

Investigating the variation of energy and nonlinear propagation of dust- ion-acoustic waves in multi component magnetized dusty plasma

Maryam Ghasemloo*

Department of Physics, Yadegar-e-Imam Khomeini (RAH) Shahr e Rey Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran

Received: 28.03.2020 Final revised: 13.06.2020 Accepted: 02.11.2020

Doi link: [10.22055/JRMBS.2020.15930](https://doi.org/10.22055/JRMBS.2020.15930)

Abstract

Nonlinear propagation and energy of dust ion acoustic waves in magnetized dusty plasma with Fermi-Dirac distributed inertia less electrons and positrons, cold classical ions and negative dust grains which are affected by dust charge variations, are studied using the quantum hydrodynamic theory. The Zakharov-Kuznetsov (ZK) equation is derived by employing the reductive perturbation technique which governs the dynamics of small-amplitude solitary waves in magnetized dusty plasma. The properties of the energy and solitary wave structures are analyzed numerically with the system parameters. To show these we study the behavior of dust ion acoustic wave as well as its energy for several values of the electron cyclotron to electron plasma frequency ratio (Ω_e), dust concentration (d), non dimensional quantum parameter (H) and the direction cosine of the wave propagation vector with the Cartesian coordinates (l), keeping the other plasma parameters fixed. The results of the present research can be useful for future investigations of astrophysical dusty plasma.

Keywords

Soliton, Dusty plasma, Zakharov-Kuznetsov equation, Dust ion acoustic solitary wave, Fermi-Dirac distribution function

* Corresponding Author: ghasemloomaryam@gmail.com

بررسی نحوه تغییرات انرژی و انتشار غیرخطی امواج غبار-یون-صوتی در پلاسمای غباری چند مؤلفه‌ای مغناطیده

مریم قاسملو*

گروه فیزیک، واحد یادگار امام خمینی (ره) شهرری، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

دریافت: 1399/01/09 ویرایش نهائی: 1399/03/24 پذیرش: 1399/06/31

Doi link: [10.22055/JRMBS.2020.15930](https://doi.org/10.22055/JRMBS.2020.15930)

چکیده

انتشار غیرخطی امواج غبار-یون-صوتی و انرژی آن در یک پلاسمای غباری مغناطیده متشکل از الکترون‌ها و پوزیترون‌های کوآنتومی و فاقد اینرسی با تابع توزیع فرمی-دیراک، یون‌های سرد و غیر کوآنتومی و ذرات غبار با بار منفی متغیر با استفاده از نظریه هیدرودینامیک کوآنتومی مورد بررسی قرار گرفت. با استفاده از نظریه اختلال کاهشی، معادله زاخاروف-کوزنسوف (Zakharov-Kuznetsov)، که حاکم بر امواج سالیون با دامنه کوچک در پلاسمای غباری مغناطیده است، استخراج گردید. ویژگی‌های ساختار و انرژی امواج سالیون با استفاده از پارامترهای سیستم مورد تحلیل قرار گرفت. که برای نشان دادن این موضوع، رفتار موج غبار-یون-صوتی و همچنین انرژی آن را برای مقادیر متفاوت Ω_p (نسبت فرکانس سیکلوترونی الکترون به فرکانس پلاسما)، d (چگالی غبار)، H (پارامتر کوآنتومی بدون بعد)، λ (کسینوس جهتگیری انتشار بردار موج)، با ثابت نگه داشتن پارامترهای دیگر پلاسما مورد مطالعه قرار دادیم. نتایج این تحقیق می‌تواند برای تحقیقات پلاسمای غباری اختر فیزیکی مفید باشد.

کلیدواژگان

سالیون-پلاسمای غباری، معادله زاخاروف-کوزنسوف، امواج سالیون غبار-یون-صوتی، تابع توزیع فرمی-دیراک

مقدمه

در محدوده دماهای پایین و چگالی‌های بالا بررسی می‌شوند. اکثر پلاسماها در محدوده فشار معمولی فوق‌العاده داغ بوده و در محدوده پلاسماهای کلاسیکی قرار می‌گیرند. پلاسماهای کوآنتومی معمولاً در موارد اختر فیزیکی (کوتوله‌های سفید) که دارای چگالی

اصولاً پلاسماها را با توجه به خاصیت ماکروسکوپی و میکروسکوپی به دو دسته کلاسیکی و کوآنتومی تقسیم‌بندی می‌نمایند. پلاسماهای کلاسیکی در محدوده دماهای بالا و چگالی‌های پایین و پلاسماهای کوآنتومی

*نویسنده مسئول: ghasemloomaryam@gmail.com



چندین برابر جامدات هستند، در نیم‌رساناها و سیستم‌های میکروکانونی، در پلاسماهای چگال آزمایشگاهی از جمله در لیزرهای با شدت بالا، لیزرهای الکترون آزاد، لیزرهای حالت جامد و در آزمایشات برهم‌کنش لیزر-پلاسما مشاهده می‌شوند [1-4]. امروزه منابع جدید انرژی از طریق واکنش‌های همجوشی کنترل شده با کمک دو پروژه کلی محصورسازی اینرسی¹ و همجوشی مغناطیسی² قابل دستیابی هستند [5-8]. لازم به ذکر است که همجوشی مغناطیسی و پلاسماهای فضایی در رژیم کلاسیک بدون برخورد قرار می‌گیرند، در حالی که پلاسماهای محصورسازی اینرسی ممکن است اثرات جفت‌شدگی کوآنتومی قوی داشته باشند. از طرف دیگر، اشیاء بسیار متراکم اخترفیزیکی مانند ستاره کوتوله سفید مطمئناً بدون برخورد و کوآنتومی هستند، هرچه می‌توانند به اندازه پلاسماهای خورشیدی یا همجوشی داغ باشند [9]. بسته به وجود نوسانات میدان مغناطیسی، امواج در پلاسما به دو دسته الکترواستاتیک و الکترومغناطیسی تقسیم‌بندی می‌شوند. از آنجا که در پلاسما دمای الکترون‌ها از دمای یون‌ها بیشتر است و الکترون‌ها جرم کمتری نسبت به یون‌ها دارند، پس سریعتر از یون‌ها حرکت می‌کنند. همچنین فرض می‌شود که یون‌ها به دلیل عدم تحرک زیاد در پس‌زمینه ایستا می‌شوند. بنابراین می‌توان گفت که، امواج الکترونی و امواج یونی به ترتیب امواج با فرکانس بالا و پایین هستند. علاوه بر این، امواج مختلف در پلاسما براساس انتشار آنها در پلاسما به صورت غیر

مغناطیسه، عمود، مورب یا موازی با میدان مغناطیسی ایستا طبقه‌بندی می‌شوند. امواج یون-صوتی³ نمونه‌ای از امواج انتشار موازی هستند که دارای فرکانس پایین بوده و توسط بی‌حرکی یون‌ها در پلاسما پشتیبانی می‌شوند. الکترون‌ها یا پوزیترون‌ها که ذرات سبکتر هستند، نیروی بازگرداننده موج را فراهم می‌کنند. نویسندگان زیادی امواج یون-صوتی را در پلاسما کوآنتومی مورد مطالعه قرار داده‌اند. هاس و همکاران [10] بررسی کرده‌اند که پلاسماهای حاوی ذرات غبار می‌تواند مدهای حالت نرمال پلاسما را تغییر دهد. امواج غبار-یون-صوتی⁴ یکی از مدهای تغییر یافته می‌باشد که برای اولین بار از لحاظ تئوری وجود آن در نوسان‌های فرکانس پایین در پلاسماهای غبار گزارش شده است [11]. پس از آن، این امواج در آزمایشگاه مشاهده شدند [12]. بررسی امواج خطی و غیر خطی الکترومغناطیسی و الکترواستاتیکی در پلاسماهای کوآنتومی با استفاده از هیدرودینامیک کوآنتومی⁵ بسیار مورد توجه دانشمندان قرار گرفته است زیرا کاربردهای بی‌شماری در سیستم‌های مختلف فیزیکی از جمله دستگاه‌های الکترونیکی فوق‌العاده کوچک [13]، نیم‌رساناها [14]، محیط‌های متراکم اخترفیزیکی [15] دارند. مدل هیدرودینامیک کوآنتومی یک مدل ریاضی ساده برای توصیف دینامیک رفتار جمعی در پلاسماهای کوآنتومی است و در واقع بسط مدل کلاسیک سیالی است که عبارات اثرات کوآنتومی از طریق پتانسیل کوآنتومی (پتانسیل بوهم) و فشار کوآنتومی به آن اضافه

