho}_\Lambda + \left(\frac{3\eta}{4\eta - 1} \right) \dot{p}_\Lambda + 3H(\rho_\Lambda + p_\Lambda) = 0. \quad ۱۰$$

که ρ_{m_0} ثابت انتگرال‌گیری است.

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که در بررسی پایداری کلاسیکی با استفاده از مجذور سرعت صوت، اگر $v_s^2 < 0$ باشد به این معنی است که اختلال ایجاد شده در چگالی انرژی زمینه یک تابع نوسانی نیست و ممکن است با گذشت زمان رشد کند و یا میرا شود و بنابراین یک ناپایداری کلاسیکی در مقابل اختلال ایجاد می‌شود. اگر $v_s^2 > 0$ باشد به این معنی است که اختلال ایجاد شده در انرژی زمینه در محیط منتشر می‌شود و از اینرو در مقابل اختلال ایجاد شده که پایداری کلاسیکی وجود دارد [۲۰].

مجذور سرعت صوت برای انرژی تاریک با چگالی انرژی خلاء ρ_Λ و فشار p_Λ را می‌توان به صورت زیر نوشت [۲۰]

$$v_s^2 = \frac{dp}{d\rho} = \frac{\dot{p}_\Lambda}{\dot{\rho}_\Lambda} = \omega_\Lambda + \dot{\omega}_\Lambda \frac{\rho}{\dot{\rho}} \quad (17)$$

از رابطه ۱۵ نسبت به زمان مشتق می‌گیریم

$$\dot{\omega}_\Lambda = \frac{3\eta - 1}{3\eta B} \dot{\Omega}_\eta \quad (18)$$

حالت بدون برهم کنش

از دو طرف معادله اول فریدمان ۷ نسبت به زمان مشتق می‌گیریم و سپس روابط ۹، ۱۱، ۱۲ و ۱۳ را در آن جای گذاری می‌کنیم

$$\frac{\dot{H}}{H^3} = \frac{4\eta - 1}{2\eta(1 - 6\eta)} \left[\frac{3\Omega_\eta(6\eta - 1)}{3\eta - 1} + (\Omega_\Lambda + 6\eta - 1) \left(\frac{\Omega_\eta}{\eta} + \frac{3(4\eta - 1)}{3\eta - 1} \right) \right] \quad (19)$$

از ترکیب روابط ۱۲، ۱۴ و ۱۹ داریم

$$\Omega'_\eta = \frac{\dot{\Omega}_\eta}{H} = \frac{4\eta - 1}{1 - 6\eta} \left[\frac{3\Omega_\eta(6\eta - 1)}{3\eta - 1} + (\Omega_\Lambda + 6\eta - 1) \left(\frac{\Omega_\eta}{\eta} + \frac{3(4\eta - 1)}{3\eta - 1} \right) \right] - \frac{\Omega_\eta^2}{\eta} \quad (20)$$

پرایم مشتق نسبت به $x = \ln a$ می‌باشد. رفتار کمیت بدون بعد چگالی انرژی Ω_η ، در شکل ۱ رسم شده

و همچنین با استفاده از تعریف ۱۲ برای پارامتر شتاب کاهنده داریم

$$q = -1 - \frac{\dot{H}}{H^2} = -1 - \frac{\Omega_\eta}{2\eta} \quad (16)$$

روابط پارامتر معادله حالت (۱۵) و شتاب کاهنده ۱۶ برای هر دو حالت در حضور و بدون وجود برهم کنش بین ماده تاریک و انرژی تاریک هولوگرافیک یکسان می‌باشند.

در ادامه می‌خواهیم پایداری کلاسیکی مدل را بررسی کنیم. یک روش ساده، برای بررسی پایداری کلاسیکی مدل انرژی تاریک، استفاده از بررسی علامت مجذور سرعت صوت (v_s^2) می‌باشد [۲۰]. در نظریه اختلال خطی، چگالی انرژی مختل شده زمینه را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\rho(t, x) = \rho(t) + \delta\rho(t, x),$$

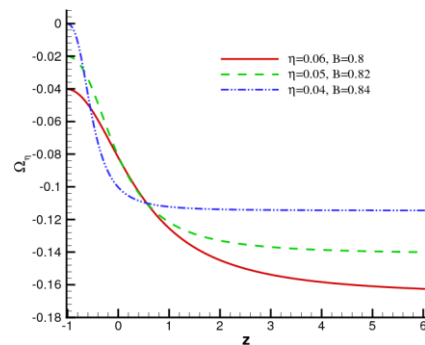
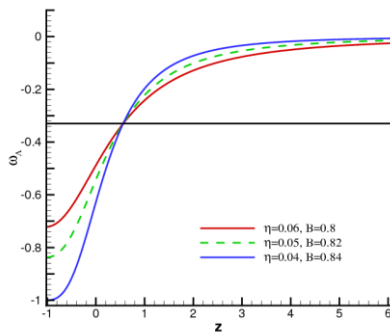
که ρ_0 چگالی انرژی مختل نشده زمینه است. با استفاده از معادله پایستگی انرژی ($\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0$) می‌توان نوشت

$$\delta\ddot{\rho} = v_s^2 \nabla^2 \delta\rho(t, x).$$

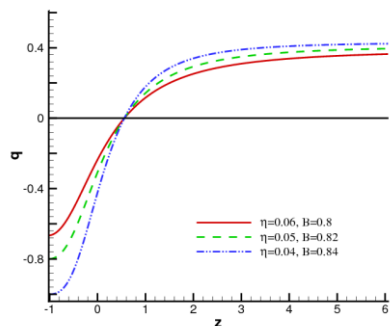
جواب معادله فوق به صورت $\delta\rho = \delta\rho_0 e^{-i(\omega t - k \cdot x)}$ است که ω بسامد نوسان ($\omega^2 = k^2 v_s^2 - 4\pi G \rho_0$) و k عدد موج می‌باشند.

