

# The secondary electron yield in multipactor phenomenon and Python programming

Maryam Mostajeran\*, Ali Mohammad Nikdoust

Department of Physics, University of Yazd, Yazd, Iran

Received: 20/08/2019 Final revised: 25/09/2020 Accepted: 02.11.2020

Doi link: [10.22055/JRMBS.2020.16180](https://doi.org/10.22055/JRMBS.2020.16180)

## Abstract

Multipactor(MP) is an unwanted phenomenon which is occurred in the radio frequency vacuum devices. Research to find a convenient method to lower the MP threshold or move it away from the operational range is an important key in the design of microwave components. In this regard, the accuracy of predicting the MP threshold is essential. In the simulation of MP, the secondary electron yield model is typically built in the commercial code; CST code. The accuracy of the results of MP simulation is mainly determined by the variation of secondary electron yield model. Therefore, in this paper, we calculate the effect of the variation of the secondary electron yield on the results of the MP simulation. For this purpose, the generalized polynomial chaos method is employed using Python programming. This method is based on an orthogonal polynomial expansion. Here, MP in the rectangular waveguide, Cornell Electron Storage Ring input coupler, is studied.

**Keywords:** Multipactor, Secondary electron yield, Generalized polynomial chaos, Python

---

\* Corresponding Author: [mostajeran@yazd.ac.ir](mailto:mostajeran@yazd.ac.ir)



## ضرب الکترون ثانوی در پدیده مالتی‌پکتور و برنامه پایتون

مریم مستأجران\*، علی محمد نیک‌دوست

دانشکده فیزیک، دانشگاه یزد، یزد، ایران

دریافت: 1398/05/29 ویرایش نهائی: 1399/07/04 پذیرش: 1399/08/12

Doi link: [10.22055/JRMBS.2020.16180](https://doi.org/10.22055/JRMBS.2020.16180)

### چکیده

مالتی‌پکتور پدیده ناخواسته‌ای است که در سیستم‌های رادیو فرکانسی تحت خلأ اتفاق می‌افتد. پیدا کردن روش مناسب برای کاهش یا از بین بردن مالتی‌پکتور، نکته کلیدی در طراحی ساختارهای میکروموجی است. از این رو دقت در پیش‌بینی آستانه مالتی‌پکتور ضروری است. در شبیه‌سازی این پدیده، مدل ضرب الکترون ثانوی در کد تجاری CST ساخته می‌شود. دقت در نتایج شبیه‌سازی مالتی‌پکتور به تغییرات مدل ضرب الکترون ثانوی بستگی دارد. از این رو در این مقاله، اثر تغییرات ضرب الکترون ثانوی در نتایج شبیه‌سازی مالتی‌پکتور محاسبه می‌شود. برای این منظور، روش چند جمله‌ای آشوب تعمیم یافته با استفاده از برنامه نویسی پایتون به کار گرفته می‌شود. این روش بر پایه بسط چند جمله‌ای‌های متعامد است. در اینجا مالتی‌پکتور در موجبر مستطیلی، کوپلر ورودی سی‌سر، مطالعه می‌شود.

**کلیدواژگان:** مالتی‌پکتور، ضرب الکترون ثانوی، چند جمله‌ای آشوب تعمیم یافته، پایتون

### مقدمه

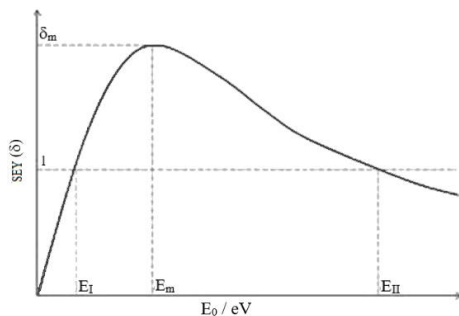
تعداد ذرات برحسب زمان را خواهیم داشت. تئوری ساده تشدید سه شرط برای ایجاد مالتی‌پکتور بیان می‌کند [1]: 1- شرط تشدید، برای مالتی‌پکتور دو سطحی، الکترون‌ها باید در مضرب صحیحی از نیم تناوب ولتاژ میدان الکتریکی از سطحی به سطح دیگر برخورد کنند. 2- شرط بزرگتر از یک بودن تعداد الکترون‌های ثانویه تولید شده در هر برخورد. 3- شرط پایداری الکترون‌های ثانوی در سیستم. برای تعیین تعداد الکترون‌های ثانوی در هر برخورد، ضرب الکترون ثانوی (SEY)<sup>1</sup> با توجه به انرژی برخوردی محاسبه می‌شود. بیشینه ضرب الکترون ثانوی و انرژی متناظر با آن، عوامل مهم در ضرب الکترون ثانوی شمرده می‌شوند. برای مشخص نمودن اهمیت و اثر

تخلیه الکتریکی ایجاد شده توسط الکترون‌های ثانوی، یکی از مهمترین پدیده‌های ناخواسته‌ای است که در سیستم‌های رادیو فرکانسی تحت خلأ اتفاق می‌افتد. این پدیده موقعی اتفاق می‌افتد که الکترونی آزاد، تحت میدان الکتریکی شتاب گرفته و با انرژی کافی به یکی از سطوح سیستم برخورد کرده و بیش از یک الکترون ثانوی از سطح جدا کند. اگر این الکترون‌های ثانوی بتوانند در سیستم شتاب بگیرند و طی برخورد، الکترون‌های ثانوی دیگری تولید کنند، بهمنی از الکترون‌ها تولید می‌شود که به این پدیده، مالتی‌پکتور گویند. در پدیده مالتی‌پکتور، رشد نمائی

\* نویسنده مسئول: [mostajeran@yazd.ac.ir](mailto:mostajeran@yazd.ac.ir)

