

Quantum hydromagnetic waves in a spin complex plasma

Ahmad Mehramiz^{*,1}, Hossein Lotfi Gougarchin^{1,2}, Babak Mohammad Hosseini¹

¹Department of Physics, Faculty of Science, Imam Khomeini International University, Qazvin, Iran

²Faculty of Physics, Tabriz University, Tabriz, Iran

Received: 22.07.2018 Final revised: 26.01.2020 Accepted: 26.04.2021

Doi link: [10.22055/JRMBS.2021.16811](https://doi.org/10.22055/JRMBS.2021.16811)

Abstract

In this paper, the hydromagnetic waves are studied in a degenerate complex magnetoplasma environment taking into account the quantum forces related to the electron spin and the quantum potentials of the ions and electrons. To this end, a modified quantum fluid formalism including the quantum density fluctuations and spin magnetization energy is employed to analyze the dispersive properties of the wave modes. The results show that the presence of dust particles as well as quantum corrections significantly alter the behavior of the waves. In other words, the dispersion of waves decreases with the mass of dust particles. Also, the corrections due to the density fluctuations of ions and electrons have significant effects and introduce non-linear terms in the dispersion relation. In addition, the effect of the electron spin reduces the contribution of other quantum potentials on the dispersion of wave modes. Finally, some special limiting cases are discussed.

Keywords: Complex plasma, Spin effect, Hydromagnetic waves, Dispersion relation

*Corresponding Author: mehramiz@sci.ikiu.ac.ir



امواج هیدرومغناطیسی کوآنتومی در یک پلاسمای مختلط اسپینی

احمد مهرآمیز^{1*}، حسین لطفی گوگرچین^{1،2}، بابک محمد حسینی¹

¹گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه بین‌المللی امام خمینی (ره)، قزوین، ایران

²دانشکده فیزیک، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران

دریافت: 1397/04/31 ویرایش نهایی: 1398/11/06 پذیرش: 1400/02/06

Doi link: [10.22055/JRMBS.2021.16811](https://doi.org/10.22055/JRMBS.2021.16811)

چکیده

در این مقاله، امواج هیدرومغناطیسی در محیط پلاسمای مختلط تبهگن و مغناطیده با در نظر گرفتن نیروهای کوآنتومی مربوط به اسپین الکترون و پتانسیل‌های کوآنتومی یون‌ها و الکترون‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرد. از معادلات سیالی با تصحیحات کوآنتومی ناشی از افت و خیز چگالی و انرژی مغناطش اسپین برای به‌دست آوردن رابطه پاشندگی کلی استفاده شده است. نتایج حاصل نشان می‌دهند که تصحیحات کوآنتومی و حضور ذرات غبار باعث تغییر قابل توجهی در خواص پاشندگی این مدهای موجی می‌شود. به‌طوری که هرچه جرم ذره غبار کوچک‌تر باشد پاشندگی افزایش می‌یابد. همچنین تصحیح ناشی از افت و خیز چگالی یون‌ها و الکترون‌ها، تأثیر به‌سزایی بر پاشندگی امواج دارد و باعث پدیدار شدن جملاتی غیر خطی در رابطه پاشندگی می‌شود. علاوه بر این، تأثیر اسپین الکترون به‌گونه‌ای ظاهر می‌شود که از سهم دیگر پتانسیل‌های کوآنتومی بر پاشندگی مدهای موجی بکاهد. در پایان برخی حالت‌های ویژه بررسی می‌گردند.

کلیدواژگان: پلاسمای مختلط، اثر اسپین، امواج هیدرومغناطیسی، رابطه پاشندگی

مقدمه

پلاسماهای غباری و پلاسماهای کلئیدی. وجود این ذرات اضافی در محیط‌های مختلف فضایی و پلاسماهای اختر فیزیکی، پلاسماهای آزمایشگاهی کم‌دما، محیط‌های میان ستاره‌ای، ابرهای مولکولی، پوشش‌های پلاسمایی، تکامک و غیره به‌اثبات رسیده است و مطالعه این نوع پلاسمها به‌دلیل کاربردهای فضایی و صنعتی اهمیت زیادی دارد [1]. ذرات باردار

پلاسمای مختلط به‌صورت یک پلاسمای الکترون-یون تعریف می‌شود که دارای ترکیبی از ذرات باردار اضافی است. این ترکیب اضافی از ذرات، پیچیدگی سیستم پلاسمایی را بیشتر می‌کند. به‌همین دلیل است که این نوع پلاسمها، به‌عنوان پلاسمای مختلط (پیچیده) در نظر گرفته می‌شود. اصطلاحات دیگری که برای چنین سیستم‌هایی استفاده می‌شود عبارتند از:

*نویسنده مسئول: mehramiz@sci.ikiu.ac.ir

پلاسماهای لیزری [19] و غیره به اثبات رسیده است. در این زمینه، بررسی تأثیر نیروهای کوانتومی بر رفتار پلاسمای مختلط نیز مورد توجه بوده است. به عنوان مثال، در مرجع [20] امواج هیدرومغناطیسی در پلاسمای کوانتومی مختلط سرد به کمک مدل مغناطوهیدرودینامیک کوانتومی و با در نظر گرفتن پتانسیل کوانتومی بوهم برای یون‌ها و الکترون‌ها مطالعه شده‌اند. در بسیاری از موارد گفته شده اثر اسپین ذرات پلاسمای نادیده گرفته شده است. بررسی‌ها نشان می‌دهد مطالعات انجام شده قبلی درباره پلاسماهای مختلط فاقد موردی است که در آن آثار ناشی از اسپین الکترون و نیروهای کوانتومی برآمده از افت و خیز چگالی یون‌ها و الکترون‌ها هم‌زمان مورد نظر قرار گرفته باشند. در این پژوهش، انتشار امواج هیدرومغناطیسی کم بسامد در یک پلاسمای مختلط مغناطیده، شامل الکترون‌های تبهگن، یون‌های هم دما و ذرات غبار سرد و ساکن مورد مطالعه قرار می‌گیرد. فرض می‌شود الکترون‌ها از آمار فرمی-دیراک با انرژی مغناطش اسپین و دیگر آثار کوانتومی مانند پتانسیل کوانتومی بوهم پیروی می‌کنند. یون‌ها نیز کوانتومی فرض می‌شوند و برای آنها پتانسیل کوانتومی بوهم در نظر گرفته می‌شود. از طرفی ذرات باردار اضافی به دلیل اینرسی بالا کلاسیکی انگاشته می‌شوند. کوشش می‌شود با استفاده از معادلات تعمیم یافته سیال کوانتومی، رابطه‌ای کلی‌تر برای پاشندگی متأثر از تمام اثرات کوانتومی گفته شده به دست آید و انتشار امواج هیدرومغناطیسی غباری در حالت‌های عمود و موازی با میدان مغناطیسی خارجی

اضافی (ذرات غبار)¹ علاوه بر جرم بزرگتر نسبت به الکترون و یون، اندازه‌های مختلفی نیز دارند که باعث تغییر برخی خواص فیزیکی پلاسمای مانند توزیع‌های انرژی، بار و پتانسیل می‌شود. حدوداً در دو دهه گذشته، بسیاری از جنبه‌های فیزیکی این نوع از پلاسماهای به‌شيوه‌های آزمایشگاهی [1 و 2] و نظری [3-7] مورد پژوهش قرار گرفته است. در این زمینه، بحث برهم‌کنش‌های جمعی، امواج و ناپایداری‌ها از جمله مواردی هستند که بخش زیادی از مطالعات را به خود اختصاص داده‌اند و در آنها نقش این ذرات بر رفتار الکتروودینامیکی محیط‌های پلاسمایی برآورد گردیده است. به بیان دقیق‌تر، معلوم شده است که ذرات غبار نقش مهمی را در اصلاح و میرایی امواج و همچنین برانگیختگی مدهای جدید در پلاسمای بازی می‌کنند [8 و 9].

پلاسماهای مختلط مغناطیده در مراجع بسیاری به کمک مدل‌هایی مثل هیدروودینامیک مغناطیسی مطالعه شده‌اند [9-13]. این پژوهش‌ها بیشتر در رژیم‌های کلاسیکی انجام شده است. به عنوان مثال، خواص پاشندگی امواج مغناطوصوتی و آلفون بسامد پایین در مرجع‌های [10 و 9] مورد بررسی قرار گرفته است. در مرجع [14] نیز خواص پاشندگی امواج آلفون در یک پلاسمای مغناطیده مختلط با یونیزاسیون ضعیف مطالعه شده است. از سوی دیگر، در سال‌های اخیر به دلیل اهمیت اثرات کوانتومی در پلاسمای به‌مدل‌های کوانتومی پلاسمایی نیز توجه شایانی شده است. در واقع نقش این اثرات در دستگاه‌های میکروالکترونیک [15 و 16]، سیستم‌های پلاسمایی اختر فیزیکی [17 و 18]،

¹ Dusts

در این معادله، q_σ معرف بار ذرات، P_σ نیروی ناشی از فشار گونه‌های ذرات پلاسما و $\mathbf{F}_{\sigma Q}$ نیروی کوآنتومی است که با رابطه زیر بیان می‌شود [21]:

$$\mathbf{F}_{\sigma Q} = \frac{\hbar^2}{4m_\sigma} \nabla (\nabla^2 n_{\sigma 1}) + \frac{2n_{e0}\mu_e}{\hbar} \nabla (\mathbf{S} \cdot \mathbf{B}_1). \quad 3$$