برای مقادیر مثبت مجذور سرعت صوت ($v_s^2 > 0$) بسامد نوسان یک مقدار حقیقی است و معادله فوق یک معادله موج منظم است که نشان‌دهنده یک موج منتشر شونده ($\delta\rho = \delta\rho_0 e^{-i\omega t + ik \cdot x}$) در محیط می‌باشد. برای مقادیر منفی مجذور سرعت صوت ($v_s^2 < 0$) بسامد نوسان یک کمیت کاملاً موهومی است بنابراین اختلال در محیط رشد خواهد کرد ($\delta\rho = \delta\rho_0 e^{\omega t + ik \cdot x}$) از اینرو نتیجه می‌گیریم برای $v_s^2 < 0$ ناپایداری کلاسیکی برقرار است.

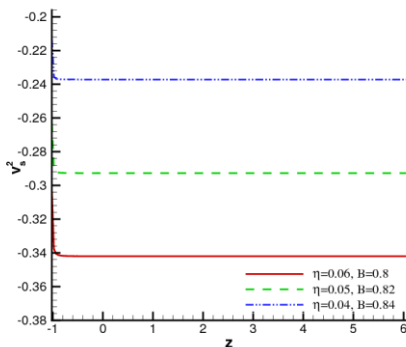
هولوگرافیک در حالت بدون برهم‌کنش در نظریه راستال همواره ناپایدار است.



شکل ۱. نمودار تحول Ω_η برای انرژی تاریک هولوگرافیک بدون برهم‌کنش در نظریه راستال.



شکل ۲. نمودار پارامتر معادله حالت ω_Λ شتاب کاهنده q برحسب قرمزگرایی، برای مدل انرژی تاریک هولوگرافیک بدون برهم‌کنش در نظریه راستال.



شکل ۳. مجذور سرعت صورت v_s^2 برحسب قرمزگرایی z برای مدل انرژی تاریک هولوگرافیک بدون برهم‌کنش.

در حضور برهم‌کنش

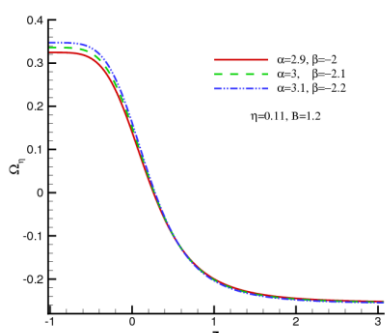
مشاهدات اخیر کیهان‌شناسی نشان‌دهنده وجود برهم‌کنش بین ماده تاریک و انرژی تاریک می‌باشد [۲۳-۲۵]، که در نظر گرفتن برهم‌کنش بین ماده تاریک و انرژی تاریک یکی از روش‌های حل مشکل انطباق

است. مقادیر کمیت‌های η و B به گونه‌ای در نظر گرفته شده است که، با توجه به رابطه ۱۲، مقدار $0.68 < \Omega_\Lambda < 0.75$ باشد. نمودار تحول پارامتر معادله حالت ω_Λ و شتاب کاهنده q برحسب قرمزگرایی z در شکل ۲ نشان داده شده است همان‌طور که مشاهده می‌شود مدل انرژی تاریک هولوگرافیک در نظریه راستال انبساط شتابدار جهان را توجیه کرده و جهان در قرمزگرایی $z \approx 0.6$ از یک دوره با انبساط کند شونده وارد دوره‌ای با انبساط تند شونده می‌شود. که این منطبق با نتایج به دست آمده از مشاهدات کیهان‌شناسی می‌باشد [۲۲]. با استفاده از جای‌گذاری روابط ۱۱، ۱۵، ۱۸، ۱۹ و ۲۰ در رابطه ۱۷، می‌توانیم مجذور سرعت صوت را در این حالت محاسبه کنیم

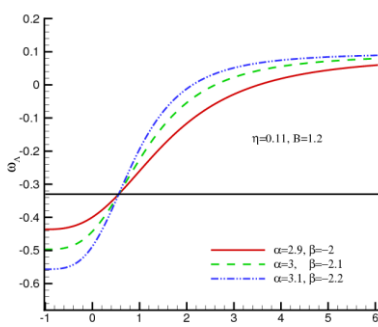
$$v_s^2 = \frac{4\eta - 1}{B} + \frac{4\eta - 1}{3B\eta(1 - 6\eta)\Omega_\eta} \times [(\Omega_\Lambda + 6\eta - 1)(3\eta(4\eta - 1) + (3\eta - 1)\Omega_\eta) + 3\eta(6\eta - 1)\Omega_\eta]. \quad (21)$$

برای بررسی پایداری کلاسیکی مدل انرژی تاریک هولوگرافیک بدون وجود برهم‌کنش نمودار مجذور سرعت صوت را در شکل ۳ رسم کرده‌ایم. همان‌طور که از شکل مشاهده می‌شود برای این مدل همواره $v_s^2 < 0$ می‌باشد، بنابراین مدل انرژی تاریک

نمودار تحول $\Omega_\eta(z)$ برای مقادیر مختلف پارامترهای α و β در شکل ۴ نشان داده شده است، مقدار اولیه به صورت $\Omega_\Lambda(z=0) = 0.73$ می‌باشد. همچنین ما رفتار پارامتر معادله حالت ω_Λ و شتاب کاهنده q برحسب z ، برای مدل انرژی تاریک هولوگرافیک برهم‌کنشی در نظریهٔ راستال را در شکل ۵ رسم نموده‌ایم. نمودار نشان می‌دهد که این مدل، انبساط شتابدار جهان در حال حاضر و آینده را توصیف می‌کند و در قرمز گرایی در بازه $0.5 < z < 0.9$ از دوره با انبساط شتابدار کند شونده وارد دوره‌ای با انبساط شتابدار تند شونده خواهد شد. همچنین پارامتر معادله حالت نمی‌تواند وارد ناحیهٔ فانتوم شود و همواره $\omega_\Lambda > -1$ می‌باشد.