³ Ion acoustic waves⁴ Dust ion acoustic waves⁵ quantum hydrodynamics¹ Inertial Confinement Fusion (ICF)² magnetic Confinement Fusion (MCF)

محیط پلاسمای بررسی شده شامل الکترون‌ها و پوزیترون‌های بدون اینرسی با تابع توزیع فرمی-دیراک¹، یون‌های سرد به‌عنوان زمینه انتشار موج و بار غبار منفی متغیر می‌باشد. در کار پیش رو، رفتار موج غبار-یون-صوتی و انرژی آن را برای مقادیر متفاوت Ω_e (نسبت فرکانس سیکلوترونی الکترون به فرکانس پلازما)، d (چگالی غبار)، H (پارامتر کوآنتومی بدون بعد)، l (کسینوس جهت‌گیری انتشار بردار موج)، با ثابت نگه داشتن پارامترهای دیگر پلازما مورد مطالعه قرار داده‌ایم.

معادلات پایه

با استفاده از روابط هیدرودینامیک کوآنتومی، معادلات حرکت برای ذرات در یک پلاسمای کوآنتومی چهار مؤلفه‌ای متشکل از الکترون‌ها و پوزیترون‌های کوآنتومی و فاقد اینرسی، یون‌های سرد و غیر کوآنتومی و ذرات غبار ساکن با بار منفی در حضور میدان مغناطیسی در راستای محور Z یعنی $\vec{B}_0 = B_0 \hat{z}$ ، به‌صورت زیر نوشته می‌شود

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (n_i \vec{u}_i) = 0 \quad \text{الف}$$

$$\frac{\partial \vec{u}_i}{\partial t} + (\vec{u}_i \cdot \vec{\nabla}) \vec{u}_i = \frac{e}{m_i} \left[-\vec{\nabla} \phi + \frac{1}{c} \vec{u}_i \times \vec{B}_0 \right] \quad \text{ب}$$

$$\frac{q_j}{m_j} (-\nabla \phi + \frac{1}{c} (\vec{v}_j \times \vec{B})) - \frac{\vec{\nabla} P_j}{m_j n_j} +$$

$$\frac{\hbar^2}{2m_j} \vec{\nabla} \cdot \left(\frac{\nabla^2 \sqrt{n_j}}{\sqrt{n_j}} \right) = 0 \quad j = e, p \quad \text{پ}$$

شده است [16-18]. شایان ذکر است که میدان مغناطیسی خارجی می‌تواند ویژگی‌های انتشار امواج یون-صوتی را بهبود بخشد. علاوه بر این، مشاهده پلازما اختریفیزیکی نشان می‌دهد که میدان مغناطیسی نقش مهمی در دینامیک خطی و غیرخطی پلازما و پایداری امواج پلازما ایفا می‌کند. بسیاری از نویسندگان رفتار دینامیکی سیستم‌های پلازما و امواج یون-صوتی را در پلاسمای مغناطیسی مورد مطالعه قرار داده‌اند [19-30]. با فرض اینکه نوسانات بار غبار هیچ تأثیری در امواج غبار-یون-صوتی نداشته باشد پدیده‌های مختلف خطی و غیر خطی توسط بسیاری از محققان مورد بررسی قرار گرفته است [29-35]، اما در موقعیت‌های واقع‌بینانه، بار ذرات غبار با زمان و مکان تغییر می‌کند. با توجه به تغییر بار غبار، چندین نویسنده در مورد انتشار غیرخطی امواج غبار-یون-صوتی تحقیق کرده‌اند [36-37]. بسیاری از محققان با در نظر گرفتن توزیع ماکسول بولتزمان برای الکترون‌ها و یون‌ها روی امواج یون-صوتی کار کرده‌اند درحالی‌که توزیع سرعت ذرات پلازما در فضا و آزمایشگاه دقیقاً ماکسولی نیست [38-39] و در پلاسمای کوآنتومی ذرات سبکتر مانند الکترون‌ها و پوزیترون‌ها در چگالی‌های بالا و دماهای نسبتاً پایین، تبهگن شده و ذرات باردار تبهگن، از آمار فرمی-دیراک پیروی می‌کنند. در این پژوهش برای توصیف امواج غبار-یون-صوتی در یک محیط پلاسمای کوآنتومی چهار مؤلفه‌ای بدون برخورد و در حضور میدان مغناطیسی، از مدل هیدرودینامیک کوآنتومی و روش اختلال کاهشی استفاده شده است.

¹Fermi-Dirac

بنابراین معادلات نرمال شده می‌توانند به صورت زیر نوشته شوند.

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(n_i u_{ix}) + \frac{\partial}{\partial z}(n_i u_{iz}) = 0 \quad \text{الف 2}$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + (u_i \cdot \nabla) u_i = -\nabla \phi + \Omega_c (u_i \times \hat{z}) \quad \text{ب 2}$$

$$\nabla_{\parallel} \phi - \frac{1}{5n_e} \nabla_{\parallel} n_e^{5/3} + \frac{H^2}{2} \nabla_{\parallel} \left(\frac{\nabla^2 \sqrt{n_e}}{\sqrt{n_e}} \right) = 0 \quad \text{پ 2}$$

$$-\nabla_{\parallel} \phi - \frac{\alpha \sigma_T}{5n_p} \nabla_{\parallel} n_p^{5/3} + \frac{H^2}{2} \nabla_{\parallel} \left(\frac{\nabla^2 \sqrt{n_p}}{\sqrt{n_p}} \right) = 0 \quad \text{ت 2}$$

که $\alpha = m_p/m_e$ (نسبت جرم پروتون به الکترون) و

$$\sigma_T = T_{Fp}/T_{Fe} \quad \text{(نسبت دمای فرمی پوزیترون به}$$

الکترون) و $H = \hbar \omega_{pe} m_e^{1/2} / 2k_B T_{Fe}$ می‌باشند. لازم

به ذکر است که پتانسیل الکترواستاتیک (ϕ) به

$$\omega_{pe}/v_{Fe} \quad \text{به } \nabla \quad \text{و } \omega_{pe} \quad \text{به عکس } t \quad \text{زمان}$$

نرمال شده‌اند که $\omega_{pe} = (4\pi e^2 n_{e0}/m_e)^{1/2}$ می‌باشند.

کمیت Ω_c برابر با ω_c/ω_{pe} است که در آن

$$\omega_c = eB_0/m_e c \quad \text{فرکانس سیکلوترونی الکترون}$$

می‌باشد.

بار متغیر

از مفاهیم اصلی در فیزیک پلاسمای غباری، مفهوم

باردار شدن ذرات غبار است، ذرات پلاسما هنگامی که

ذرات غبار در آنها غوطه‌ور می‌شوند، توسط ذرات غبار

$$\nabla^2 \phi = 4\pi e (n_e - n_p - n_i + Z_d n_d) \quad \text{ا 1}$$

که در روابط فوق ϕ پتانسیل الکترواستاتیک، \vec{u}_i و \vec{V}_j

به ترتیب سرعت یون‌ها و سرعت گونه‌های j ($j = e, p$)

پلاسما می‌باشند. n_j (n_i) چگالی تعداد ذرات گونه‌های

j (یون‌ها) هستند. $q_j = +e$ بار الکتریکی پوزیترون‌ها و

$q_j = -e$ بار الکتریکی الکترون‌ها و Z_d معرف تعداد

بار قرارگرفته بر سطح غبار و n_d چگالی ذرات غبار

می‌باشند. کمیت $\hbar = h/2\pi$ است که h ثابت پلانک، c

سرعت نور در خلأ و عبارت $\frac{\hbar^2}{2m_j} \nabla^2 (\sqrt{n_j}/\sqrt{n_j})$

پتانسیل بوهم است که در پلاسما کوانتومی ظاهر

می‌شود و ناشی از اثرات تونل‌زنی است. عبارت

$$P_j = (mv_{Fj}^2) / (5n_{j0}^{2/3}) n_j^{5/3} \quad \text{فشار فرمی است. ارتباط}$$

بین چگالی تعداد و دمای فرمی گونه‌های j به صورت

$$k_B T_{Fj} = \hbar^2 (3\pi^2 n_{j0})^{2/3} / 2m \quad \text{می‌باشد که } T_{Fj} \quad \text{دمای}$$

ذرات و k_B ثابت بولتزمن می‌باشد [26]. همچنین فرض

می‌شود دمای فرمی الکترون‌ها و پوزیترون‌ها از دمای

حرارتی یون‌ها و ذرات غبار بیشتر است.