در رابطه اخیر، جمله اول مربوط به پتانسیل کوآنتومی ناشی از افت و خیز چگالی است و جمله دوم نیروی مغناطش اسپین ناشی از برهم‌کنش اسپین با میدان مغناطیسی خارجی \mathbf{B}_0 است. همچنین \mathbf{S} بردار اسپین، $\mu_B = |\mu_e| = \frac{e\hbar}{2m_e}$ سرعت ذرات پلاسما و \mathbf{v}_σ نشانگر مگنتون بوهر است. سرعت‌های هر یک از گونه‌های ذرات در حالت تعادل، صفر در نظر گرفته می‌شوند ($\mathbf{v}_{\sigma 0} = 0$). علاوه بر معادلات پیوستگی و حرکت، برای توصیف امواج الکترومغناطیسی معادلات ماکسول را به صورت زیر یادآوری می‌کنیم:

$$\nabla \times \mathbf{E}_1 = -\partial_t \mathbf{B}_1, \quad 4$$

$$\nabla \times \mathbf{B}_1 = \mu_0 (\epsilon_0 \partial_t \mathbf{E}_1 + \mathbf{J}_1). \quad 5$$

جمله آخر رابطه 5، چگالی جریان کل به شکل $\mathbf{J}_1 = \sum_{\sigma=e,i,d} q_\sigma n_\sigma \mathbf{V}_\sigma + \mathbf{J}_{Me}$ را در بر دارد که در آن چگالی جریان مغناطش اسپین $\mathbf{J}_{Me} = -\nabla \times \left(\frac{2n_e \mu_B \mathbf{S}}{\hbar} \right)$ از برهم‌کنش اسپین با میدان مغناطیسی خارجی حاصل می‌شود.

در ادامه با در نظر گرفتن معادلات 2 و 3 شکل اختلالی معادله حرکت الکترون‌ها را می‌توان به صورت زیر به دست آورد:

مورد بحث و بررسی قرار گیرد. در پایان نیز نتیجه‌گیری پژوهش ارائه می‌شود.

فرضیات و معادلات

فرض می‌شود پلاسما ناهمسانگرد و در معرض میدان مغناطیسی خارجی \mathbf{B}_0 قرار دارد. همچنین فرض می‌کنیم بار ذرات غبار ثابت است و از تغییر آن نیز صرف‌نظر می‌شود. چگالی تعادلی به صورت $n_{i0} = n_{e0} + Z_d n_{d0}$ است و Z_d تعداد بارهای روی سطح ذرات غبار را نشان می‌دهد. با در نظر گرفتن اسپین الکترون‌ها و پتانسیل کوآنتومی برای یون‌ها و الکترون‌ها و کلاسیکی فرض کردن ذرات غبار به تحلیل رفتار الکتروپدینامیکی محیط و امواج موجود در آن می‌پردازیم. با فرض کوچک بودن دامنه نوسانات، می‌توانیم با خطی سازی معادلات حاکم بر محیط، سیستم را مورد بررسی قرار دهیم. یکی از این معادلات، معادله پیوستگی خطی سازی شده برای ذرات سیستم است و به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\partial_t n_{\sigma 1} + n_{\sigma 0} \nabla \cdot \mathbf{v}_{\sigma 1} = 0. \quad 1$$

در این معادله، $n_{\sigma 0}$ چگالی غیر اختلالی، و $\sigma (= i, e, d)$ معرف هر یک از گونه‌های ذرات پلاسما (به ترتیب یون، الکترون و غبار) است. معادله مهم دیگر، معادله اصلاح شده اویلر برای ذرات پلاسما است و به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$m_\sigma n_{\sigma 0} \partial_t \mathbf{v}_{\sigma 1} = q_\sigma n_{\sigma 0} (\mathbf{E}_1 + \mathbf{v}_{\sigma 1} \times \mathbf{B}_0) - \nabla P_\sigma + \mathbf{F}_{\sigma Q}, \quad 2$$

محاسبات و تحلیل الکترودینامیکی

اکنون انتشار امواج هیدرومغناطیسی غباری قطبیده خطی در یک پلاسمای الکترون-یون-غبار را در حالتی که قطبش تا حدی عمود و تا حدی موازی میدان مغناطیسی خارجی \mathbf{B}_0 است در نظر می‌گیریم. برای تحلیل پاشندگی سیستم، مرتبه اول کمیت‌های اختلالی متناسب با $\exp i(ky - \omega t)$ را به کار می‌گیریم. بنابراین با تبدیل فوریه، میدان مغناطیسی اختلالی از رابطه 4 به صورت $\mathbf{B}_1 = -\left(\frac{kE_1}{\omega}\right)\hat{z}$ حاصل می‌شود. با توجه به معادله پیوستگی 1، چگالی اختلالی ذرات پلاسما شکل زیر را به خود می‌گیرد:

$$n_{\sigma 1} = \frac{n_{\sigma 0} k}{\omega} \hat{y} \cdot \mathbf{v}_{\sigma 1}. \quad 9$$