شکل ۴. تحول $\Omega_\eta(z)$ برای مدل انرژی تاریک هولوگرافیک برهم‌کنشی. مقدار اولیه به صورت $\Omega_\Lambda(z=0) = 0.73$ در نظر گرفته شده است.



در کیهان‌شناسی می‌باشد [۲۶]. در این بخش برهم‌کنش بین مادهٔ تاریک و انرژی تاریک هولوگرافیک را در نظر می‌گیریم. در حضور برهم‌کنش بین مؤلفه‌های تاریک کیهان، چگالی مادهٔ تاریک و انرژی تاریک هریک به صورت جداگانه پایسته نخواهند بود و روابط پایستگی برای مادهٔ تاریک و انرژی تاریک در نظریه راستال، به ترتیب به صورت زیر خواهند بود

$$\left(\frac{3\eta-1}{4\eta-1}\right)\dot{\rho}_m + 3H\rho_m = Q, \quad (21)$$

۲۲

$$\left(\frac{3\eta-1}{4\eta-1}\right)\dot{\rho}_\Lambda + \left(\frac{3\eta}{4\eta-1}\right)\dot{p}_\Lambda + 3H(\rho_\Lambda + p_\Lambda) = -Q,$$

که Q جمله برهم‌کنشی است و آن را به صورت $Q = H(\alpha\rho_m + \beta\rho_\Lambda)$ در نظر می‌گیریم که α و β ضرایب جفت‌شدگی می‌باشند [۱۴]. با استفاده از روابط ۱۱، ۱۲ و ۲۱ و مشتق معادلهٔ فریدمان ۷ می‌توان نوشت

$$\frac{\ddot{H}}{H^3} = \frac{4\eta-1}{2\eta(1-6\eta)} \left[\frac{\Omega_\eta(\alpha-3)(6\eta-1)}{1-3\eta} + (\Omega_\Lambda + 6\eta-1) \left(\frac{\Omega_\eta}{\eta} + \frac{(\alpha-3)(4\eta-1)}{1-3\eta} \right) \right] + \frac{(4\eta-1)\beta\Omega_\Lambda}{3\eta-1}. \quad (23)$$

از ترکیب کردن روابط ۱۲، ۱۴ و ۲۳ می‌توانیم معادلهٔ تحول پارامتر بدون چگالی را برای انرژی تاریک هولوگرافیک در حضور برهم‌کنش به دست آوریم

$$\Omega'_\eta = \frac{4\eta-1}{2\eta(1-6\eta)} \left[\frac{\Omega_\eta(\alpha-3)(6\eta-1)}{1-3\eta} + (\Omega_\Lambda + 6\eta-1) \left(\frac{\Omega_\eta}{\eta} + \frac{(\alpha-3)(4\eta-1)}{1-3\eta} \right) \right] + \frac{(4\eta-1)\beta\Omega_\Lambda}{3\eta-1} - \frac{\Omega_\eta^2}{\eta}. \quad (24)$$

رهیافت دوم

در رهیافت اول که انرژی خلاء را به‌عنوان مدلی برای انرژی تاریک در نظر گرفتیم پارامتر بدون بعد چگالی انرژی تاریک هولوگرافیک (Ω_Λ) ثابت می‌باشد و همچنین، در حالت بدون برهم‌کنش بین ماده تاریک و انرژی تاریک همواره دارای ناپایداری کلاسیکی است. از طرفی نشان داده شده است که در نظریه راستال جمله راستال می‌تواند تورم اولیه کیهان را توجیه کند [۱۶]. بنابراین در این بخش فرض می‌کنیم که انرژی تاریک به صورت مجموع جمله راستال و انرژی خلاء می‌باشد. که در این حالت پارامتر بدون بعد چگالی انرژی تاریک (Ω_D) دینامیک خواهد بود. در این صورت می‌توان

معادلات فریدمان را به صورت زیر بازنویسی کرد

$$\begin{aligned} H^2 &= \kappa(\rho_m + \rho_D), \\ H^2 + \frac{2}{3}\dot{H} &= -\frac{\kappa}{3}p_D. \end{aligned} \quad (26)$$

که چگالی انرژی و فشار انرژی تاریک عبارتند از

$$\rho_D = \rho_\Lambda + \frac{6\eta(6\eta-1)}{k_G(4\eta-1)}(2H^2 + \dot{H}), \quad (27)$$

$$p_D = p_\Lambda - \frac{6\eta(6\eta-1)}{k_G(4\eta-1)}(2H^2 + \dot{H}). \quad (28)$$

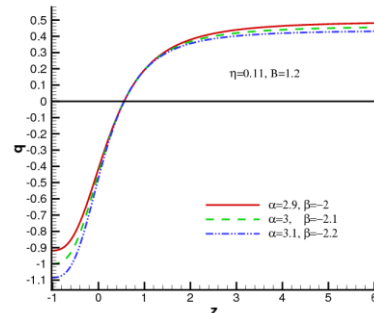
در حالت حدی $\eta \rightarrow 0$ ، بدون حضور اثرات نظریه راستال، $\rho_D = \rho_\Lambda$ و $p_D = p_\Lambda$ می‌باشند و کیهان‌شناسی استاندارد بازسازی می‌شود. در واقع در این روش، ما معادلات فریدمان را به‌گونه‌ای نوشته‌ایم که به‌سادگی قابل مقایسه با کیهان‌شناسی استاندارد