<sup>1</sup>Secondary Electron Yield

ضرب الکترون ثانوی در پدیده مالتی پکتور، باید تغییرات این دو کمیت بر مالتی پکتور بررسی شود. تحقیقات انجام شده توسط دانشگاه کرنل<sup>1</sup> و لنکستر<sup>2</sup>، مشاهده مالتی پکتور در موجبر مستطیلی، به عنوان کوپلر ورودی<sup>3</sup> (CESR) را بیان می کند [2]. برای بررسی اثر تغییرات ضرب الکترون ثانوی در این موجبر، یک روش، استفاده از روش مونت کارلو است ولی این روش برای به دست آوردن نتایج با دقت خوب، بسیار زمان بر است (دقت متناسب است با عکس جذر تعداد نمونه ها<sup>4</sup>). در این مقاله از روش چند جمله ای آشوب تعمیم یافته<sup>5</sup> (gPC) استفاده می کنیم. با استفاده از این روش در زمان کمتری نسبت به روش مونت کارلو می توان نتایج با دقت خوبی را به دست آورد [3]. تابع چگالی احتمال ضرب متوسط الکترون ثانوی و شاخص های سابل مربوط به تغییرات بیشینه ضرب الکترون ثانوی و انرژی متناظر با آن را به دست می آوریم.



شکل 1. رفتار کلی ضرب الکترون ثانوی، بیشینه ضرب ( $\delta_m$ )، انرژی در بیشینه ضرب ( $E_m$ )، ( $E_i$ ) و ( $E_{II}$ ) اولین و دومین انرژی دارای  $\delta$  برابر با یک [4].

### شبیه سازی مالتی پکتور در موجبر مستطیلی با

#### استفاده از نرم افزار CST

موجبر مستطیلی مورد نظر، موجبری با پهنای  $457.2\text{mm}^7$  و ارتفاع  $102\text{mm}^8$  است که توسط رونگلی گنگ<sup>9</sup> برای CESR طراحی شده است [2]. در نرم افزار CST، شبیه سازی مالتی پکتور با حل کننده ذره در سلول<sup>10</sup> (PIC) در ماژول CST Particle

در این مقاله ابتدا ضرب الکترون ثانوی و معیار تولید مالتی پکتور در سیستم مورد مطالعه ارائه می شود. سپس در مورد شبیه سازی مالتی پکتور در موجبر مستطیلی با استفاده از نرم افزار CST<sup>6</sup> توضیح داده می شود. در قسمت های بعد، کنترل نرم افزار CST با استفاده از برنامه پایتون بیان می شود. در ادامه روش gPC معرفی می شود. سپس از روش gPC برای محاسبه اثر تغییرات ضرب الکترون ثانوی در مالتی پکتور استفاده می شود. در آخر نتایج حاصل از این روش بررسی می شود.

### ضرب الکترون ثانوی و مالتی پکتور

ضرب الکترون ثانوی (SEY) نسبت الکترون های ثانوی (الکترون های گسیل شده) به الکترون های اولیه

<sup>6</sup>Computer simulation Technology

<sup>7</sup> 18 Inch

<sup>8</sup> 4 Inch

<sup>9</sup> Rongli Geng

<sup>10</sup> Particle In Cell

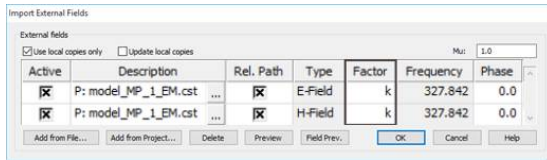
<sup>1</sup> Cornell

<sup>2</sup> Lancaster

<sup>3</sup> Cornell Electron Storage Ring (CESR)

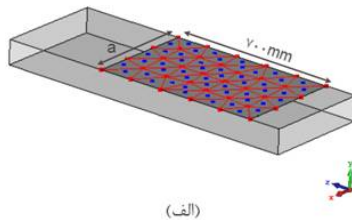
<sup>4</sup> Samples

<sup>5</sup> Generalized Polynomial Chaos

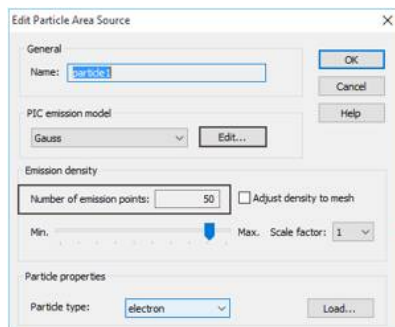


شکل 3. ورود میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی محاسبه شده توسط حل کننده Eigen mode به محیط PIC و تعریف فاکتور  $k$ .

برای شبیه‌سازی مالتی‌پکتور باید چشمه‌ای برای تولید الکترون اولیه تعریف کرد. چشمه سطحی با پهنای  $457.2\text{mm}$  و طول  $700\text{mm}$  ایجاد می‌کنیم، (شکل 4-الف). تعداد نقاط گسیل کننده الکترون از چشمه را برابر 50 و نوع انتشار را گاوسی انتخاب می‌کنیم [6]، (شکل 4-ب).



(الف)

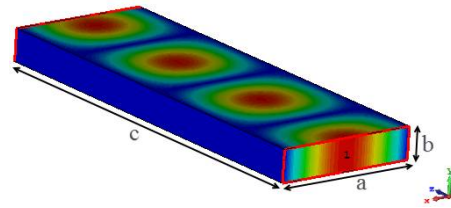


(ب)

شکل 4. الف: انتخاب چشمه سطحی، ب: تعیین تعداد نقاط گسیل کننده الکترون از چشمه سطحی [6].

در شکل 4-ب با انتخاب گزینه Edit، پنجره تنظیمات انتشار گاوسی<sup>3</sup> باز می‌شود. در قسمت charge(abs) تعداد الکترون‌های اولیه گسیل شده از سطح برابر 1، Sigma برابر با نصف طول موجبر، Cutoff Length برابر با 125، Offset برابر 125 برابر

استudio(CST PS) انجام می‌شود که لازم است میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی محاسبه شده توسط حل کننده Eigen mode در آن فراخوانی شود. به این منظور، ابتدا موجبر مستطیلی از خلأ، با ابعاد  $a=457.2\text{mm}$ ،  $b=102\text{mm}$  و  $c=1270\text{mm}$  در محیط Eigen mode مدل‌سازی می‌کنیم. جنس سطوح موجبر را استیل ضد زنگ<sup>1</sup>، تعداد مش‌ها را 100 از نوع شش‌وجهی<sup>2</sup>، شرایط مرزی را periodic و بازه فرکانسی را 10 تا 500 مگاهرتز در نظر می‌گیریم [6]. با اجرای این مدل در حل کننده Eigen mode، میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی در مُد پایه  $(TE_{10})$  محاسبه می‌شوند. شماتیک میدان الکتریکی در موجبر مستطیلی در مُد  $TE_{10}$  نشان داده شده است، (شکل 2).