با فرض اینکه میدان الکتریکی نوسانی در راستای محور x باشد، با انجام اندکی عملیات آنالیز برداری و تبدیل فوریه بر روی دو معادله ماکسول 4 و 5 و ترکیب آنها به رابطه زیر می‌رسیم:

$$(\omega^2 - c^2 k^2) \mathbf{E}_1 = \frac{-i\omega}{\epsilon_0} \left[\sum_{\sigma=e,i,d} q_{\sigma} n_{\sigma} \mathbf{V}_{\sigma x} + \mathbf{J}_{Me} \right]. \quad 10$$

در ادامه محاسبات، با جای‌گذاری مؤلفه‌های سرعت ذرات پلاسما از معادلات اصلاح شده اویلر و همچنین چگالی جریان مغناطش، نوعی رابطه پاشندگی کلی به دست می‌آوریم. به همین جهت در گام بعدی شکل تعادلی اسپین را مشخص می‌کنیم. بنابراین، وقتی میدان مغناطیسی خارجی به شکل $\mathbf{B}_0 = (B_{0y}, B_{0z})$ در نظر گرفته شود، مرتبه صفر مغناطش (\mathbf{M}_{s0}) ناشی از اسپین به صورت زیر نوشته می‌شود [22]:

$$m_e n_{e0} \partial_t \mathbf{v}_{e1} = -en_{e0} (\mathbf{E}_1 + \mathbf{v}_{e1} \times \mathbf{B}_0) - \frac{1}{3} V_{Fe}^2 m_e \nabla n_{e1} + \frac{\hbar^2}{4m_e} \nabla (\nabla^2 n_{e1}) - \frac{2\mu_e n_{e0}}{\hbar} \nabla (\mathbf{S} \cdot \mathbf{B}_1), \quad 6$$

در معادله 6، جنبه‌های کوانتومی در قالب دو جمله آخر برای الکترون‌ها لحاظ شده است. در این رابطه، معادله حالت برای الکترون‌های تبهگن به شکل $P_{Fe} = \frac{(3\pi^2)^{2/3}}{5m_e} \hbar^2 n_e^{5/3}$ است که نشانگر فشار فرمی، و نیروی گرادیان فشار شکل $\nabla P_{Fe} = \frac{1}{3} V_{Fe}^2 m_e \nabla n_{e1}$ را داراست، کمیت $V_{Fe} = (3\pi^2 n_{e0})^{1/3} \hbar / m_e$ سرعت فرمی الکترون‌ها را معرفی می‌کند.

از سوی دیگر، بنابر معادله 2، معادله حرکت اختلالی مرتبه اول برای یون‌ها را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$m_i n_{i0} \partial_t \mathbf{v}_{i1} = en_{i0} (\mathbf{E}_1 + \mathbf{v}_{i1} \times \mathbf{B}_0) - \gamma_i k_B T_i \nabla n_{i1} + \frac{\hbar^2}{4m_i} \nabla (\nabla^2 n_{i1}), \quad 7$$

که در آن، m_i جرم یون، γ_i نسبت گرماهای ویژه، $P_i = k_B T_i n_{i1}$ معادله حالت یون‌ها و گرادیان فشار به صورت $\nabla P_i = \gamma_i k_B T_i \nabla n_{i1}$ داده می‌شود. T_i دمای یون‌ها و k_B ثابت بولتزمن است. نیروی کوانتومی برآمده از افت و خیز چگالی یون‌ها نیز در جمله آخر رابطه بالا لحاظ شده است. علاوه بر این، معادله حرکت برای ذرات غبار بدون آثار کوانتومی و حرارتی به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$m_d n_{d0} \partial_t \mathbf{v}_{d1} = -en_{d0} [\mathbf{E}_1 + \mathbf{v}_{d1} \times \mathbf{B}_0]. \quad 8$$

که در آن m_d جرم ذرات غبار است.

و

$$\mathbf{M}_{s,0} = n_0 \mu_B \eta \left(\frac{\mu_B B_0}{k_B T_{Fe}} \right) \hat{\mathbf{B}}. \quad 11$$

که در آن برای ساده‌تر شدن، تابع بریلوین به صورت $\eta(\alpha) = \tanh(\alpha)$ (که ناشی از مغناطش یک توزیع اسپینی در تعادل ترمودینامیکی است) معرفی شده است. در اینجا $\alpha = \frac{\mu_B B_0}{k_B T_{Fe}}$ و $T_{Fe} = \frac{(3\pi^2 n_e)^{2/3} \hbar^2}{2k_B m_e}$ دمای فرمی الکترون‌های تیهگن پلاسما است. به‌طور کلی، مغناطش اسپین \mathbf{M}_s و بردار اسپین \mathbf{S} به‌گونه‌ی زیر با هم رابطه دارند:

$$\mathbf{S} = \frac{\hbar \mathbf{M}_s}{2n_e \mu_B}. \quad 12$$

در این صورت مرتبه صفر بردار اسپین از ترکیب روابط 11 و 12 به‌شکل $\mathbf{S}_0 = -\frac{\hbar}{2} \eta(\alpha) (\cos\theta \hat{y} + \sin\theta \hat{z})$ حاصل می‌شود.