باشد. با تعریف چگالی بحرانی $\rho_c = \frac{(6\eta-1)3H^2}{(4\eta-1)k_G}$

و استفاده از رابطه ۲۶ داریم

$$\begin{aligned} \Omega_m &= \frac{\rho_m}{\rho_c} = \frac{\kappa\rho_m}{3H^2}, \quad \Omega_\Lambda = \frac{\rho_\Lambda}{\rho_c} = B, \\ \Omega_D &= \Omega_\Lambda + 4\eta + 2\eta\frac{\dot{H}}{H^2}, \end{aligned} \quad (29)$$

$$\Omega_\Lambda + \Omega_m = 1.$$

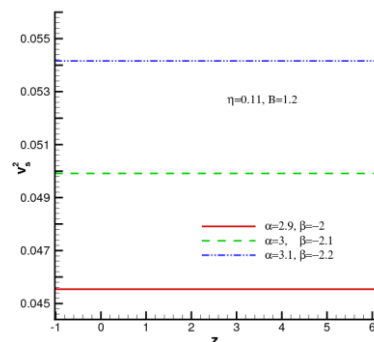


شکل ۵. رفتار $q(z)$ و $\omega_\Lambda(z)$ برای مدل انرژی تاریک هولوگرافیک برهم‌کنشی، برای مقادیر مختلف α و β .

با استفاده از روابط ۱۱، ۱۵، ۱۷ و ۲۴ می‌توانیم مجذور سرعت صوت را برای حالت برهم‌کنشی به صورت زیر به دست آوریم

$$\begin{aligned} v_s^2 &= \frac{4\eta-1}{B} + \frac{4\eta-1}{3B(1-6\eta)\Omega_\eta} \times \\ &\left[(\Omega_\Lambda + 6\eta - 1) \left((3-\alpha)(4\eta-1) + \frac{(3\eta-1)\Omega_\eta}{\eta} \right) \right. \\ &\left. + (3-\alpha)(6\eta-1)\Omega_\eta + (4\eta-1)\beta\Omega_\Lambda \right]. \end{aligned} \quad (25)$$

تحول مجذور سرعت صوت برحسب قرمزگرایی در شکل ۶ نشان داده شده است. نمودار نشان می‌دهد که مدل انرژی تاریک هولوگرافیک در چارچوب راستال در حضور برهم‌کنش (بر خلاف حالت بدون برهم‌کنش) همواره در طول تحول عالم دارای پایداری کلاسیکی می‌باشد.



شکل ۶. مجذور سرعت صوت v_s^2 برحسب قرمزگرایی z برای مدل انرژی تاریک هولوگرافیک برهم‌کنشی در نظریه راستال.

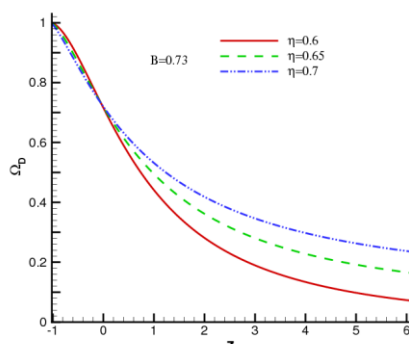
$$\frac{\dot{H}}{H^3} = \frac{(4\eta-1)(\Omega_D-1)}{2\eta(1-3\eta)} \quad ۳۵$$

$$-\frac{1}{2\eta^2}(\Omega_\Lambda+4\eta-1)(\Omega_D-\Omega_\Lambda-4\eta).$$

از جایگذاری روابط ۲۹ و ۳۵ در رابطه ۳۱، معادله تحول پارامتر بدون بعد چگالی انرژی تاریک را به صورت زیر به دست می‌آوریم

$$\Omega'_D = (\Omega_D-1) \left(\frac{3(4\eta-1)}{1-3\eta} - \frac{\Omega_D-\Omega_\Lambda-4\eta}{\eta} \right). \quad ۳۶$$

نمودار تحول پارامترهای کیهان‌شناسی Ω_D و q برحسب قرمزگرای z را در شکل ۷ و ۸ و ۹ رسم نموده‌ایم. همان‌طور که از شکل ۷ مشاهده می‌شود پارامتر بدون بعد چگالی انرژی تاریک دور $(z \rightarrow -1)$ به صورت $\Omega_D \rightarrow 1$ می‌باشد، که در تطابق با مشاهدات کیهان‌شناسی است. در رهیافت دوم جمله راستال درون پارامتر چگالی انرژی تاریک هولوگرافیک قرار می‌گیرد و اثر ناشی از آن را می‌توان در نمودار پارامتر بدون بعد چگالی انرژی تاریک هولوگرافیک (Ω_D) مشاهده کرد، که باعث می‌شود در زمان‌های اولیه تکامل عالم $(z \rightarrow \infty)$ مقدار Ω_D به سمت صفر میل نکند. برای بررسی بیشتر نمودارهای تحول Ω_D و Ω_Λ را برای رهیافت دوم در حالت بدون برهم‌کنش در شکل ۸ رسم نموده‌ایم.



شکل ۷. $\Omega_D(z)$ برای انرژی تاریک هولوگرافیک بدون برهم‌کنش در نظریه راستال در رهیافت دوم. مقدار اولیه $\Omega_D(z=0) = 0.73$ در نظر گرفته شده است.

با استفاده از معادله دوم فریدمان ۲۶ می‌توان پارامتر معادله حالت انرژی تاریک را به صورت زیر نوشت

$$\omega_D = \frac{-1}{\Omega_D} \left(1 + \frac{2\dot{H}}{3H^2} \right). \quad ۳۰$$

با مشتق‌گیری از طرفین معادله دوم در رابطه ۲۹ می‌توان معادله تحول پارامتر بدون بعد چگالی را به صورت زیر به دست آورد

$$\dot{\Omega}_D = 2\eta \left(\frac{\ddot{H}}{H^2} - \frac{2\dot{H}^2}{H^3} \right). \quad ۳۱$$

برای حالت حدی $\eta \rightarrow 0$ مقدار $\dot{\Omega}_D = 0$ می‌باشد بنابراین پارامتر بدون بعد چگالی دارای مقدار ثابت $(\Omega_D = \Omega_\Lambda = const.)$ خواهد بود.