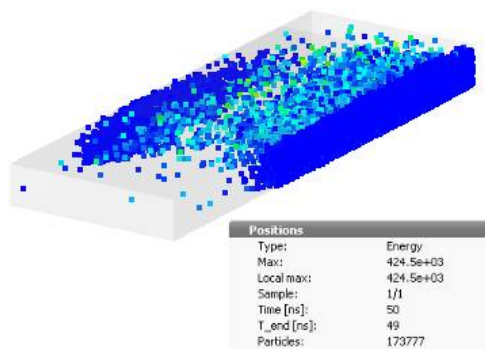
شکل 2. شماتیک میدان الکتریکی در موجبر مستطیلی در مُد  $TE_{10}$ .

در محیط PIC، ساختار موجبر مستطیلی را ایجاد و میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی به دست آمده توسط حل کننده Eigen mode را در محیط PIC وارد می‌کنیم. شدت میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی در قسمت Eigen mode نُرمال به یک است، با توجه به این نکته که مالتی‌پکتور در میدان مناسب اتفاق می‌افتد، میدان‌های فراخوانی شده در محیط PIC باید در فاکتور  $k$  ضرب شود، (شکل 3). در ابتدا  $k$  را یک فرض می‌کنیم، در ادامه توضیح می‌دهیم چگونه مقدار  $k$  تعیین می‌شود.

<sup>3</sup> Gauss Emission Settings

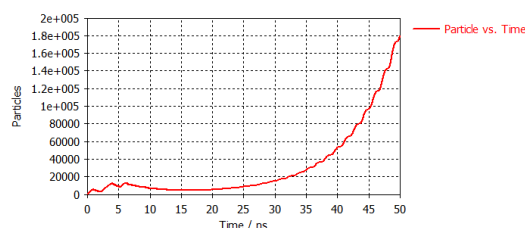
<sup>1</sup> SEE - Steel

<sup>2</sup> Hexahedral(Legacy)



شکل 6. پدیده مالتی پکتور در موجبر مستطیلی.

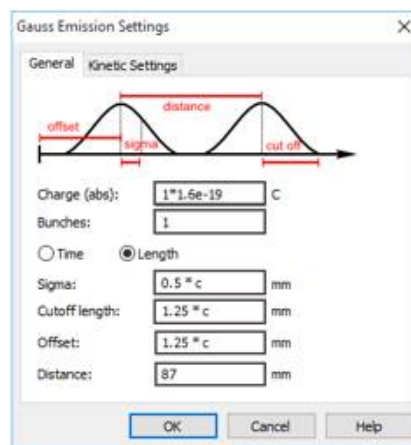
نمودار تعداد ذرات برحسب زمان در شکل 7 نشان داده شده است که در آن تعداد ذرات برحسب زمان به صورت نمائی رشد پیدا می کند.



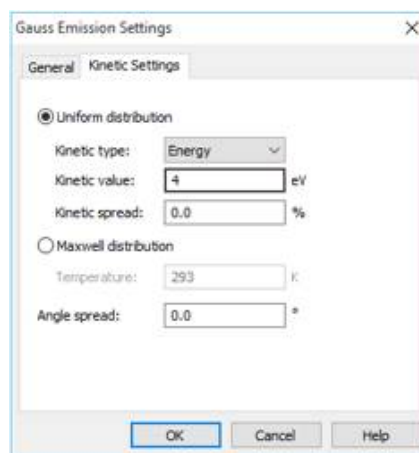
شکل 7. نمودار تعداد ذرات برحسب زمان برای  $k = 1$ .

برای محاسبه  $\langle SEY \rangle$  از دو روش میانگین گیری و انتگرال گیری می توان استفاده کرد. در روش اول، میانگین گیری،  $\langle SEY \rangle$  با استفاده از نسبت میانگین الکترون های گسیل شده از سطح به میانگین الکترون های برخوردی به سطح محاسبه می شود. در قسمت پس پردازش<sup>1</sup>، تب نتایج کلی، میانگین الکترون های برخوردی به سطح در مدت زمان 5 دوره تناوب آخر تعریف و با نام CC\_cu ذخیره می کنیم (شکل 8) [8].

طول موجبر قرار می دهیم [7]، (شکل 5 الف). انرژی الکترون های اولیه را 4 الکترون ولت قرار می دهیم، (شکل 5 ب).



(الف)



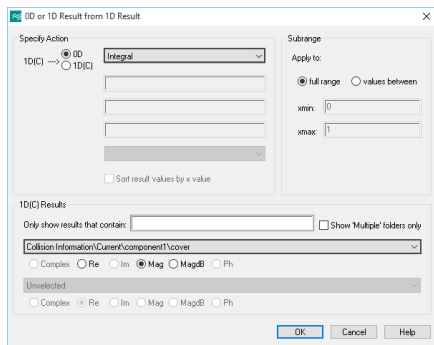
(ب)

شکل 5. الف: تعیین تعداد الکترون های اولیه گسیل شده از سطح، ب: تعیین انرژی الکترون های اولیه.

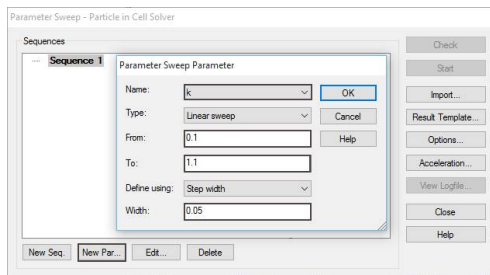
سیگنال تحریکی از نوع سینوسی و کل زمان شبیه سازی ( $T_2$ ) برابر 50 نانوثانیه در نظر می گیریم. با انتخاب مانیتور PIC و اجرای مدل، پدیده مالتی پکتور در موجبر مستطیلی ایجاد می شود، (شکل 6).