با جای‌گذاری \mathbf{S}_0 و n_{e1} ، جریان مغناطش اسپین به‌دست می‌آید:

$$\mathbf{J}_{Me} = \frac{i \mu_e \eta(\alpha) n_{0e} k^2 v_{ey} \sin\theta \hat{x}}{\omega}. \quad 13$$

از سوی دیگر، با اعمال تبدیل فوریه برای معادلات اوایلر 6 تا 8 خواهیم داشت:

$$-i\omega m_e n_{e0} \mathbf{v}_{e1} = -en_{e0} [E\hat{x} + \mathbf{v}_{e1} \times \mathbf{B}_0] - \frac{i}{3} m_e V_{Fe}^2 n_{e1} k \hat{y} - \frac{\hbar^2}{4m_e} k^3 n_{e1} \hat{y} + i\eta(\alpha) n_{e0} B_1 k \sin\theta \hat{y}, \quad 14$$

و

$$-i\omega m_i n_{i0} \mathbf{v}_{i1} = en_{i0} [E\hat{x} + \mathbf{v}_{i1} \times \mathbf{B}_0] - i\gamma_i k_B T_i n_{i1} k \hat{y} - \frac{i\hbar^2}{4m_i} k^3 n_{i1} \hat{y}, \quad 15$$

$$-i\omega m_d \mathbf{v}_{d1} = -e [E\hat{x} + \mathbf{v}_{d1} \times \mathbf{B}_0]. \quad 16$$

در ادامه، مؤلفه‌های سرعت مورد نیاز ذرات از روی روابط 14 تا 16، به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند:

$$\mathbf{v}_{1ex} = \left(\frac{\omega^2 (1-\beta_e)}{\omega^2 (1-\beta_e) - \omega_{ce}^2 + \omega_{ce}^2 \cos^2 \theta \beta_e} \right) \times \left[\left(-\frac{ie}{\omega m_e} E_x \right) - \left(\frac{i\omega_{ce} \eta(\alpha) k^2 \mu_e \sin^2 \theta}{m_e \omega (1-\beta_e) \omega^2} E_x \right) \right], \quad 17$$

$$\mathbf{v}_{1ey} = \frac{\eta(\alpha) \mu_e k^2 \sin\theta}{m_e (1-\beta_e) \omega^2} E_x + \left[\frac{i\omega_{ce} \sin\theta}{\omega (1-\beta_e)} \left(-\frac{ie}{\omega m_e} E_x - \frac{i\omega_{ce} \eta(\alpha) \mu_e k^2 \sin^2 \theta}{m_e \omega (1-\beta_e) \omega^2} E_x \right) \right] \times \left[\frac{\omega^2 (1-\beta_e)}{\omega^2 (1-\beta_e) - \omega_{ce}^2 + \omega_{ce}^2 \cos^2 \theta \beta_e} \right], \quad 18$$

$$\mathbf{v}_{1ix} = \frac{\omega^2 (1-\beta_i)}{[\omega^2 (1-\beta_i) - \omega_{ci}^2 + \omega_{ci}^2 \cos^2 \theta \beta_i]} \left(\frac{ie}{\omega m_i} E_x \right), \quad 19$$

$$\mathbf{v}_{1dx} = \left[\frac{\omega^2}{\omega^2 - \omega_{cd}^2} \right] \frac{ie}{\omega m_d} E_x. \quad 20$$

در این روابط برای ساده‌سازی از تعاریف زیر استفاده شده است:

$$\beta_i = \left(v_i^2 + \frac{\hbar^2 k^2}{4m_i^2} \right) \frac{k^2}{\omega^2} \text{ و } \beta_e = \left(\frac{V_{Fe}^2}{3} + \frac{\hbar^2 k^2}{4m_e^2} \right) \frac{k^2}{\omega^2}. \quad 21$$

که در آن، $v_i = \sqrt{\frac{\gamma_i k_B T_i}{m_i}}$ و $V_{Fe} = \sqrt{\frac{k_B T_{Fe}}{m_e}}$ به‌ترتیب

سرعت حرارتی یونها و سرعت فرمی الکترون‌های تیهگن هستند. با جای‌گذاری سرعت‌های به‌دست آمده 17 تا 20 در رابطه 10، رابطه پاشندگی کلی به‌صورت زیر حاصل می‌شود:

الف: پلاسما مختلط اسپینی (حد تقریبی)