ذرات غبار در شرط شبه‌خنثایی بار تعادلی

$$n_{i0} + n_{p0} = n_{e0} + Z_{d0} n_{d0} \quad \text{صدق می‌کنند که } Z_{d0}$$

معرف تعداد بار قرارگرفته بر سطح غبار در حالت تعادل

و n_{d0} ، n_{e0} و n_{p0} به ترتیب چگالی‌های تعادلی

ذرات غبار، یون‌ها، الکترون‌ها و پوزیترون‌ها می‌باشند.

فرض می‌کنیم انتشار موج در دو بعد صورت می‌گیرد

یعنی $\nabla = (\partial_x, 0, \partial_z)$ و مؤلفه‌های سرعت یون

به صورت $u_i = (u_{ix}, u_{iy}, u_{iz})$ می‌باشند.

در حالت اختلال و تعادل هستند، معادله تغییر بار ذرات غبار به صورت زیر تعیین می‌شود

$$\frac{dq_d}{dt} = I_{e1} + I_{p1} + I_{i1} \quad 7$$

بنابراین جریان اختلالی ذرات که به I_{i0} نرمال شده‌اند به صورت زیر خواهند شد. I_{j0} و I_{j1} به ترتیب جریان ذرات در حالت تعادلی و اختلالی می‌باشند.

$$I_{j1} = I_j - I_{j0} \quad 8$$

$$I_{e1} = I_{e0} \left[n_e \left(\frac{Q_{d0}^2}{(\mu_e + Q_d)^2 + \frac{\pi^2}{3}} q_d^2 + \frac{2(Q_{d0}^2 + \mu_e Q_{d0})}{(\mu_e + Q_{d0}) + \frac{\pi^2}{3}} q_d \right) + n_e - 1 \right]$$

$$I_{p1} = I_{p0} \left[-n_p \frac{2\mu_p Q_{d0}}{\mu_p^2 - 2\mu_p Q_{d0} + \frac{\pi^2}{3}} q_d + n_p - 1 \right]$$

$$I_{i1} = \left[-n_i \frac{Q_{d0}}{1 - Q_{d0} \frac{T_e}{T_i}} q_d + n_i - 1 \right]$$

با در نظرگیری $d = z_{d0} n_{d0} / n_{i0}$ و $\mu_d = 1 / \left(1 - \frac{n_{p0}}{n_{e0}} \right)$

معادله پواسون نرمال شده به صورت زیر نوشته می‌شود

$$\nabla^2 \phi = (1-d)\mu_d n_e + (1-d)(1-\mu_d)n_p - n_i + d(1+q_d) \quad 9$$

در ادامه با استفاده از رهیافت اختلال کاهشی، معادله ZK برای امواج غبار-یون-صوتی استخراج می‌شود.

معادله ZK

با استفاده از رهیافت اختلال کاهشی و به کارگیری مختصات

$$T = \varepsilon^{\frac{3}{2}} t, Z = \varepsilon^{\frac{1}{2}} (z - \lambda t), X = \varepsilon^{\frac{1}{2}} x$$

جمع می‌شوند. بنابراین ذرات غبار توسط شار مجموعه‌ای از ذرات پلاسما باردار می‌شوند. یکی از متداولترین روش‌ها برای توصیف جریان‌هایی که به سطح ذرات غبار می‌رسند، رهیافت حرکت مداری مقید¹ است [40]. در این روش، با در نظر گرفتن مسیره‌های الکترونی (و پوزیترونی) و یونی بدون برخورد در مجاورت یک ذره غبار و با استفاده از اصل پایستگی انرژی و تکانه زاویه‌ای، سطح مقطع تجمع ذرات بر سطح غبار، تعیین می‌شود. تغییر بار سطح غبار (Q_d) از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\frac{dQ_d}{dt} = \sum_{j=e,i,p} I_j \quad 3$$

که جریان (I_j) می‌تواند با استفاده از رهیافت حرکت مداری به صورت زیر به دست بیاید

$$I_j(\vec{r}, t, q_d) = q_j \int v \delta_j(q_d, v) f_j(\vec{r}, v, t) d^3 p \quad 4$$

که f_j تابع توزیع سرعت می‌باشد که در این قسمت برای محاسبه الگوی باردار شدن ذرات غبار از تابع توزیع فرمی-دیراک برای الکترون‌ها و پوزیترون‌ها به صورت زیر،

$$f_j(\varepsilon) \propto \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon - \mu_j)} + 1} \quad j = e, p \quad 5$$

و از تابع توزیع معادله ماکسول-بولتزمن، برای یون‌ها به صورت زیر استفاده کرده‌ایم [41-43]:

$$f_j(\varepsilon) \propto \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon - \mu_j)}} \quad j = i \quad 6$$

در رابطه بالا $\beta = 1/k_B T$ و $T_e = T_p = T$ دمای حرارتی الکترون‌ها و پوزیترون‌ها و μ_j پتانسیل شیمیایی گونه‌های پلاسما می‌باشند. در حالت تعادل جریان ذرات در رابطه $I_{e0} + I_{p0} + I_{i0} = 0$ صدق می‌کنند و با در نظرگیری $Q_d = Q_{d0} + q_d$ که Q_{d0} بار ذرات غبار

¹orbital motion limited (OML) theory

12

$$\gamma = -I_{e0} \frac{2(\varphi_{d0}^2 + \mu_e \varphi_{d0})}{(\mu_e + \varphi_{d0}) + \frac{\pi^2}{3}} + I_{p0} \frac{2\mu_p \varphi_{d0}}{\mu_p^2 - 2\mu_p \varphi_{d0} + \frac{\pi^2}{3}}$$

$$+ I_{i0} \frac{\varphi_{d0}}{1 - \varphi_{d0} \frac{T_e}{T_i}}$$

با استفاده از روابط به دست آمده سرعت فاز عبارت است از

$$\lambda^2 = \frac{a_1}{a_2 + a_3} \quad 13$$

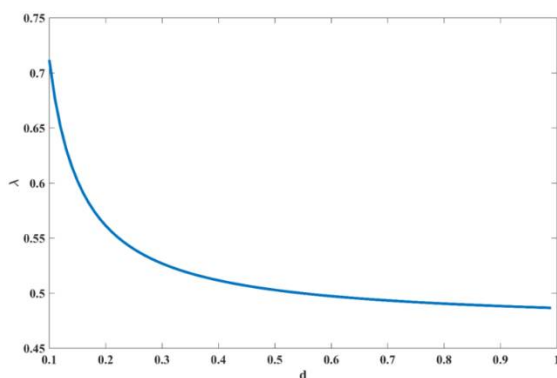
که a_1 و a_2 و a_3 به صورت زیر تعریف می شوند

$$a_1 = (1 + d I_{i0} / \gamma),$$

$$a_2 = \frac{3}{\alpha \sigma_T} [d I_{p0} / \gamma + (1 - d)(1 - \mu_d)],$$

$$a_3 = -3(d I_{e0} / \gamma + (1 - d)\mu_d)$$

شکل 1 زیر نحوه تغییرات سرعت فاز برحسب d (چگالی ذرات غبار) را نشان می دهد که همان طور که دیده می شود با افزایش d سرعت فاز کاهش می یابد.