از جایگذاری رابطه ۲۹ در معادله ۳۰، پارامتر معادله حالت انرژی تاریک عبارت است از

$$\omega_D = \frac{-1}{3\eta\Omega_D} (\Omega_D - \Omega_\Lambda - \eta). \quad ۳۲$$

با استفاده از رابطه ۲۹ برای پارامتر شتاب کاهنده داریم

$$q = \frac{-1}{2\eta} (\Omega_D - \Omega_\Lambda - 2\eta). \quad ۳۳$$

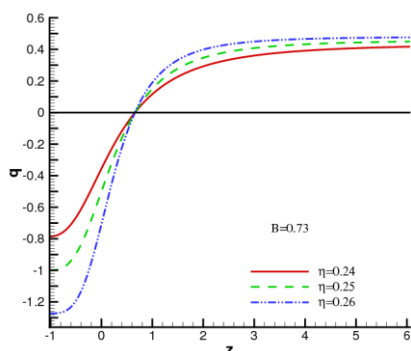
در این رهیافت برای بررسی پایداری کلاسیکی، رفتار مجذور سرعت صوت را برای مدل انرژی تاریک (شامل مجموع انرژی تاریک هولوگرافیک و جمله راستال) بررسی می‌کنیم. در این حالت مجذور سرعت صوت عبارت است از

$$v_s^2 = \frac{dp}{d\rho} = \frac{\dot{p}}{\dot{\rho}} = \omega_D + \dot{\omega}_D \frac{\rho_D}{\dot{\rho}_D}. \quad ۳۴$$

حالت بدون برهم‌کنش

اگر از طرفین معادله اول فریدمان ۲۶ نسب به زمان

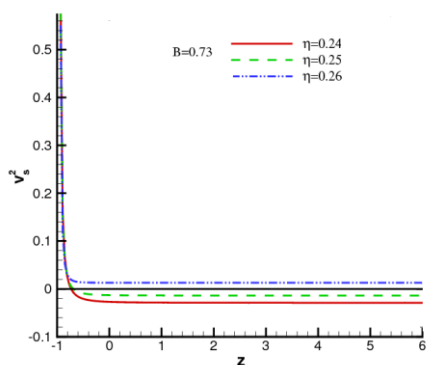
مشتق بگیریم و سپس نتیجه را با روابط ۹، ۱۱ و ۲۹ ترکیب کنیم، داریم



شکل ۹. تحول پارامتر معادله حالت $\omega_D(z)$ و شتاب کاهنده $q(z)$ برای انرژی تاریک هولوگرافیک بدون برهم‌کنش در نظریه راستال در رهیافت دوم برای مقادیر مختلف η .

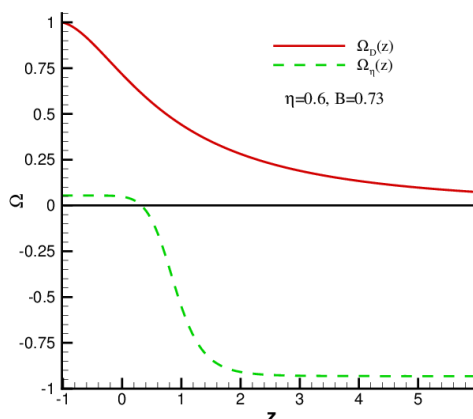
از طرفین رابطه ۳۲ نسبت به زمان مشتق می‌گیریم و سپس نتیجه را با روابط ۱۱، ۲۹، ۳۲، ۳۴ و ۳۶ ترکیب می‌کنیم و رابطه مجذور سرعت صوت را به دست می‌آوریم

$$v_s^2 = \frac{-1}{3\eta\Omega_D} (\Omega_D - \Omega_\Lambda - \eta) - \frac{(\Omega_\Lambda + \eta)(1 - \Omega_D)}{3\Omega_D} \left(\frac{3(4\eta - 1)}{1 - 3\eta} - \frac{\Omega_D - \Omega_\Lambda - 4\eta}{\eta} \right) \times \left(\frac{1 - 3\eta}{3\eta(4\eta - 1)(\Omega_D - 1) + (1 - 3\eta)(\Omega_D - \Omega_\Lambda - 4\eta)} \right)$$



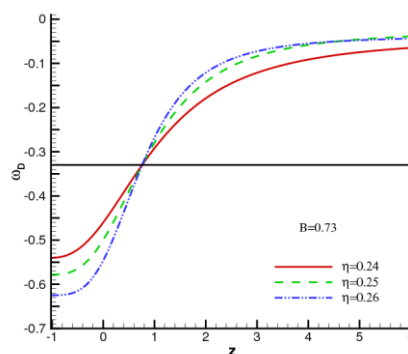
شکل ۱۰. مجذور سرعت صوت v_s^2 برحسب قرمزگرایی z برای مدل انرژی تاریک هولوگرافیک بدون برهم‌کنش در نظریه راستال در رهیافت دوم برای مقادیر مختلف η .

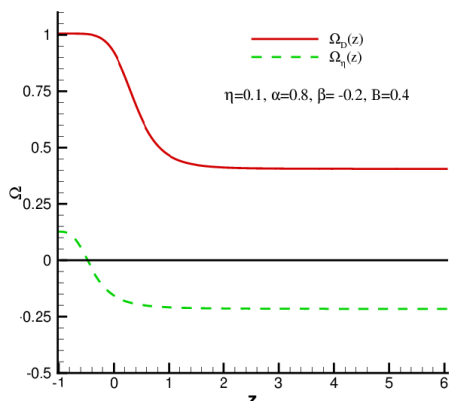
تحول مجذور سرعت صوت $v_s^2(z)$ برای انرژی تاریک هولوگرافیک بدون برهم‌کنش در رهیافت دوم



شکل ۸. $\Omega_D(z)$ و $\Omega_\eta(z)$ برای انرژی تاریک هولوگرافیک بدون برهم‌کنش در نظریه راستال در رهیافت دوم. مقدار اولیه در نظر گرفته شده $\Omega_D(z=0) = 0.73$.