در این حالت، تحت شرایط بسامد پایین ($\omega^2 \ll c^2 k^2$ و $\omega^2 \ll \omega_{ce}^2$ ، $\omega^2 \ll \omega_{ci}^2$ ، $\omega^2 \ll \omega_{cd}^2$ و $\omega^2 \ll \omega_{pe}^2$) رابطه 22 برای انتشار عمود ($\theta = \frac{\pi}{2}$) به معادله زیر می‌انجامد:

$$\omega^2 = \left(\frac{c^2 k^2}{V_{dA}^2 + \frac{m_{rel} Z_d c^2}{(1-n_{rel})} + Z_d c^2} \right) \times \left[\tilde{V}_{dA}^2 + \tilde{V}_s^2 + \frac{Z_d}{(1-n_{rel})} \frac{\hbar^2 k^2}{4m_i m_d} + \frac{Z_d n_{rel}}{(1-n_{rel})} \frac{\hbar^2 k^2}{4m_e m_d} (1-\eta^2(\alpha)) \right] \quad 23$$

معادله 23 شکل کوانتومی و اصلاح شده اسپینی برای رابطه پاشندگی امواج هیدرومغناطیسی غباری تراکمی را نشان می‌دهد که عبارت مربوط به اسپین در جمله آخر طرف راست ظاهر شده است. همان‌طور که از معادله 23 آشکار است، اثرات کوانتومی ناشی از افت و خیز چگالی با علامت مثبت باعث افزایش پاشندگی می‌شود، به طوری که اثر مغناطش اسپین بر خلاف جملات پراش کوانتومی، سهم کاهنده‌ای در پاشندگی این امواج را نشان می‌دهد. این موضوع در نمودار 1 که حضور و عدم حضور جمله کوانتومی اسپینی (اثر مغناطش اسپین) را مورد بررسی قرار داده است مشاهده می‌شود. پارامترهای استفاده شده در این نمودار عبارت‌اند از چگالی الکترونی $n_{0e} = 10^{30} \text{ cm}^{-3}$ ، میدان مغناطیسی $B_0 = 10^{14} \text{ T}$ ، دما $T = 10^9 \text{ K}$ و راستای $x = 10^{-22} \omega$ و $y = 10^{-22} ck$ خط پر در نمودار 1 حضور جمله مغناطش اسپین و نمودار خط چین عدم حضور این جمله کوانتومی را بیان می‌کند.

$$\omega^2 - c^2 k^2 = \omega_{pi}^2 \left(\frac{\omega^2 (1-\beta_i)}{\omega^2 (1-\beta_i) - \omega_{ci}^2 + \omega_{ci}^2 \cos^2 \theta \beta_i} \right) + \omega_{pe}^2 \left(\frac{1 + \frac{2\omega_{ce}\eta(\alpha)\mu_e k^2 \sin^2 \theta}{e\omega^2 (1-\beta_e)}}{\eta^2(\alpha)\mu_e^2 k^4 \sin^2 \theta + \frac{e^2 \omega^2 (1-\beta_e)}{\omega^2} \cos^2 \theta} \right) \times \left[\frac{\omega^2 (1-\beta_e)}{\omega^2 (1-\beta_e) - \omega_{ce}^2 + \omega_{ce}^2 \cos^2 \theta \beta_e} \right] + \frac{\omega_{pd}^2}{(\omega^2 - \omega_{cd}^2)}$$

این رابطه، پاشندگی امواج هیدرومغناطیسی در پلاسما مختلط تبهگن و در حضور آثار کوانتومی ناشی از پتانسیل کوانتومی بوهم برای یونها و الکترونها و نیز اثر اسپین الکترون را نشان می‌دهد. در

معادله فوق $\omega_{pe} = \sqrt{\frac{n_{0e} e^2}{\epsilon_0 m_e}}$ و $\omega_{pi} = \sqrt{\frac{n_{0i} e^2}{\epsilon_0 m_i}}$

به ترتیب بسامد پلاسما برای یونها، الکترونها و ذرات غبار هستند. همچنین بسامد سیکلوترونی برای این ذرات به ترتیب توسط $\omega_{cd} = \frac{Z_d e B_0}{m_d}$ و $\omega_{ce} = \frac{e B_0}{m_e}$ و $\omega_{ci} = \frac{e B_0}{m_i}$ نشان داده شده است.

در بخش بعدی نشان داده می‌شود که حالت‌های ویژه این معادله، روابط و نتایج شناخته شده‌ای را در بر خواهد داشت.

بحث و بررسی

معادله 22 شکل نسبتاً پیچیده‌ای دارد و تأثیر عوامل مختلف در آن آشکار است. در ادامه به بررسی حالت‌های مختلف آن پرداخته می‌شود.

این رابطه حالتی خاص از موج آلفون را نشان می‌دهد که هیچ یک از آثار کوآنتومی در آن ظاهر نشده است و یادآور حالت کلاسیکی است [23].