<sup>1</sup> Post Processing

در روش دوم، انتگرال‌گیری،  $\langle SEY \rangle$  برابر نسبت انتگرال جریان گسیل شده از سطح در کل زمان شبیه‌سازی به انتگرال جریان برخوردی به سطح در کل زمان شبیه‌سازی است. در تب نتایج کلی، از جریان برخوردی به سطح در کل زمان شبیه‌سازی انتگرال‌گیری شده و با نام CCcu ذخیره می‌کنیم (شکل 10) [9]، همچنین جریان تولید شده پس از برخورد، به‌همین روش با نام CEcu ذخیره می‌شود. ما در این مقاله از روش انتگرال‌گیری برای محاسبه  $\langle SEY \rangle$  استفاده می‌کنیم.

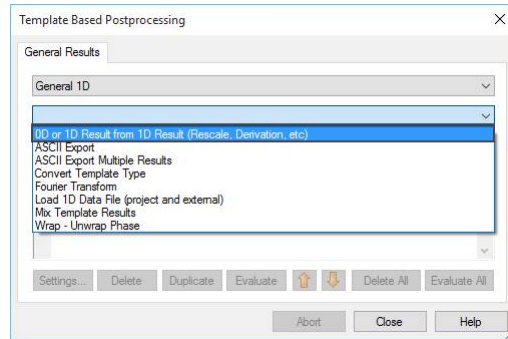


شکل 10. انتگرال‌گیری از جریان برخوردی در کل بازه شبیه‌سازی.  $\langle SEY \rangle$  را می‌توان به‌ازای مقادیر مختلف  $k$  به‌دست آورد. در نرم‌افزار CST، از قسمت سوئیپ کردن پارامتر<sup>1</sup>، با انتخاب گزینه پارامتر جدید<sup>2</sup>، پارامتر  $k$  به‌طور دلخواه از بازه 0/1 تا 1/1 با گام 0/05 سوئیپ شده است، (شکل 11).

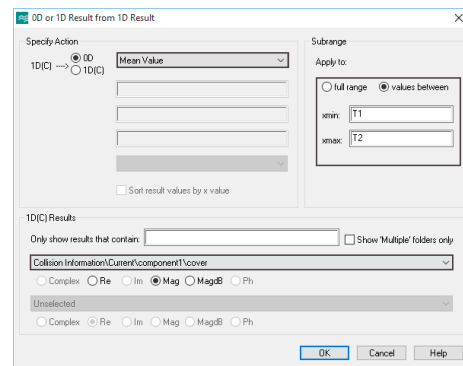


شکل 11. سوئیپ کردن پارامتر  $k$ .

برای مدل مورد مطالعه، به‌ازای تمام مقادیر  $k$ ، مالتی‌پکتور اتفاق می‌افتد،  $\langle SEY \rangle$  بزرگتر از یک است (شکل 12). به‌طور مثال برای  $k=1,1$



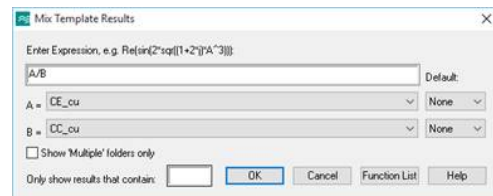
الف



ب

شکل 8. الف: تب نتایج کلی، گزینه نتایج تک بعدی، ب: میانگین‌گیری الکترون‌های برخوردی به‌سطح.

در شکل 8-ب،  $T_2$  کل زمان شبیه‌سازی، 50ns، و  $T_1 = T_2 - 5T$  دوره تناوب، تعریف می‌شوند. به‌همین ترتیب، میانگین الکترون‌های گسیل شده از سطح تعریف و با نام CE\_cu ذخیره می‌کنیم. برای محاسبه  $\langle SEY \rangle$ ، حاصل تقسیم CE\_cu به CC\_cu تعریف می‌شود. در این روش، در قسمت پس پردازش، تب نتایج کلی، گزینه Mix Template Results انتخاب می‌شود (شکل 9)، و یا با استفاده از برنامه پایتون حاصل تقسیم به‌دست می‌آید.



شکل 9. تب نتایج کلی، گزینه نتایج تک بعدی، گزینه Mix Template Results، محاسبه  $\langle SEY \rangle$ .

<sup>2</sup> New Parameter

<sup>1</sup> Parameter Sweep

ادامه توضیح داده می‌شود، لذا باید بتوان نرم‌افزار CST را تحت کنترل قرار دهیم. با استفاده از برنامه پایتون که در ادامه توضیح داده می‌شود کنترل CST را انجام می‌دهیم. ما در این مقاله برای کنترل CST از روش فایل bas استفاده می‌کنیم [10]. از آنجایی که تغییر کمیت‌های  $\delta_m$  و  $E_m$  در میدان الکترومغناطیسی اثر ندارد، فایل bas را برای تکرار حل کننده PIC استفاده می‌کنیم. فایل bas را به صورت زیر می‌نویسیم.