شکل 1. سرعت فاز برحسب چگالی ذرات غبار d و با در نظرگیری

$$\mu_e = 0.86, \mu_p = 0.4, H = 1.2, \Omega_e = 0.5, l = 0.9, \sigma_T = 0.86$$

با در نظرگیری معادلات متناسب با مرتبه های

$$\varepsilon^{3/2}, \varepsilon^2, \varepsilon^{5/2}$$

بسط بدون بعد کوچک و معرف شدت غیرخطی بودن است، متغیرهای $\phi, n_{j(e,p,i)}, u_{ix,y}, u_{iz}, q_d$ برحسب سری توانی ε بسط داده می شوند. کمیت λ معرف سرعت فاز است.

$$\phi = 0 + \varepsilon \phi^{(1)} + \varepsilon^2 \phi^{(2)} + \varepsilon^3 \phi^{(3)} + \dots$$

$$n_j = 1 + \varepsilon n_j^{(1)} + \varepsilon^2 n_j^{(2)} + \varepsilon^3 n_j^{(3)} + \dots$$

$$u_{ix,y} = \varepsilon^{3/2} u_{ix,y}^{(1)} + \varepsilon^2 u_{ix,y}^{(2)} + \varepsilon^{5/2} u_{ix,y}^{(3)} + \dots \quad 10$$

$$u_{iz} = \varepsilon u_{iz}^{(1)} + \varepsilon^2 u_{iz}^{(2)} + \varepsilon^3 u_{iz}^{(3)} + \dots$$

$$q_d = \varepsilon q_d^{(1)} + \varepsilon^2 q_d^{(2)} + \varepsilon^3 q_d^{(3)} + \dots$$

با جای گذاری بسط های فوق در روابط 7 و 9 و 2 تا مرتب سازی آنها براساس توان های مختلف ε ، روابط زیر حاصل می شود. با نگهداشتن پایین ترین توان ε معادلات زیر را به دست می آوریم

$$u_{iy}^{(1)} = \frac{1}{\Omega_e} \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial X} \quad 11 \text{ الف}$$

$$u_{iz}^{(1)} = \frac{1}{\lambda} \phi^{(1)} \quad 11 \text{ ب}$$

$$n_e^{(1)} = 3\phi^{(1)} \quad 11 \text{ پ}$$

$$n_p^{(1)} = -\frac{3}{\alpha \sigma_T} \phi^{(1)} \quad 11 \text{ ت}$$

$$n_i^{(1)} = \frac{1}{\lambda} u_{iz}^{(1)} \Rightarrow n_i^{(1)} = \frac{1}{\lambda^2} \phi^{(1)} \quad 11 \text{ ث}$$

$$q_{d1} = \frac{1}{\gamma} (3I_{e0} - \frac{3}{\alpha \sigma_T} I_{p0} + \frac{1}{\lambda^2} I_{i0}) \phi^{(1)} = \frac{f'}{\gamma} \phi^{(1)} \quad 11 \text{ ج}$$

که در روابط فوق داریم:

$$A = \frac{[2]}{[1]}, C = \frac{[3]}{[1]}, D = \frac{[4]}{[1]}$$

$$[1] = \frac{2}{\lambda^2} + \frac{e_1 e_4}{m \lambda \gamma} \left[\frac{I_{p0}}{\lambda} \frac{2\mu_p Q_{d0}}{\mu_p^2 - 2\mu_p Q_{d0} + \frac{\pi^2}{3}} - \right.$$

$$I_{e0} \frac{2(Q_{d0}^2 + \mu_e Q_{d0})}{(\mu_e + Q_{d0}) + \frac{\pi^2}{3}} - I_{i0} \frac{Q_{d0}}{1 - Q_{d0} \frac{T_e}{T_i}} + I_{i0} d \left. \right] - \frac{de_1}{\gamma}$$

$$[2] = \frac{3}{\lambda^3} - \frac{2e_1}{\lambda^2 \gamma} \frac{Q_{d0}}{1 - Q_{d0} \frac{T_e}{T_i}} - \frac{3}{2\lambda} \frac{e_4 e_1 I_{e0}}{m \gamma} \quad 16$$

$$\left(\frac{2A}{\gamma} e_1 + 3 \frac{2(Q_{d0}^2 + \mu_e Q_{d0})}{(\mu_e + Q_{d0}) + \frac{\pi^2}{3}} \right) - \frac{e_2(1-d)(1-\mu_d)}{\sigma_T}$$

$$\left(\frac{e_4}{m} - \lambda \right) - \frac{I_{p0} e_4}{m \sigma_T} \left(e_2 + \frac{3e_1}{\gamma} \frac{2\mu_p Q_{d0}}{\mu_p^2 - 2\mu_p Q_{d0} + \frac{\pi^2}{3}} \right)$$

$$[3] = \lambda - \frac{e_4}{m} \left(\frac{I_{p0} e_3}{\sigma_T} + I_{i0} \right) -$$

$$\frac{e_3(1-d)(1-\mu_d)}{\sigma_T} \left(\frac{I_{i0} e_4}{m} - \lambda \right) + \frac{3H^2}{8\lambda}$$

$$[4] = [3] + \frac{\lambda}{\Omega_c^2}$$

که در رابطه فوق m, e_1, e_2, e_3, e_4 به صورت زیر تعریف شده‌اند

$$m = I_{e0} - \frac{I_{p0}}{\sigma_T} + I_{i0} \left((1-d)\mu_d - \frac{(1-d)(1-\mu_d)}{\sigma_T} \right),$$

$$e_1 = \frac{3}{2} I_{e0} - \frac{3}{2\sigma_T} I_{p0} + \frac{I_{i0}}{\lambda^2} \quad 17$$

$$e_2 = \frac{9}{4} \left(1 + \frac{1}{\sigma_T} \right), \quad e_3 = \frac{1}{4} \left(H^2 - \frac{H^2}{\sigma_T} \right),$$

$$e_4 = -\lambda(1-d)\mu_d + \frac{\lambda}{\sigma_T} (1-d)(1-\mu_d) + \frac{2}{3\lambda}$$

$$u_{ix}^{(2)} = \frac{\lambda}{\Omega_c^2} \frac{\partial^2 \phi^{(1)}}{\partial Z \partial X} \quad 14 \text{ الف}$$

$$\frac{\partial n_i^{(1)}}{\partial T} - \lambda \frac{\partial n_i^{(2)}}{\partial Z} + \frac{\partial u_{ix}^{(2)}}{\partial X} + \frac{\partial u_{iz}^{(2)}}{\partial Z} + \frac{\partial n_i^{(1)} u_{iz}^{(1)}}{\partial Z} = 0 \quad 14 \text{ ب}$$

$$\phi^{(2)} - \frac{2}{15} n_e^{(2)} + \frac{H^2}{4} \left(\frac{\partial^2 n_e^{(1)}}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 n_e^{(1)}}{\partial Z^2} \right) = 0 \quad 14 \text{ پ}$$

$$-\phi^{(2)} - \frac{2}{15} \alpha \sigma_T n_p^{(2)} + \frac{H^2}{4} \left(\frac{\partial^2 n_p^{(1)}}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 n_p^{(1)}}{\partial Z^2} \right) = 0 \quad 14 \text{ ت}$$

$$\frac{\partial u_{iz}^{(2)}}{\partial Z} = \frac{1}{\lambda} \left(\frac{\partial u_{iz}^{(1)}}{\partial T} + \frac{1}{2} \frac{\partial (u_{iz}^{(1)})^2}{\partial Z} + \frac{\partial \phi^{(2)}}{\partial Z} \right) \quad 14 \text{ ث}$$

$$\frac{\partial \phi^{(2)}}{\partial Z} = \frac{1}{3} \frac{\partial n_e^{(2)}}{\partial Z} - \frac{1}{3} n_e^{(1)} \frac{\partial n_e^{(1)}}{\partial Z} - \frac{H^2}{4} \frac{\partial}{\partial Z} \left(\frac{\partial^2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2}{\partial Z^2} \right) n_e^{(1)} \quad 14 \text{ ج}$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2}{\partial Z^2} \right) \phi^{(1)} = (1-d)\mu_d n_e^{(2)} + (1-d)(1-\mu_d) n_p^{(2)} \quad 14 \text{ چ}$$

$$-n_i^{(2)} + dq_d^{(2)}$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} q_d^{(1)} = \lambda \frac{\partial}{\partial Z} q_d^{(2)} \quad 14 \text{ ح}$$

$$n_p^{(2)} = \frac{f_1 - n_e^{(2)}}{\alpha \sigma_T},$$

$$f_1 = 9 \left(1 + \frac{1}{\alpha \sigma_T} \right) (\phi^{(1)})^2 + \frac{9}{4} H^2 \left(1 - \frac{1}{\alpha \sigma_T} \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2}{\partial Z^2} \right) \phi^{(1)}$$