ب: پلاسمای الکترون-یون اسپینی

فرض می‌کنیم ذرات باردار اضافی در محیط پلاسما وجود نداشته باشد و پلاسما از نوع پلاسماهای الکترون-یون باشد. بنابراین برای انتشار عمود $(\theta = \frac{\pi}{2})$ ، معادله 22 به صورت زیر کاهش می‌یابد [24]:

$$\omega^2 = \left(\frac{c^2 k^2}{V_{iA}^2 + c^2} \right) \times \left[\tilde{V}_{iA}^2 + V_s^2 + \frac{\hbar^2 k^2}{4m_i^2} + \frac{\hbar^2 k^2}{4m_e m_i} (1 - \eta^2(\alpha)) \right] \quad 26$$

در این رابطه $V_{iA} = \frac{B_0}{\sqrt{\mu_0 n_{i0} m_i}}$ معرف سرعت آلفون در غیاب ذرات غبار و V_s عبارت است از $V_s = \left(v_i^2 + \frac{m_e v_{Te}^2}{m_i} \right)^{1/2}$ برای انتشار موازی $(\theta = 0)$ نیز رابطه 22 به شکل زیر خواهد شد:

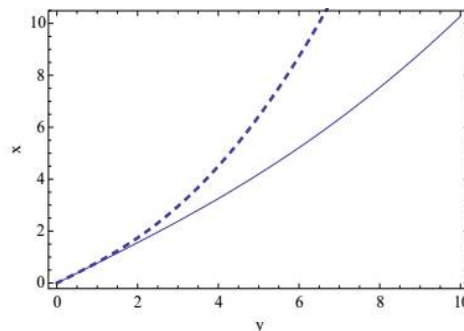
$$\omega = V_{iA} k. \quad 27$$

این رابطه مربوط به موج آلفون است که متأثر از آثار کوآنتومی نیست.

پ: پلاسمای الکترون-یون غیر اسپینی

با چشم پوشی از اثر اسپین ذرات $(\eta(\alpha) \rightarrow 0)$ در پلاسمای الکترون-یون و در نظر گرفتن حالت انتشار عمود $(\theta = \frac{\pi}{2})$ رابطه 26 به شکل زیر کاهش می‌یابد [25]:

در رابطه اخیر، $V_{dA} = \frac{B_0}{\sqrt{\mu_0 n_{d0} m_d}}$ به عنوان سرعت آلفون غباری معرفی شده است و $m_{rel} = \frac{m_{i,e}}{m_d}$ (نسبت جرم یون، الکترون به جرم غبار) و $n_{rel} = \frac{n_{e0}}{n_{d0}}$ (نسبت چگالی الکترون به یون) است.



نمودار 1. رابطه پاشندگی معادله 23 در حضور (خط پر)، و در غیاب (خط خالی) مغناطش اسپین.

بیانگر سرعت $\tilde{V}_s = \left[\frac{m_{rel} Z_d v_i^2}{1 - n_{rel}} + \frac{Z_d n_{rel} m_{rel} V_{Fe}^2}{3(1 - n_{rel})} \right]^{1/2}$ صوت است و \tilde{V}_{dA} سرعت آلفون غباری اصلاح شده توسط اسپین است که با رابطه زیر نشان داده می‌شود:

$$\tilde{V}_{dA} = V_{dA} \left[1 - \frac{2n_{e0} \eta(\alpha) \mu_e}{\epsilon_0 c^2 B_0} \right]^{1/2} \quad 24$$

در اینجا c معرف سرعت نور است و تصحیح کوآنتومی ناشی از اسپین [به صورت $\frac{2n_{e0} \eta(\alpha) \mu_e}{\epsilon_0 c^2 B_0}$] باعث کاهش سرعت آلفون در رابطه 24 می‌شود. برای انتشار موازی $(\theta = 0)$ نیز خواهیم داشت:

$$\omega = V_{dA} k. \quad 25$$

$$\omega^2 = \left(\frac{c^2 k^2}{V_{iA}^2 + c^2} \right) \left[V_{iA}^2 + V_s^2 + \frac{\hbar^2 k^2}{4m_i^2} + \frac{\hbar^2 k^2}{4m_e m_i} \right]. \quad 28$$

در این حالت، تصحیح کوآنتومی مربوط به پتانسیل کوآنتومی یون‌ها و الکترون‌ها دیده می‌شود. از این رابطه پیداست که در این حالت پتانسیل‌های بوهم یون‌ها و الکترون‌ها سهم افزاینده‌ای در پاشندگی امواج دارند، هر چند پاشندگی وابسته به یون‌ها کمتر است. سرعت آلفون اصلاح شده اسپینی نیز به سرعت آلفون کلاسیکی v_A تبدیل می‌شود. در حالت انتشار موازی نیز به رابطه به دست آمده در بخش قبل (معادله 27) خواهیم رسید.