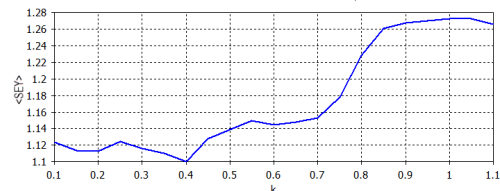
```
' Controlling_PICed
Sub Main ()
Dim test(1 To 2) As Variant
Open "D:\Mostaj\Nik\Cube\structure.txt" For Input As #1
Input#1,test(1)
Input#1,test(2)
Close #1
openfile("D:\Mostaj\Nik\Cube\model_MP.cst")
storeparameter("SEE",test(1))
storeparameter("E",test(2))
save
Rebuild
PICSolver.start
save
End Sub
```

در برنامه اصلی پایتون، تابع `seyCalculation(x1,x2)` با دو ورودی  $\delta_m$  و  $E_m$  برای محاسبه متوسط ضرب الکترون ثانوی فراخوانی می‌شود.

```
from Controll_CST import seyCalculation
```

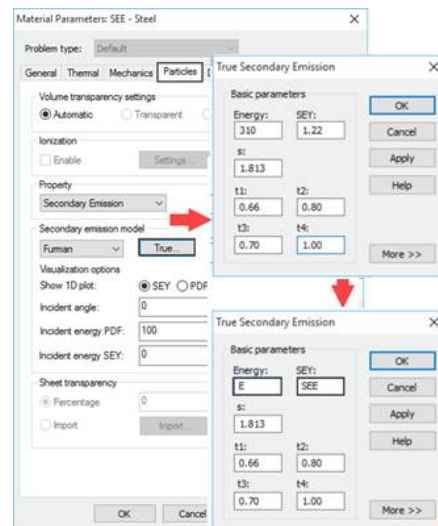
تابع `seyCalculation(x1,x2)` را می‌توان به صورت زیر نوشت.

$\langle SEY \rangle$  برابر با  $1/2657$  است. در ادامه تمام محاسبات، با در نظر گرفتن  $k=1,1$  انجام می‌شود. پس از تعیین مقدار  $k$ ، سوئیچ انجام شده در شکل 11 را حذف می‌کنیم.



شکل 12. نمودار  $\langle SEY \rangle$  بر حسب پارامتر  $k$ .

کنترل نرم‌افزار CST با استفاده از برنامه پایتون در این قسمت از مدل فرم<sup>1</sup> برای محاسبه ضرب الکترون ثانوی استفاده می‌شود. برای مطالعه حساسیت مالتی‌پکتور، نسبت به تغییرات ضرب الکترون ثانوی، تغییرات دو کمیت مهم ضرب الکترون ثانوی  $\delta_m$  و  $E_m$  را با استفاده از روش gPC بررسی می‌کنیم. برای این منظور باید این کمیت‌ها به صورت پارامتری در نرم‌افزار CST تعریف شوند (شکل 13).



شکل 13. پارامتری کردن کمیت‌های  $\delta_m$  و  $E_m$  در تب ویژگی‌های مواد، قسمت ذرات، مدل انتشار ثانوی، مدل فرم، قسمت True.

برای بررسی اثر تغییرات کمیت‌های ذکر شده در شبیه‌سازی مالتی‌پکتور، نرم‌افزار CST باید به صورت خودکار به تعدادی مشخص اجرا شود (تعداد اجرا، در

<sup>1</sup> Furman

ضریب الکترون ثانوی را به دست می‌آوریم و با دستور زیر در فایل SEY\_av.txt ذخیره می‌کنیم.

```
np.savetxt('SEY_av.txt', SEY_av, fmt='%.15f')
```

### روش چند جمله‌ای آشوب تعمیم یافته (gPC)

اثر تغییرات کمیت‌های ورودی در کمیت خروجی، با استفاده از روش چند جمله‌ای آشوب تعمیم یافته انجام می‌شود. در این روش کمیت خروجی  $f(\vec{\xi})$ ، براساس توابع پایه چند متغیره بسط داده می‌شود،  

$$: \psi_{\alpha}(\vec{\xi})$$

$$f(\vec{\xi}) = \sum_{\alpha \in \chi(M, N)} c_{\alpha} \psi_{\alpha}(\vec{\xi}), \quad 1$$

$$\chi(M, N) = \{\alpha \in \mathbb{N}^M : |\alpha| \leq N\},$$

توابع پایه به متغیرهای تصادفی یکنواخت  $\vec{\xi} = (\xi_1, \dots, \xi_M)$  وابسته‌اند و این متغیرها به کمیت‌های  $\vec{X} = (X_1, \dots, X_M)$  با یک نگاشت (بسته به تابع توزیع آنها) مرتبط می‌شوند. برای متغیرهای تصادفی با توزیع یکنواخت، توابع پایه  $\psi_{\alpha}(\vec{\xi})$  از حاصل ضرب چند جمله‌ای‌های لژاندر به دست می‌آیند. ضرائب  $c_{\alpha}$  با استفاده از حل انتگرال عددی به دست می‌آیند، برای این منظور لازم است، کمیت خروجی به تعداد گره‌ها محاسبه شود [11]. در اینجا،  $\alpha$  شاخص چند بُعدی،  $M$  تعداد متغیرها،  $N$  مرتبه بسط چند جمله‌ای‌های متعامد لژاندر است.

### شاخص سائل با استفاده از ضرائب بسط چند جمله‌ای آشوب تعمیم یافته

با استفاده از شاخص‌های سائل<sup>1</sup> می‌توان حساسیت متغیرهای خروجی نسبت به تغییرات متغیرهای ورودی

```
def seyCalculation(a, c):
    #print ('SEC_max')
    #print (a)
    #print ('Energy-max')
    #print (c)
    Input = [a, c]
    with open ('structure.txt', 'w') as f:
        f.write('%f \n' % Input [0])
        f.write('%f \n' % Input [1])
    f.close()
    from subprocess import call
    call (["C:\Program Files (x86)\CST STUDIO SUITE 2017\CST DESIGN ENVIRONMENT.exe", "- m", "D:\Mostaj\Nik\Cube\Controlling_PICed.bas"])
    Import numpy as np
    CE = np.loadtxt('D:\Mostaj\Nik\Cube\mode1_MP\Result\CEcu.rd0')
    CC = np.loadtxt('D:\Mostaj\Nik\Cube\mode1_MP\Result\CCcu.rd0')
    SEY_av1 = CE/CC
    SEY_av[SEY_av1]
    Return SEY_av
```