14 خ

با استفاده از معادلات 14 الف تا 14 خ و بعد از ساده سازی، معادله ZK برای امواج غبار-یون-صوتی در پلاسما چهار مؤلفه‌ای ذکر شده در حضور میدان مغناطیسی خارجی به صورت زیر استخراج گردید:

$$\frac{\partial \phi}{\partial T} + A \phi \frac{\partial \phi}{\partial Z} + C \frac{\partial^3 \phi}{\partial Z^3} + D \frac{\partial}{\partial Z} \frac{\partial^2 \phi}{\partial X^2} = 0 \quad 15$$

$$\text{which } \phi = \phi^{(1)}$$

A ضریب جمله غیرخطی، C ضریب جمله پاشنده و D ضریب مرتبه بالاتر به صورت زیر تعریف می‌شوند:

حل معادله ZK

هنگامی که $g=0$ باشد، دو نقطه تعادل در $(0,0)$ و

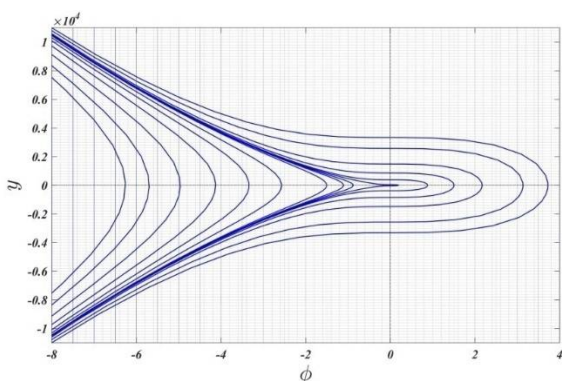
$(\phi_1, 0)$ وجود دارند که $\phi_1 = -\frac{h_1}{h_2} = \frac{2U}{Al}$ می باشد و در

شکل 2 نمایش داده شده اند.

$$H(\phi, y) = \frac{y^2}{2} - \left(\frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{3}\phi\right)\phi^2 = g \quad 22$$

شکل 2 نمودار مسیر فاز معادله 21 را نشان می دهد که با

توجه به مقادیر ذکر شده در محاسبات ما $h_1=10.8071$ و $h_2=-3.2077*10^{+5}$ می باشند.



شکل 2. نمودار فاز سیستم برای معادله 21 و مقادیر ذکر شده شکل 1.

با استفاده از تابع هامیلتونی با $g=0$ ، و هنگامی که شرط

$A > 0$ (ضریب غیرخطی) ارضا شود، در نقطه تعادل

$(0,0)$ ، سیستم (معادله 18) دارای جوابی به صورت موج

سالیلتونی غبار-یون-صوتی متراکم به صورت زیر است

$$\phi(\chi) = \phi_m \operatorname{sech}^2\left(\frac{\chi}{S}\right) \quad 23$$

که در آن $\phi_m = -\frac{3h_1}{2h_2} = \frac{3U}{Al}$ دامنه موج و

با $S = 2\sqrt{l(Cl^2 + Dm^2)}/U$ عرض موج می باشند.

رسم نمودار $\phi(\chi)$ برحسب χ و از طریق تغییر

پارامترهای H, l, d, Ω_c که در شکل 3 الف تا 3 ب نشان

داده شده است، نحوه تغییرات موج سالیلتونی غبار-یون-

یکی از متداولترین روشها در به دست آوردن

جوابهای تحلیلی و موضعی این معادله دیفرانسیل غیر

خطی، استفاده از روش معروف \tanh است. با گذشتن از

روش موضعی، در ادامه به روش تغییر متغیر می پردازیم.

در این روش با اعمال تغییر متغیر

$\chi = mX + lZ - UT$ که در آن U سرعت موج

غیرخطی، χ, X, Z متغیرهای مکان گونه و T متغیر زمان

گونه هستند به رابطه زیر می رسمیم:

$$-U \frac{\partial \phi}{\partial \chi} + Al \phi \frac{\partial \phi}{\partial \chi} + (Cl^3 + Dlm^2) \frac{\partial^3 \phi}{\partial \chi^3} = 0 \quad 18$$

لازم به ذکر است که کمیت های l و m کسینوس های

جهتگیری بردار موج k به ترتیب در امتداد راستاهای Z و

X هستند و در رابطه $l^2 + m^2 = 1$ صدق می کنند. با

انتگرالگیری معادله 18 نسبت به χ و صرف نظر از ثابت

انتگرالگیری، معادله دیفرانسیل زیر حاصل می شود:

$$\frac{d^2 \phi}{d\chi^2} = h_1 \phi + h_2 \phi^2 \quad 19$$

که کمیت های h_1 و h_2 به صورت زیرند:

$$h_1 = \frac{2U}{Cl^3 + Dlm^2}, \quad h_2 = -\frac{Al}{Cl^3 + Dlm^2} \quad 20$$

معادله فوق می تواند به صورت سیستم دینامیکی معادله

موج رونده زیر مجدداً نوشته شود

$$\frac{d\phi}{d\chi} = y, \quad \frac{dy}{d\chi} = (h_1 + h_2 \phi)\phi \quad 21$$

معادله آخر معرف سیستم هامیلتونی تخت با تابع

هامیلتونی معادله 22 است که در آن عبارت

$-\left(\frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{3}\phi\right)\phi^2$ پتانسیل الکتریکی $V(\phi)$ است.

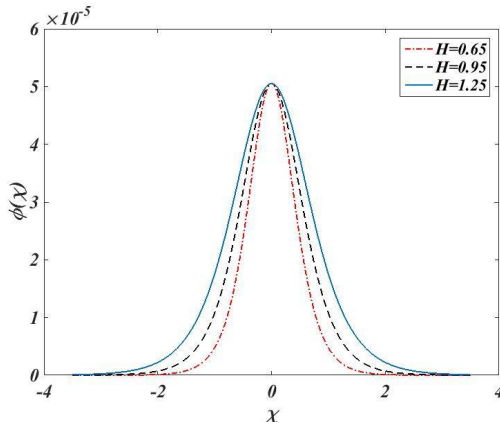
$$u_{iz} = \frac{1}{\lambda} \phi_m \operatorname{sech}^2\left(\frac{\chi}{S}\right)$$

24ب

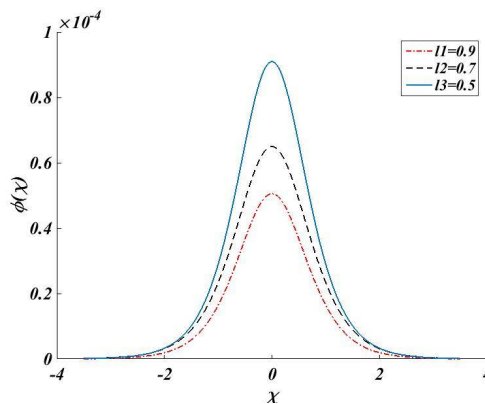
صوتی مورد تحقیق و بررسی قرار گرفت. برای رسم این نمودارها از مقادیر زیر استفاده شده است:

$$n_{i0} = 8 \times 10^{33}, n_{e0} = 5.9 \times 10^{34}, n_{p0} = 5.32 \times 10^{34}, \alpha = 1837$$

$$\mu_e = 0.86, \mu_p = 0.4, \sigma_T = 0.86,$$

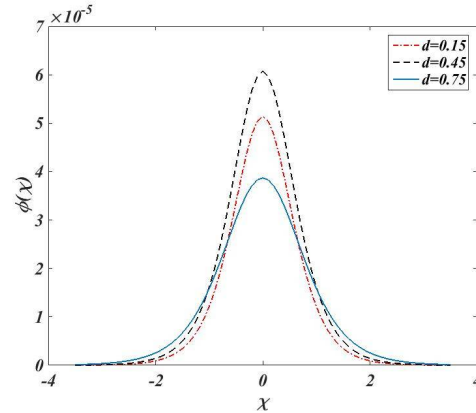


شکل 3ب: نمودار $\phi(\chi)$ برحسب χ برای مقادیر $d=0.6, l=0.9$ ، $\Omega_c = 0.5$ و مقدار H متفاوت.