تحول پارامترهای معادله حالت و شتاب کاهنده در شکل ۹ نشان می‌دهند که مدل انرژی تاریک در نظریه راستال با استفاده از رهیافت دوم، انبساط شتابدار عالم را به خوبی توصیف می‌کند و انتقال فاز از انبساط کند شونده به انبساط شتابدار تند شونده در قرمزگرایی $z \approx 0.6$ رخ می‌دهد که منطبق با نتایج حاصل از مشاهدات کیهان‌شناسی است [۲۲]. همچنین نمودار پارامتر معادله حالت بیانگر این است که مدل فوق به‌زای پارامترهای در نظر گرفته شده وارد ناحیه رفتار فانتوم نمی‌شود ($\omega_D > -1$) اگرچه q خط فانتوم را قطع می‌کند در حالی که در کیهان‌شناسی استاندارد پارامتر معادله حالت و شتاب کاهنده هر دو همزمان خط فانتوم را قطع می‌کنند.





شکل ۱۲. $\Omega_D(z)$ و $\Omega_\eta(z)$ برای انرژی تاریک هولوگرافیک برهم‌کنشی در نظریه راستال در رهیافت دوم. مقدار اولیه $\Omega_D(z=0) = 0.73$ در نظر گرفته شده است

مطابق نظریه کیهان‌شناسی استاندارد (Λ CDM) در زمان‌های اولیه (z های بزرگ) دوران ماده غالب می‌باشد که سهم ناشی از انرژی تاریک بسیار ناچیز است و از اینرو چگالی انرژی تاریک کاهش یافته و چگالی انرژی ماده تاریک افزایش می‌یابد بنابراین نمودار تحول زمانی $\Omega_D(z)$ در زمان اولیه بایستی به سمت صفر میل کند. با توجه به این نکته، نتیجه می‌گیریم که نمودار شکل ۷ دارای رفتار مناسب‌تری است. برای بررسی بیشتر نمودارهای تحول $\Omega_D(z)$ و $\Omega_\eta(z)$ را برای رهیافت دوم در حالت در وجود برهم‌کنش بین ماده تاریک و انرژی تاریک هولوگرافیک در معادله حالت به‌ازای مقادیر در نظر گرفته شده برای α و β رفتاری شبیه به فانتوم دارد ($\omega_D < -1$) شکل ۱۲ رسم نموده‌ایم.

رفتار تحول زمانی پارامتر معادله حالت و شتاب کاهنده را در شکل ۱۳ رسم شده است که توصیف‌کننده انبساط شتابدار جهان می‌باشند. همچنین پارامتر معادله حالت به‌ازای مقادیر در نظر گرفته شده برای α و β رفتاری شبیه به فانتوم دارد. ($\omega_D < -1$) مجذور سرعت صوت را با استفاده از روابط ۱۱، ۲۹، ۳۲، ۳۴ و ۳۸ می‌توان محاسبه کرد.

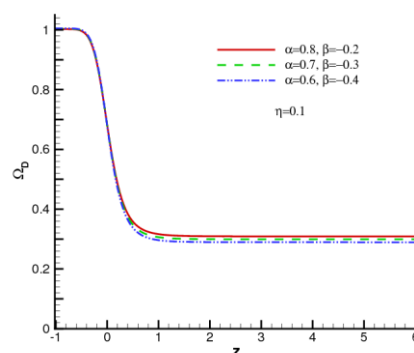
می‌باشد، که نشان می‌دهد مدل می‌تواند به‌ازای برخی از مقادیر η دارای پایداری کلاسیکی باشد.

حالت برهم‌کنشی

در حضور برهم‌کنش بین ماده تاریک و انرژی تاریک، با استفاده از روابط ۱۱، ۲۱، ۲۶، ۲۹ و ۳۱ می‌توان معادله تحول پارامتر بدون بعد چگالی را برای مدل انرژی تاریک هولوگرافیک برهم‌کنشی محاسبه کرد

$$\Omega_D' = \frac{4\eta - 1}{1 - 3\eta} ((\alpha - 3)(1 - \Omega_D) + \beta\Omega_\Lambda) - \frac{(\Omega_D - 1)(\Omega_D - \Omega_\Lambda - 4\eta)}{\eta} \quad (38)$$

تحول $\Omega_D(z)$ در شکل ۱۱ رسم شده است. که در زمان گذشته $0.2 < z < 0.3$ می‌باشد که با توجه به رابطه ۲۹، که چگالی انرژی تاریک به‌صورت مجموع انرژی خلاء و جمله راستال است، پیشنهاد معقولی به‌نظر می‌رسد. همچنین در زمان آینده دور $\Omega_D \rightarrow 1$ است که با مشاهدات کیهان‌شناسی در تطابق می‌باشد [۲۲].



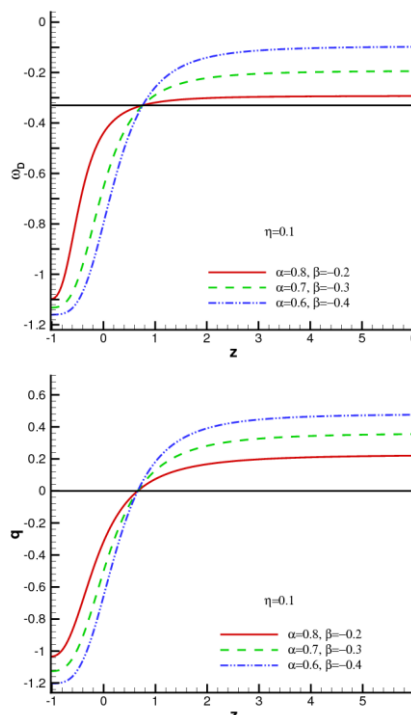
شکل ۱۱. $\Omega_D(z)$ برای انرژی تاریک هولوگرافیک برهم‌کنشی در نظریه راستال در رهیافت دوم. مقدار اولیه $\Omega_D(z=0) = 0.73$ در نظر گرفته شده است.