ورودی این تابع،  $E_m$  و  $\delta_m$ ، توسط دستورات قسمت (1) در فایل structure.txt ذخیره می‌شود. در قسمت (2) پارامتر ذخیره شده توسط فایل bas فراخوانی می‌شود و در مدل طراحی شده وارد و سپس برنامه CST به‌ازای این مقادیر اجرا می‌شود. در قسمت 3 کتابخانه numpy فراخوانی شده است. با استفاده از کتابخانه numpy، مسیر نتایج ایجاد شده در پس پردازش یعنی فایل CEcu.rd0 و CCcu.rd0 تعیین و سپس نتایج در متغیرهای CE و CC ذخیره می‌شوند (4 و 5)، با تقسیم مقدار CE بر مقدار CC متوسط ضریب الکترون ثانوی، SEY\_av، محاسبه می‌شود (6). با اجرای نرم‌افزار CST (به تعداد گره‌ها) متوسط

<sup>1</sup> Sobol Indices



را به دست آورد. شاخص سابل مرتبه اول به صورت زیر تعریف می شود.

$$S_i = \frac{V_i}{V} = \frac{V[f_i(\xi_i)]}{V[f(\xi)]} \quad 2$$

که در اینجا  $V_i$  واریانس نسبت به متغیر  $\xi_i$  است. سابل مرتبه اول به این معنی است که تغییرات تنها یک متغیر ورودی،  $\xi_i$ ، در حالی که بقیه متغیرها ثابت است، به چه میزان باعث تغییرات در خروجی،  $f(\xi)$ ، می شود. سابل مرتبه های بالاتر  $S_{i\dots j} = \frac{V_{i\dots j}}{V}$  تعریف می شود. به طور مثال، سابل مرتبه دوم نشان دهنده اثر برهم کنش تغییرات  $\xi_i$  و  $\xi_j$  بر کمیت خروجی است. از رابطه 3 می توان در مخرج رابطه 2 استفاده کرد.

$$V = V[f(\xi)] = E\left[\left(f(\xi)\right)^2\right] - \left(E\left[f(\xi)\right]\right)^2 \quad 3$$

در اینجا  $E$  میانگین است. با استفاده از  $f_0 = E\left[f(\xi)\right]$  و رابطه 1، رابطه 3 را می توان نوشت

$$V = E\left[\sum_{\alpha \in \chi(M,N)} c_\alpha^2 \mathbf{P}_\alpha^2(\xi)\right] - c_{0\dots 0}^2 \quad 4$$

$$= \sum_{\substack{\alpha \in \chi(M,N) \\ 0 \notin \chi(M,N)}} c_\alpha^2 \gamma_\alpha$$

در اینجا از

$$E\left[\sum_{\alpha \in \chi(M,N)} c_\alpha^2 \mathbf{P}_\alpha^2(\xi)\right] = \sum_{\alpha \in \chi(M,N)} c_\alpha^2 E\left[\mathbf{P}_\alpha^2(\xi)\right] \quad \text{و}$$

$$E\left[\mathbf{P}_\alpha^2(\xi)\right] = \gamma_\alpha \quad \text{با استفاده از رابطه 4}$$

سابل مرتبه اول را می توان نوشت [12].

$$S_i = \frac{V_i}{V} = \frac{\sum_{\alpha \in \chi(1,N)} c_\alpha^2 \gamma_\alpha}{\sum_{\substack{\alpha \in \chi(M,N) \\ 0 \notin \chi(M,N)}} c_\alpha^2 \gamma_\alpha} \quad 5$$

همچنین برای سابل مرتبه دوم می توان نوشت.

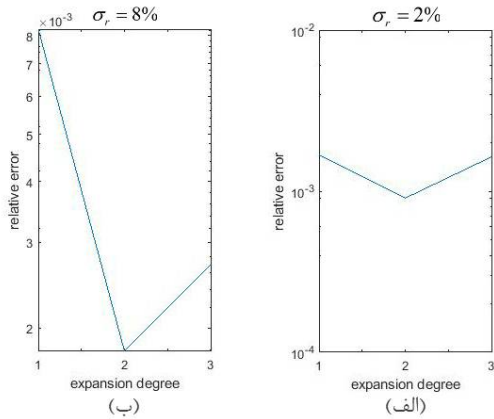
$$S_{i,j} = \frac{V_{i,j}}{V} = \frac{\sum_{\alpha \in \chi(2,N)} c_\alpha^2 \gamma_\alpha}{\sum_{\substack{\alpha \in \chi(M,N) \\ 0 \notin \chi(M,N)}} c_\alpha^2 \gamma_\alpha} \quad 6$$

### استفاده از روش gPC برای محاسبه اثر تغییرات ضرب الکترون ثانوی در مالتی پکتور

به منظور مطالعه حساسیت مالتی پکتور نسبت به تغییرات  $\delta_m$  و  $E_m$ ،  $\langle SEY \rangle$  را به ازای بعضی مقادیر  $\delta_m$  و  $E_m$  (گره ها) با استفاده از نرم افزار CST محاسبه می کنیم. با استفاده از برنامه نویسی پایتون، ضرائب بسط محاسبه و از آنجا تابع  $\langle SEY \rangle$  تعیین می شود. با تولید عدد تصادفی با توزیع یکنواخت در بازه مورد نظر، مقادیر مختلف  $\langle SEY \rangle$  به دست می آید و از آنجا تابع چگالی احتمال محاسبه می شود. در مدل فرمن برای استیل ضد زنگ  $\delta_m = 1,22$  و  $E_m = 310 \text{ eV}$  فرض شده است. این مقادیر را میانگین توزیع یکنواخت در نظر می گیریم و با تعیین انحراف نسبی استاندارد

$$\sigma_r = \frac{\sigma}{\mu} \quad 7$$

مقدار  $\sigma$  محاسبه می شود (در اینجا  $\mu$  میانگین و  $\sigma$  انحراف استاندارد است). به طور مثال با در نظر گرفتن  $\sigma_r = 2\%$ ،  $\delta_m$  و  $E_m$  به ترتیب دارای توزیع تصادفی یکنواخت در بازه  $[1,1956,1,2444]$  و  $[303,8,316,2]$  هستند. به همین ترتیب 8٪ انحراف نسبی برای کمیت های  $\delta_m$  و  $E_m$  در نظر می گیریم. با توجه به اینکه با افزایش مرتبه بسط، تعداد گره ها افزایش می یابد و در نتیجه زمان شبیه سازی بسیار زیاد خواهد شد لذا در این مقاله، محاسبات را حداکثر تا بسط مرتبه  $N = 3$  انجام



شکل 15. نمودار درصد خطای نسبی  $\langle SEY \rangle$  برحسب مرتبه‌های مختلف بسط برای الف)  $\sigma_r = 2\%$ ، ب)  $\sigma_r = 8\%$ .