شکل 3ج: نمودار $\phi(\chi)$ برحسب χ برای مقادیر $d=0.6, H=1.2$ ، $\Omega_c = 0.5$ و مقدار l متفاوت.

نمودار چگالی تعداد یونی و مؤلفه Z سرعت یون سالیتون برحسب χ برای مقادیر متفاوت d در شکل 5 (الف و ب) رسم شده است. لازم به ذکر است در رسم‌ها مقادیر $H=1.2, \Omega_c = 0.5$ و $l=0.5$ می‌باشد. همان‌طور که دیده می‌شود با افزایش چگالی ذرات غبار (d)، چگالی تعداد و سرعت یونی کاهش می‌یابند.



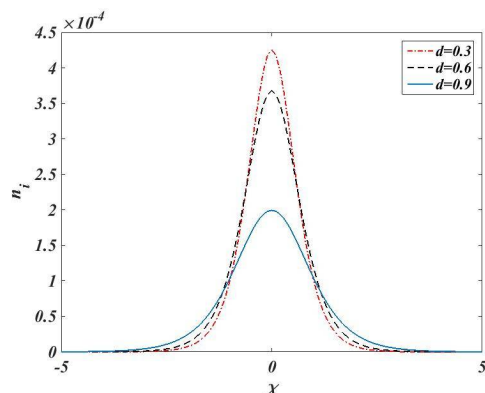
شکل 3د: نمودار $\phi(\chi)$ برحسب χ برای مقادیر $H=1.2, l=0.9$ و مقدار d متفاوت، $\Omega_c = 0.5$.

طبق شکل 3الف با افزایش چگالی ذرات غبار، دامنه موج کمتر و عرض موج افزایش می‌یابد. طبق شکل 3ب با افزایش H ، عرض موج افزایش می‌یابد اما تغییر H تأثیری در دامنه موج ندارد. طبق شکل 3ج با افزایش l ، دامنه عرض موج کاهش می‌یابد. طبق شکل 3د با افزایش Ω_c ، عرض موج کاهش می‌یابد اما تغییر Ω_c ، تأثیری در دامنه موج ندارد. شکل 4، نمودار عرض موج برحسب l برای مقادیر متفاوت d را نشان می‌دهد همان‌طور که دیده می‌شود با افزایش چگالی ذرات غبار، عرض موج برای مقادیر $0 < l < 0.87$ افزایش می‌یابد. با استفاده از معادلات 11ب و 11ث مقادیر u_{iz} و n_i به صورت زیر به دست می‌آیند که $\frac{1}{\lambda^2} \phi_m$ بیک چگالی تعداد یونی و

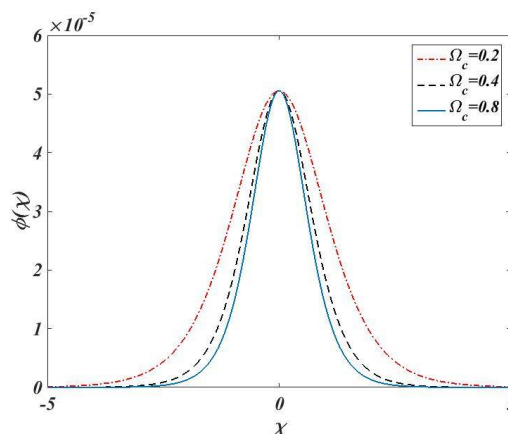
$$\frac{1}{\lambda} \phi_m \text{ بیک مؤلفه Z سرعت یون می‌باشند:}$$

$$n_i = \frac{1}{\lambda^2} \phi_m \operatorname{sech}^2\left(\frac{\chi}{S}\right)$$

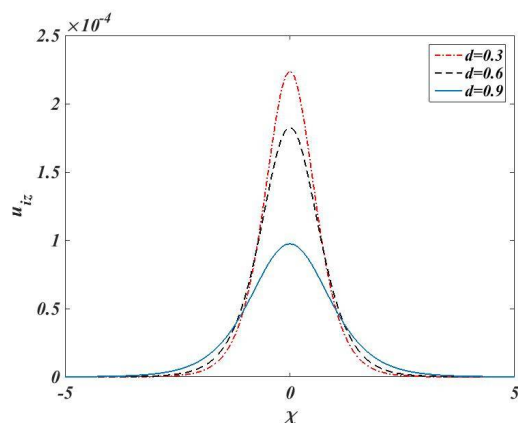
24الف



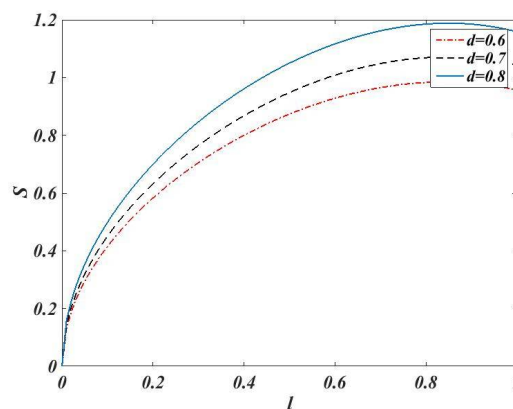
شکل 5. الف: چگالی یون برحسب χ برای مقادیر متفاوت d .



شکل 3. ت: نمودار $\phi(\chi)$ برحسب χ برای مقادیر $d=0.6, l=0.9$ و مقدار Ω_c متفاوت.



شکل 5. ب: مؤلفه z سرعت یون برحسب χ برای مقادیر متفاوت d .



شکل 4. تغییر عرض سالیون با l برای مقادیر متفاوت d و $H=1.2$, $\Omega_c = 0.5$.

اشکال 6، 7 و 8 رسم سه بعدی انرژی سالیون برحسب χ به ترتیب برای مقادیر متفاوت d و H را نشان می‌دهند همان‌طور که از شکل 6 دیده می‌شود با افزایش $0 < d < 0.5$ دامنه انرژی موج افزایش می‌یابد و سپس در $0.5 < d < 0.99$ کاهش می‌یابد. در شکل 7 پروفایل انرژی سالیون برحسب χ برای مقادیر متفاوت H نشان داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، با افزایش H دامنه انرژی موج سالیونی افزایش می‌یابد.