شکل ۱۴. مجذور سرعت صوت V_3^2 برحسب قرمزگرایی Z برای مدل انرژی تاریک هولوگرافیک برهم‌کنشی در نظریه راستال در رهیافت دوم برای مقادیر مختلف α و β .

بحث و نتیجه‌گیری

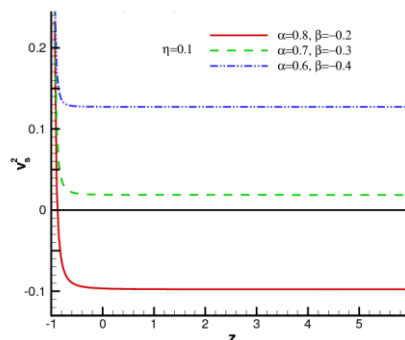
در این مقاله، با در نظر گرفتن آنتروپی افق در چارچوب راستال، چگالی انرژی تاریک هولوگرافیک را برای آن به دست آوردیم. سپس برای بررسی انبساط شتابدار کیهان برای مدل انرژی تاریک هولوگرافیک در نظریه راستال، دو رهیافت را در نظر گرفتیم. در رهیافت اول مدل انرژی خلاء را به عنوان کاندیدی برای انرژی تاریک در نظر گرفتیم که با استفاده از فرمول‌بندی کوهن به صورت انرژی تاریک هولوگرافیک می‌باشد. پارامترهای کیهان‌شناسی را برای مدل انرژی تاریک هولوگرافیک با قطع زیر قرمز هابل در دو حالت در حضور برهم‌کنش و بدون برهم‌کنش بین ماده تاریک و انرژی تاریک محاسبه کردیم. بررسی‌های ما نشان می‌دهد که مدل انرژی تاریک هولوگرافیک بدون برهم‌کنش بین ماده تاریک و انرژی تاریک در چارچوب راستال، می‌تواند انبساط شتابدار جهان را توجیه کند. اما در این حالت پارامتر بدون بعد چگالی انرژی تاریک هولوگرافیک ثابت می‌باشد و همچنین در حالت بدون برهم‌کنش همواره دارای ناپایداری کلاسیکی است. از اینرو در رهیافت دوم انرژی تاریک را به صورت مجموع انرژی خلاء و جمله راستال در نظر گرفتیم و تحول پارامترهای کیهان‌شناسی را بررسی کردیم. در این رهیافت پارامتر بدون بعد چگالی انرژی تاریک دینامیک می‌باشد و تحول آن مطابق با مشاهدات کیهان‌شناسی است.

همچنین در رهیافت دوم هر دو حالت برهم‌کنشی و بدون برهم‌کنش بین ماده تاریک و انرژی تاریک، جهان



شکل ۱۳. تحول پارامتر معادله حالت $\omega_D(z)$ و شتاب کاهنده $q(z)$ برای انرژی تاریک هولوگرافیک برهم‌کنشی در نظریه راستال در رهیافت دوم برای مقادیر مختلف α و β .

که با توجه به طولانی بودن رابطه از نوشتن آن خودداری کرده‌ایم و تحول آن را در شکل ۱۴ نشان داده‌ایم. شکل ۱۴ بیان‌گر این است که مدل انرژی تاریک هولوگرافیک برهم‌کنشی در رهیافت دوم برای مقادیر خاصی از پارامترهای α و β ، که به ازای آنها انبساط شتابدار جهان توصیف می‌شود، می‌تواند دارای پایداری کلاسیکی باشد.



[8] S. Thomas, Holography stabilizes the vacuum energy, *Physical Review Letters* **89** (2002) 081301.

<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.89.081301>

[9] S.D.H. Hsu, Entropy bounds and dark energy, *Physics Letters B* **594** (2004) 13.

<https://doi.org/10.1016/j.physletb.2004.05.020>

[10] M. Li, A Model of Holographic dark energy, *Physics Letters B* **603** (2004) 1.

<https://doi.org/10.1016/j.physletb.2004.10.014>

[11] A. Sheykhi, Holographic scalar field models of dark energy, *Physical Review D* **84**, (2011) 107302;

<https://doi.org/10.1103/PhysRevD.84.107302>

C.J. Gao, X.L. Chen, Y.G. Shen, Holographic dark energy model from Ricci scalar curvature, *Physical Review D* **79**, (2009) 04351;

<https://doi.org/10.1103/PhysRevD.79.04351>

R.G. Cai, B. Hu, Y. Zhang, Holography, UV/IR relation, causal entropy bound, and dark energy, *Communications in Theoretical Physics* **51**, (2009) 954.

<https://doi.org/10.1088/0253-6102/51/5/39>

[12] L.N. Granda, A. Oliveros, Infrared cut-off proposal for the Holographic density, *Physics Letters B* **669** (2008) 275.

<https://doi.org/10.1016/j.physletb.2008.10.017>

L.N. Granda, A. Oliveros, New infrared cut-off for the holographic scalar fields models of dark energy, *Physics Letters B* **671** (2009) 199-202.

<https://doi.org/10.1016/j.physletb.2008.12.025>

[13] D. Pavon, W. Zimdahl, Holographic dark energy and cosmic coincidence, *Physics Letters B* **628** (2005) 206-210.

<https://doi.org/10.1016/j.physletb.2005.08.134>

W. Zimdahl, D. Pavon, stability analysis of a Tsallis holographic dark energy model,

از یک دوره با انبساط کند شونده وارد دوره‌ای با انبساط تند شونده می‌شود.

بررسی پایداری کلاسیکی مدل انرژی تاریک در نظر گرفته شده در رهیافت دوم نشان می‌دهد که مدل در چارچوب راستال برای مقادیر خاصی از پارامترهای مدل می‌تواند از نظر کلاسیکی پایدار باشد.