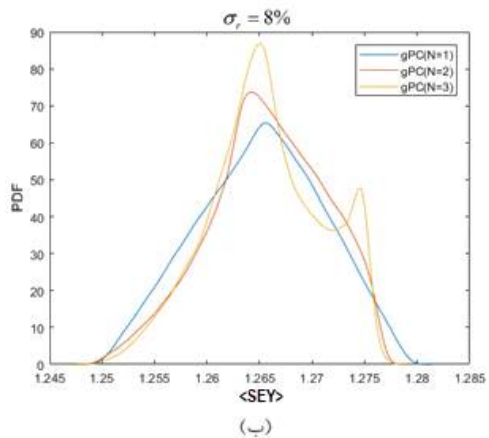
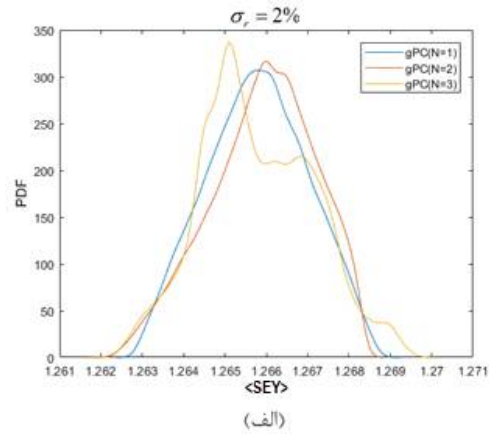
با توجه به شکل 15، برای  $\sigma_r = 2\%$  و  $\sigma_r = 8\%$ ، کمینه مقدار خطای نسبی در مرتبه بسط  $N=2$  است، لذا در ادامه، فقط تابع چگالی احتمال مربوط به  $N=2$  در نظر گرفته می‌شود. برای 2% و 8% انحراف نسبی، با استفاده از تابع چگالی احتمال، مقدار میانگین و انحراف معیار استاندارد  $\langle SEY \rangle$  محاسبه می‌شود، (جدول 1).

جدول 1. مقدار میانگین و انحراف معیار استاندارد  $\langle SEY \rangle$ ، برای 2% و 8% انحراف نسبی کمیت‌های  $\delta_m$  و  $E_m$  به‌ازای مرتبه‌های مختلف بسط.

روش در gPC مرتبه بسط	توصیف آماری	ضریب متوسط الکترون ثانوی ( $\langle SEY \rangle$ )	
		2% انحراف نسبی برای پارامترهای $E_m$ و $\delta_m$	8% انحراف نسبی برای پارامترهای $E_m$ و $\delta_m$
N = 2	میانگین	1,2653	1,2630
	انحراف معیار استاندارد	0,002	0,0091

$\langle SEY \rangle$  بدون انحراف نسبی برای کمیت‌های  $\delta_m$  و  $E_m$ ، برابر 1,2657 است (قسمت 3 صفحه 8). با در نظر گرفتن 2% و 8% انحراف نسبی، میزان کمتر بودن  $\langle SEY \rangle$  از 1,2657 نشان داده شده است، (جدول 2).

می‌دهیم. برای  $\sigma_r = 2\%$  و  $\sigma_r = 8\%$ ، تابع چگالی احتمال  $\langle SEY \rangle$  به‌ازای مرتبه‌های بسط  $N=1$ ،  $N=2$  و  $N=3$  به‌دست آمد (شکل 14).



شکل 14. تابع چگالی احتمال  $\langle SEY \rangle$  به‌ازای مرتبه‌های بسط  $N=1$ ،  $N=2$  و  $N=3$  برای الف)  $\sigma_r = 2\%$ ، ب)  $\sigma_r = 8\%$ .

نمودار درصد خطای نسبی تغییرات  $\langle SEY \rangle$  برای 2% و 8% انحراف نسبی کمیت‌های  $\delta_m$  و  $E_m$ ، در شکل 15 نشان داده شده است.

$\langle SEY \rangle$ ، تعیین شد. مقدار این تابع برای مقادیر مختلف تصادفی  $\delta_m$  و  $E_m$  به دست آمد. سپس تابع چگالی احتمال برای سه مرتبه مختلف بسط به دست آمد. با محاسبه خطای نسبی، شکل 16، تابع چگالی احتمال مرتبه بسطی که کمترین خطا را داشت، ( $N=2$ )، در نظر گرفته شد. با مقایسه تابع چگالی احتمال برای انحراف نسبی مختلف کاهش پدیده مالتی پکتور، با افزایش انحراف نسبی دیده شد. با محاسبه شاخص های سابل برای دو درصد مختلف انحراف نسبی، حساسیت  $\langle SEY \rangle$  نسبت به تغییرات کمیت های  $\delta_m$  و  $E_m$  به دست آمد. در انحراف نسبی کوچک اثر تغییرات  $\delta_m$  بر  $\langle SEY \rangle$  بیشتر از اثر تغییرات  $E_m$  است، ولی در انحرافات بزرگتر اثر هر دو تغییرات بر  $\langle SEY \rangle$  تقریباً یکسان است. روش پیشنهاد شده در این مقاله، روش gPC، یکی از روش های آنالیز تغییرات است که نسبت به روش های دیگر مانند مونت کارلو در زمان کمتری اجرا می شود. می توان از این روش برای محاسبه اثر تغییرات ابعاد مدل مورد نظر بر روی مالتی پکتور نیز استفاده کرد.