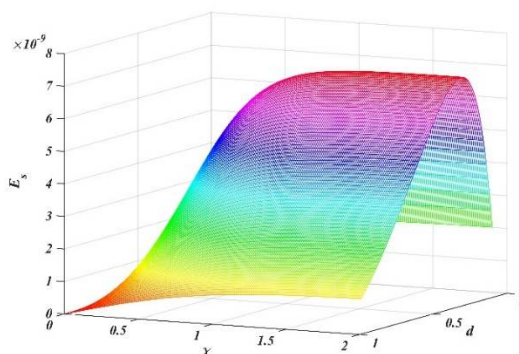
انرژی سالیون می‌تواند با استفاده از انتگرال زیر محاسبه شود

$$E_S = \int_{-\infty}^{+\infty} \phi^2(\chi) d\chi = \int_{-\infty}^{+\infty} \phi_m^2 \operatorname{sech}^4\left(\frac{\chi}{S}\right) d\chi = \quad 25$$

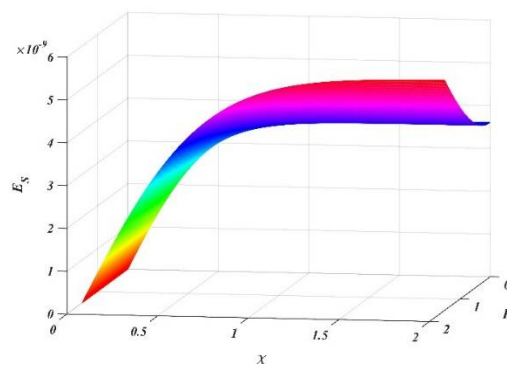
$$\phi_m^2 \left[W \tanh\left(\frac{\chi}{S}\right) - \frac{W}{3} \tanh^3\left(\frac{\chi}{S}\right) \right]$$

نتیجه گیری

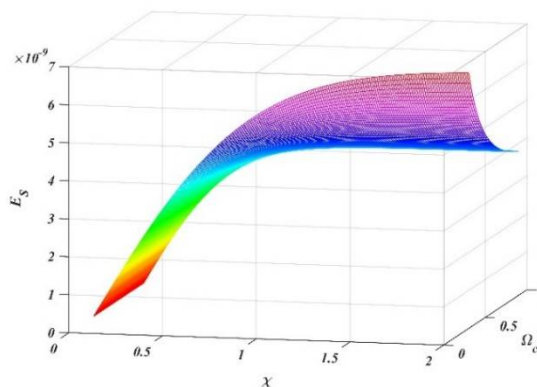
رفتار انرژی و تابع موج غبار-یون-صوتی در پلاسمای غباری، در حضور میدان مغناطیسی با استفاده از مدل هیدرودینامیک کوآنتومی و نظریه اختلال کاهشی، و با استخراج معادله ZK مورد بررسی قرار گرفت. محیط پلاسمای مورد بررسی شامل الکترون‌ها و پوزیترون‌های بدون اینرسی و با تابع توزیع فرمی-دیراک، یون‌های سرد به‌عنوان زمینه انتشار موج و ذرات غبار ساکن با بار منفی متغیر بوده است. برای بررسی رفتار توابع موج غبار-یون-صوت و انرژی آن، نمودار توابع برای مقادیر متفاوت Ω_e (نسبت فرکانس سیکلوترونی الکترون به فرکانس پلاسما)، d (چگالی غبار)، H (پارامتر کوآنتومی بدون بعد)، l (کسینوس جهتگیری انتشار بردار موج)، با ثابت نگه داشتن پارامترهای دیگر پلاسما، نسبت به χ رسم گردید. نتایج نشان می‌دهد که تغییر H و Ω_e در دامنه موج تغییری ایجاد نمی‌کنند اما افزایش l و d دامنه موج را کاهش می‌دهند. از طرفی افزایش H و d باعث افزایش عرض موج و افزایش l و Ω_e باعث کاهش عرض موج می‌شوند. همچنین رسم 3بعدی انرژی سالیتون اطلاعاتی را از چگونگی تغییرات انرژی موج در اختیار ما گذاشت. رسم سه بعدی انرژی موج برحسب χ و d نشان می‌دهد که با افزایش $0 < d < 0.5$ ، دامنه انرژی موج افزایش می‌یابد و سپس در $0.5 < d < 0.99$ کاهش می‌یابد. همچنین پروفایل انرژی سالیتون برحسب χ برای مقادیر متفاوت H نشان می‌دهد با افزایش H دامنه انرژی موج سالیتونی افزایش می‌یابد. از طرفی پروفایل انرژی سالیتون برحسب χ برای مقادیر متفاوت Ω_e نمایانگر آن است



شکل 6. پروفایل انرژی سالیتون برحسب χ برای مقادیر متفاوت d .



شکل 7. پروفایل انرژی سالیتون برحسب χ برای مقادیر متفاوت H .



شکل 8. پروفایل انرژی سالیتون برحسب χ برای مقادیر متفاوت Ω_e .

رسم پروفایل انرژی سالیتون برحسب χ برای مقادیر متفاوت Ω_e در شکل 8 نشان می‌دهد که با افزایش Ω_e ، دامنه انرژی موج سالیتونی کاهش می‌یابد.

[8] M. Ghasemloo , M. Ghoranneviss, A. Salarelahi, Measurement of Safety Factor and Poloidal Beta by Design and Fabrication of Emissive Limiter Bias in IR-T1 Tokamak, *Journal of Nuclear and Particle Physics* **2** 2 (2012) 22-25. doi: [10.5923/j.jnpp.20120202.05](https://doi.org/10.5923/j.jnpp.20120202.05)

[9] M.J. Iqbal, Ph.D Thesis, Nonlinear Wave Propagation in Quantum Degenerate Plasmas, Reg. No. 2012-PHD-PHY-30, Department of Physics GC University Lahore (2019).

[10] F. Hass, L.G. Garcia, J. Goedert, G. Manfredi, Quantum ion-acoustic waves, *Physics of Plasmas* **10** (2003) 3858. <https://doi.org/10.1063/1.1609446>

[11] P.K. Shukla, Low-frequency modes in dusty plasmas, *Physica Scripta* **45** (1992) 508. <https://doi.org/10.1088/0031-8949/45/5/014>

[12] A. Barken, N.D. Angelo, R.L. Merlino, Experiments on ion-acoustic waves in dusty plasmas, *Planetary and Space Science* **44** (1996) 239. [https://doi.org/10.1016/0032-0633\(95\)00109-3](https://doi.org/10.1016/0032-0633(95)00109-3)

[13] P.A. Markowich, C.A. Ringhofer, C. Schmeiser, *Semiconductorequations*, Springer, Berlin (1990).

[14] P.K. Shukla, N.N. Rao, M.Y. Yu, N.L. Tsintsadze, Relativistic nonlinear effects in plasmas, *Physics Reports* **1** (1986) 138. [https://doi.org/10.1016/0370-1573\(86\)90157-2](https://doi.org/10.1016/0370-1573(86)90157-2)

[15] G. Chabrier, E. Douchin, Y. Potekhin, Dense astrophysical plasmas, *Journal of Physics: Condensed Matter* **14** (2002) 9133. <https://doi.org/10.1088/0953-8984/14/40/307>

[16] G. Manfredi, F. Hass, Self-consistent fluid model for a quantum electron gas, *Physical Review B* **64** 075316 (2001). doi: [10.1103/PhysRevB.64.075316](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.64.075316)

[17] G. Manfredi, How to model quantum plasmas, *Fields Inst. Commun* **46**, (2005) 263.

که با افزایش Ω_e ، دامنه انرژی موج سالیتوننی کاهش می‌یابد.

مرجع‌ها

[1] D. Kremp, M. Schlages, W.D. Kraft, *Quantum Statistics of Nonideal Plasmas*, Springer, Berlin (2005).

[2] A.V. Andreev, Self-consistent equations for the interaction of an atom with an electromagnetic field of arbitrary intensity, *Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters* **72** (2000) 238-240.

[3] M. Marklund, P.K. Shukla, Nonlinear collective effects in photon-photon and photon-plasma interactions, *Reviews of Modern Physics* **78** (2006) 591 doi: [10.1103/RevModPhys.78.591](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.78.591)

[4] I. Gasser, *Quantum Hydrodynamics*, Ph.D Thesis, Technical University of Berlin, Germany (1996).