مرجع‌ها

[1] A.G. Riess et al., Observational evidence from supernovae for an accelerating Universe and a cosmological constant, *The Astronomical Journal* **116** (1998) 1009.

[2] S. Perlmutter et al., Measurements of Ω and Λ from 42 High-Redshift supernovae, *The Astrophysical Journal* **517** (1999) 565.

[3] S. Perlmutter, et al., New constraints on Ω_M , Ω_Λ , and w from an independent set of 11 high-redshift supernovae observed with the hubble space telescope, *The Astrophysical Journal* **598** (2003) 102.

[4] E.J. Colpeland, M. Sami, S. Tusjika, Dynamics of dark energy, *International Journal of Modern Physics D* **15** (2006) 11

<https://doi.org/10.1142/S021827180600942X>

[5] A.G. Cohen, et al., Effective Field Theory, black holes, and the cosmological constant, *Physical Review Letters* **82** (1999) 4971.

<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.82.4971>

[6] B. Guberina, R. Horvat, H. Nikolić, Non-saturated holographic dark energy, *Journal of Cosmological And Astroparticle Physics* **01** (2007) 012.

<https://doi.org/10.1088/1475-7516/2007/01/012>

[7] P. Horava, D. Minic, Probable values of the cosmological constant in a holographic theory, *Physical Review Letters* **85** (2000) 1610.

<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.85.1610>

- [21] F.F. Yuan, P. Huang, Emergent cosmic space in Rastall theory, *Classical and Quantum Gravity* **34** (2017) 077001.
<https://doi.org/10.1088/1361-6382/aa61df>
- [22] R.A. Daly et al., Improved constraints on the acceleration history of the Universe and the properties of the dark energy, *The Astrophysical Journal* **677** (2008) 1.
<https://doi.org/10.1086/528837>
- E. Komatsu et al. [WMAP Collaboration], Seven-year Wilkinson microwave anisotropy probe (WPAM) observations cosmological interpretation, *The Astrophysical Journal Supplement series* **192** (2011) 18.
<https://doi.org/10.1088/0067-0049/192/2/18>
- [23] D. Pavon, W. Zimdahl, Holographic dark energy and cosmic coincidence, *Physics Letters B* **628** (2005) 206.
<https://doi.org/10.1016/j.physletb.2005.08.134>
- [24] O. Bertolami, F. Gil Pedro, M. Le Delliou, Dark energy–dark matter interaction and putative violation of the equivalence principle from the Abell cluster A586, *Physics Letters B* **654** (2007) 165.
<https://doi.org/10.1016/j.physletb.2007.08.046>
- O. Bertolami, F. Gil Pedro, M. Le Delliou, The Abell cluster A586 and the detection of violation of the equivalence principle *General Relativity and Gravitation* **41**, (2009) 2839.
<https://doi.org/10.1007/s10714-009-0810-1>
- [25] E. Abdalla et al., Signature of the interaction between dark energy and dark matter in galaxy clusters *Physics Letters B* **673** (2009) 107.
<https://doi.org/10.1016/j.physletb.2009.02.008>
- B. Wang, E. Abdalla, F. Atrio-Barandela, D. Pavon, Dark matter and dark energy interactions: theoretical challenges, cosmological implications and observational signatures, *Reports on Progress in Physics* **79** (2016) 096901.
Classical and Quantum Gravity **24** (2007) 5461.
<https://doi.org/10.1088/1361-6382/ab3504>
- [14] P. Rastall, Generalization of the Einstein theory *Physical Review D* **6**, (1972) 3357.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevD.6.3357>
- [15] C.E.M. Batista, M.H. Daouda, J.C. Fabris, O.F. Piattella, D.C. Rodrigues, Rastall cosmology and the Λ CDM model, *Physical Review D* **85**, 084008 (2012);
<https://doi.org/10.1103/PhysRevD.85.084008>
- J.C. Fabris, O.F. Piattella, D.C. Rodrigues, C.E.M. Batista, M.H. Daouda, Rastall cosmology, *International Journal of Modern Physics: Conference Series* **18** (2012) 67-76.
<https://doi.org/10.1142/S2010194512008227>
- [16] H. Moradpour, Y. Heydarzade, F. Darabi, Ines G. Salako, A generalization to the Rastall theory and cosmic eras, *The European Physics Journal. C* **77** (2017) 259.
<https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-017-4811-z>
- [17] M. Roos, Introduction to cosmology, John Wiley and Sons, UK (2003).
- [18] H. Moradpour et al., Accelerated cosmos in a nonextensive setup, *Physical Review D* **96**, (2017) 123504.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevD.96.123504>
- [19] H. Moradpour, I.G. Salako, Thermodynamic analysis of the static spherically symmetric field equations in Rastall theory, *Advances in High Energy Physics* **2016** (2016) 3492796.
<http://dx.doi.org/10.1155/2016/3492796>
- [20] P.J.E. Peebles, B. Ratra, The cosmological constant and dark energy, *Reviews of Modern Physics* **75** (2003) 559.
<https://doi.org/10.1103/RevModPhys.75.559>

L. Amendola, Coupled quintessence, *Physical Review D* **62** (2000) 043511.

<https://doi.org/10.1103/PhysRevD.62.043511>

S. Chen, B. Wang, J. Jing, Dynamics of an interacting dark energy model in Einstein and loop quantum cosmology, *Physical Review D* **78** (2008) 123503.

<https://doi.org/10.1103/PhysRevD.78.123503>

<https://doi.org/10.1088/0034-4885/79/9/096901>

[26] E. Abdala, L.R. Abramo, J.C.C. de Souza, Signature of the interaction between dark energy and dark matter in observations, *Physical Review D* **82** (2010) 023508;

<https://doi.org/10.1103/PhysRevD.82.023508>