### مراجع

- [1] V. Semenov, A. Kryazhev, D. Anderson and M. Lisak, Multipactor suppression in amplitude modulated radio frequency fields, *Physics of Plasmas* **8** 11 (2001) 5034-5039. <https://aip.scitation.org/doi/abs/10.1063/1.1410980>
- [2] P.A. Goudket, A study of multipacting in Rectangular waveguide geometries, *PhD dissertation*, Lancaster University (2004). <https://eprints.lancs.ac.uk/id/eprint/76622/>
- [3] C. Schmidt, P. Grant, M. Lowery, U. Van Rienen, Influence of uncertainties in the material properties of brain tissue on the probabilistic volume of tissue activated, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering* **60** 5 (2012) 1378-1387. <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/6392218>
- [4] V. Semenov, E.I. Rakova, D. Anderson, M. Lisak, J. Puech, Multipactor in rectangular waveguides, *Physics of Plasmas* **14** 3 (2007) p.033501.

جدول 2. درصد کمتر بودن  $\langle SEY \rangle$  از 1,2657 برای مقادیر مختلف  $\sigma_r$

روش gPC در مرتبه بسط	در صد کمتر بودن $\langle SEY \rangle$ از 1,2657	
	$\sigma_r = 2\%$	$\sigma_r = 8\%$
$N = 2$	39%	49,9%

با توجه به جدول 1 و 2، با افزایش انحراف نسبی دو کمیت  $\delta_m$  و  $E_m$ ،  $\langle SEY \rangle$  کاهش می یابد، به عبارتی مالتی پکتور کاهش می یابد. شاخص سابل مرتبه اول برای  $\delta_m$ ،  $S_{\delta_m}$ ، برای  $E_m$ ،  $S_{E_m}$ ، و شاخص سابل مرتبه دوم برای  $\delta_m$  و  $E_m$ ،  $S_{\delta_m, E_m}$ ، با در نظر گرفتن درصدهای مختلف  $\sigma_r$  محاسبه شد، (جدول 3). با توجه به جدول 3 در انحراف نسبی کوچک، اثر تغییرات  $\delta_m$  بر  $\langle SEY \rangle$  بیشتر از اثر تغییرات  $E_m$  است، ولی در انحرافات بزرگتر، اثر هر دو تغییرات تقریباً یکسان است. اثر برهم کنش تغییرات دو کمیت  $\delta_m$  و  $E_m$  بر  $\langle SEY \rangle$  تقریباً قابل صرف نظر است.

جدول 3. شاخص سابل مرتبه اول و دوم برای کمیت  $\delta_m$  و  $E_m$  برای 2٪ و 8٪ انحراف نسبی به ازای مرتبه بسط  $N = 2$ .

شاخص سابل	2٪ انحراف نسبی	8٪ انحراف نسبی
	برای کمیت های $\delta_m$ و $E_m$ در مرتبه بسط $N = 2$	برای کمیت های $\delta_m$ و $E_m$ در مرتبه بسط $N = 2$
$S_{\delta_m}$	82,8545	51,6797
$S_{E_m}$	12,8578	47,8352
$S_{\delta_m, E_m}$	4,2877	0,49504

### نتیجه گیری

در این مطالعه، اثر تغییرات ضریب الکترون ثانوی بر پدیده مالتی پکتور با استفاده از روش gPC بررسی شد. در این روش، متوسط ضریب الکترون ثانوی برحسب چند جمله ای های لژاندر بسط داده شد. با کنترل نرم افزار CST تحت برنامه پایتون پدیده مالتی پکتور به ازای مقادیری از بیشینه ضریب الکترون ثانوی،  $\delta_m$ ، و انرژی مربوط به بیشینه ضریب آن،  $E_m$ ، (گره ها) شبیه سازی شد و ضرایب بسط به دست آمد. با مشخص شدن ضرایب بسط، تابع متوسط ضریب الکترون ثانوی،

powerplant steam generators, IEEE transactions on magnetics **49** 5 (2013) 1873-1876.

<https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/6514684>

<https://aip.scitation.org/doi/abs/10.1063/1.2480678>

[5] E.T. Tulu, U. Van Rienen, A. Arnold, Systematic study of multipactor suppression techniques for a superconducting rf gun, *Physical Review Accelerators and Beams* **21** 11 (2018) p.113402.

<https://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevAccelBeams.21.113402>

[6] G. Burt, R.G. Carter, A.C. Dexter, B.D.S. Hall, P. Goudket, J.D.A. Smith, Benchmarking simulations of multipactor in rectangular waveguides using CST-particle studio, *Proceedings of SRF2009, Berlin, Germany* (2009) 321-325.

<http://accelconf.web.cern.ch/AccelConf/SRF2009/papers/tuppo046.pdf>

[7] CST PARTICLE STUDIO, *Workflow and Solver Overview* (2017).

<https://fddocuments.in/document/cst-studio-suite-2017-selection-of-the-solver-types-available-in-cst-studio-suite.html>

[8] P. Berutti, T. Khabiboulline and G. Romanov, Multipactor Discharge in the PIP-II Superconducting Spoke Resonators, *Fermilab, Technical division, Technical note TD-16-005* (2016).

<https://web.fnal.gov/organization/TDNotes/Shared Documents/2016 Tech Notes/TD-16-005.pdf>

[9] G. Romanov, P. Berrutti, T. Khabiboulline, Simulation of multipacting in SC low beta cavities at FNAL, *Proceedings of IPAC2015, Richmond, VA* (2015) 579-581.

<https://inspirehep.net/literature/1417339>

[10] M. Mostajeran, F. Kazemi, Optimization of a high-power coaxial coupler to 1800 waveguide coupler with high input power using CST simulator controlled by MATLAB, *Iranian Journal of Physics Research* **17** 5 (2018) 795-804.

[https://ijpr.iut.ac.ir/article\\_1322.html](https://ijpr.iut.ac.ir/article_1322.html)

[11] M. Mostajeran, A.M. Nikdoust, The effect of variations of dimensions of a coaxial to WG1800 waveguide coupler its frequency, *Journal of Research on Many-body Systems* **10** 1 (2020) 113-129.

[http://jrmb.scu.ac.ir/article\\_15562.html](http://jrmb.scu.ac.ir/article_15562.html)

[12] O. Moreau, K. Beddek, S. Clenet, Y. Le Menach, Stochastic nondestructive testing simulation: Sensitivity analysis applied to material properties in clogging of nuclear