[5] M. Ghasemloo, M. Ghoranneviss, M.K. Salem, R. Arvin, S. Mohammadi, A. Nik Mohammadi, The effect of emissive biased limiter on the magnetohydrodynamic modes in the IR-T1 tokamak, *Physics of Plasmas* **20** (2013) 032503. <https://doi.org/10.1063/1.4791658>

[6] M. Ghasemloo, M. Ghoranneviss, A. SalarElahi, M.K. Salem, Design and fabrication of emissive biased limiter and its effect on tokamak plasma , *Radiation Effects and Defects in Solids: Incorporating Plasma Science and Plasma Technology* **168** (2013) 42. <https://doi.org/10.1080/10420150.2012.706610>

[7] M. Ghasemloo, M. Ghoranneviss, M.K. Salem, The Effect of Biased Limiter on the Magnetic Island Width in Tokamak Plasma, *Journal of Plasma Physics* **80** (2014) 113. doi: [10.1017/S0022377813001190](https://doi.org/10.1017/S0022377813001190)

- [25] U.K. Samanta, A. Saha, P.Chatterjee, Bifurcations of nonlinear ion acoustic travelling waves in the frame of aZakharov-Kuznetsov equation in magnetized plasma with a kappa distributed electron, *Physics of Plasmas* **20** c (2013) 052111. <https://doi.org/10.1063/1.4804347>
- [26] U.K.Samanta, A. Saha, P.Chatterjee, Bifurcations of dust ion acoustic travelling waves in a magnetized quantum dusty plasma, *Astrophysics and Space Science* **347** d (2013) 293. doi: [10.1007/s10509-013-1529-8](https://doi.org/10.1007/s10509-013-1529-8)
- [27] A. Saha, P.Chatterjee, Bifurcations of electron acoustic traveling waves in an unmagnetized quantum plasma with cold and hot electrons, *Astrophysics and Space Science* **349** a (2014) 239-244. <https://link.springer.com/article/10.1007/s10509-013-1646-4>
- [28] A. Saha, P. Chatterjee, Dust ion acoustic travelling waves in the framework of a modified Kadomtsev-Petviashvili equation in a magnetized dusty plasma with superthermal electrons, *Astrophysics and Space Science* **349** b (2014) 813-820. <https://link.springer.com/article/10.1007/s10509-013-1685-x>
- [29] A. Saha, P. Chatterjee, Bifurcations of dust acoustic solitary waves and periodic waves in an unmagnetized plasma with nonextensive ions, *Astrophysics and Space Science* **351** c (2014) 533-537. doi: [10.1007/s10509-014-1849-3](https://doi.org/10.1007/s10509-014-1849-3)
- [30] A. Saha, P. Chatterjee, New analytical solutions for dust acoustic solitary and periodic waves in an unmagnetized dusty plasma with kappa distributed electrons and ions, *Physics of Plasmas* **21** d (2014) 022111. <https://doi.org/10.1063/1.4864626>
- [31] R. Bharuthram, P.K. Shukla, Large amplitude ion-acoustic solitons in a dusty plasma, *Planetary and Space Science* **40**
- [18] S.A. Khan, M. Bonitz, Quantum Hydrodynamics, Chapter in Book Complex Plasmas: Scientific Challenges and Technological Opportunities Editors: M. Bonitz, K. Becker, J. Lopez, H. Thomsen, Springer, Heidelberg (2014) 103-152.
- [19] M. Masud, N.R. Kundu, A.A. Mamun, Obliquely propagating dust-ion acoustic solitary waves and their multidimensional instabilities in magnetized dusty plasmas with bi-maxwellianelectrons, *The Canadian Journal of Physics* **91** 7 (2013) 530-536. <https://doi.org/10.1139/cjp-2012-0390>
- [20] T. Saha, P. Chatterjee, Obliquely propagating ion acoustic solitary waves in magnetized dusty plasma in the presence of nonthermal electrons, *Physics of Plasmas* **16** (2009) 013707. <https://doi.org/10.1063/1.3067824>
- [21] H.R Pakzad, Soliton energy of the Kadomtsev-Petviashvili equation in warm dusty plasma with variable dust charge, two-temperature ions, and nonthermal electrons, *Astrophysics and Space Science* **326** 1 (2010) 69-75. doi: [10.1007/s10509-009-0196-2](https://doi.org/10.1007/s10509-009-0196-2)
- [22] E.K. El-Shewy, M.I. Abo el Maaty, H.G. Abdelwahed, M.A. Elmessary, Solitary solution and energy for the Kadomstev-Petviashvili equation in two temperatures charged dusty grains, *Astrophysics and Space Science* **332** (2011) 179-186. doi: [10.1007/s10509-010-0492-x](https://doi.org/10.1007/s10509-010-0492-x)
- [23] B. Sahu, N.K. Ghosh, Kadomstev-Petviashvili solitons in quantum plasmas, *Astrophysics and Space Science* **343** (2013) 289-292. doi: [10.1007/s10509-012-1246-8](https://doi.org/10.1007/s10509-012-1246-8)
- [24] U.K. Samanta, A. Saha, P. Chatterjee, Bifurcations of dust ion acoustic travelling waves in a magnetized dusty plasma with a q-nonextensive electron velocity distribution, *Physics of Plasmas* **20** b (2013) 022111. <https://doi.org/10.1063/1.4791660>

443. <https://doi.org/10.1029/GL014i004p00443>
- [39] T.S. Gill, H. Kaur, S. Bansal, N.S. Saini, P. Bala, Modulational instability of electron-acoustic waves: an application to auroral zone plasma, *The European Physical Journal D* **41** (2007) 151-156. <https://link.springer.com/article/10.1140/epjd/e2006-00198-7>
- [40] F.F. Chen, Plasma Diagnostic Techniques, New York, Academic (1965).
- [41] S.S Duha, B. Shikha, A.A. Mamun, nonlinear dust-ion-acoustic waves in a multi-ion plasma with trapped electrons, *Pramana—Journal of Physics* **77** (2011) 357–368. DOI: [10.1007/s12043-011-0102-7](https://doi.org/10.1007/s12043-011-0102-7)
- [42] N. Pishbin, M.R. Rouhani, N. Alinejad, Specifications of dust-ion-acoustic shock waves affected by dust charge variation in four component dissipative quantum plasma, *radiation effects and defects in solids* **174** (2019) 349-364. <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/10420150.2019.1596103>
- [43] N. Pishbin, M.R. Rouhani, The tanh solution of KdV-B equation in four-component quantum plasma by taking into account dust charge variation, *Physics of plasmas* **24** (2017) 123702. <https://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.5005586>
- (1992) 973-977. [https://doi.org/10.1016/0032-0633\(92\)90137-D](https://doi.org/10.1016/0032-0633(92)90137-D)
- [32] M.T. Attia, M.A. Zahran, E.K. El-Shewy, A.E. Mowafy, Contribution of Higher-Order Dispersion to Nonlinear Dust Ion Acoustic Waves in Inhomogeneous Mesospheric Dusty Plasma with Dust Charge Fluctuation, *Zeitschrift für Naturforschung* **65 a** (2010) 91-99. doi: <https://doi.org/10.1515/zna-2010-1-210>
- [33] T.K. Baluku, M.A. Hellberg, I. Kourakis, N.S. Saini, Dust ion acoustic solitons in a plasma with kappa-distributed electrons, *Physics of Plasmas* **17** (2010) 053702. <https://doi.org/10.1063/1.3400229>
- [34] F. Sayed, M.M. Haider, A.A. Mamun, P.K. Shukla, B. Elisson, N. Adhikary, Dust ion-acoustic solitary waves in a dusty plasma with positive and negative ions *Physics of Plasmas* **15** (2008) 063701. <https://doi.org/10.1063/1.2920212>
- [35] P.K. Shukla, A.A. Mamun, *Introduction to Dusty Plasma Physics*, Institute of physics, Bristol (2002).
- [36] H. Alinejad, Dust ion-acoustic solitary and shock waves in a dusty plasma with non-thermal electrons, *Astrophysics and Space Science* **327** (2010) 131. <https://link.springer.com/article/10.1007/s10509-010-0296-z>
- [37] S. Ghosh, S. Sarkar, M. Khan, M.R. Gupta, Dust ion acoustic shock waves in a collisionless dusty plasma, *Physics Letters A* **274** (2000) 162. [https://doi.org/10.1016/S0375-9601\(00\)00537-5](https://doi.org/10.1016/S0375-9601(00)00537-5)
- [38] R. Lundin, L. Eliasson, B. Hultqvist, K. Stasiewicz, Plasma energization on auroral field lines as observed by the Viking spacecraft, *Geophysical Research Letters* **14** (1987)