ت: پلاسمای کلاسیکی

اگر هیچ یک از آثار کوآنتومی را در نظر نگیریم، یعنی در حد $\hbar \rightarrow 0$ ، برای پلاسمای مختلط، رابطه 23 به روابط شناخته شده‌ای برای امواج هیدرومغناطیسی غباری تراکمی می‌رسد [26]:

$$\omega^2 = c^2 k^2 \left(\frac{V_{dA}^2 + V_s^2}{V_{dA}^2 + \frac{m_{rel} Z_d c^2}{(1-n_{rel})} + Z_d c^2} \right) \quad 29$$

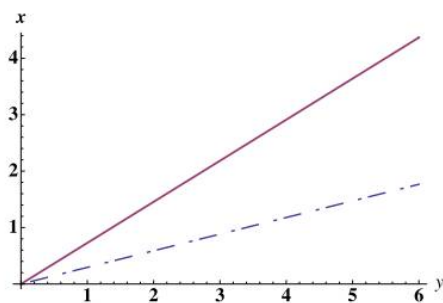
از سوی دیگر، برای پلاسمای الکترون-یون نیز رابطه به دست آمده 26 در حد کلاسیک به رابطه شناخته شده زیر تبدیل می‌شود:

$$\omega^2 = c^2 k^2 \left(\frac{v_A^2 + v_s^2}{v_A^2 + c^2} \right). \quad 30$$

این معادله، رابطه پاشندگی موج مغناطیسی کلاسیک را نشان می‌دهد [27].

نمودار 2، تأثیر جملات کوآنتومی (پتانسیل بوهم و مغناطش اسپین) را نسبت به حالت کلاسیکی نشان می‌دهد. همان‌طور که از این نمودار مشاهده می‌شود،

به‌طور کلی اثرات کوآنتومی تأثیر به‌سزایی روی رابطه پاشندگی 26 نسبت به حالت کلاسیکی آن (27) گذاشته است و منجر به افزایش پاشندگی شده است. نمودار خط پر نشان دهنده رابطه 26 است که اثرات کوآنتومی در آن به‌کار رفته است و نمودار خط چین مربوط به رابطه 27 است که حد کلاسیکی رابطه 26 را نشان می‌دهد. پارامترهای عددی به‌کار رفته در این نمودار مشابه پارامترهای بیان شده در متن مقاله و نمودار 1 است.



نمودار 2. نمودار خط پر، رابطه پاشندگی 26 و نمودار خط چین رابطه پاشندگی کلاسیکی 27 را نشان می‌دهد.

نتیجه‌گیری

در این پژوهش، ویژگی‌های پاشندگی امواج هیدرومغناطیسی در یک پلاسمای مختلط با در نظر گرفتن تصحیحات کوآنتومی متأثر از اسپین الکترون‌ها و نیروی کلی کوآنتومی بوهم مورد مطالعه قرار گرفت. تحت شرایط بسامد پایین رابطه تعمیم یافته به دست آمده برای حالت‌های مختلف محیط پلاسمای θ ، به‌روابط پاشندگی مربوط به مدهای موجی مجزایی انجامید. نتایج به دست آمده نشان داد که تصحیح کوآنتومی ناشی از افت و خیز چگالی دو گونه ذرات در انتشار عمود از مرتبه k^4 است و تأثیر به‌سزایی بر پاشندگی این امواج دارد. بنابراین، تصحیح کوآنتومی بوهم بخشی غیر خطی به رابطه پاشندگی می‌افزاید که

- [5] N.N. Rao, P.K. Shukla, M.Y. Yu, Dust-acoustic waves in dusty plasmas, *Planetary and space science* **38** (1990) 543. [https://doi.org/10.1016/0032-0633\(90\)90147-1](https://doi.org/10.1016/0032-0633(90)90147-1)
- [6] R.K. Verma, P.K. Shukla, V. Krishan, Electrostatic oscillations in the presence of grain-charge perturbations in dusty plasmas. *Physical Review E*, **47** (1993) 3612. <https://journals.aps.org/pre/abstract/10.1103/PhysRevE.47.3612>
- [7] P.K. Shukla, Shielding of a slowly moving test charge in dusty plasmas. *Physics of plasmas*, **1** (1994) 1362. <https://doi.org/10.1063/1.870736>
- [8] S. Ghosh, G.R. Sharma, P. Khare, M. Salimullah, Modified interactions of longitudinal phonon-plasmon in magnetized piezoelectric semiconductor plasmas. *Physica B: Condensed Matter*, **351** (2004) 163-170. <https://doi.org/10.1016/j.physb.2004.06.001>
- [9] N.N. Rao, Hydromagnetic waves and shocks in magnetized dusty plasmas. *Planetary and space science*, **41** (1993) 21. [https://doi.org/10.1016/0032-0633\(93\)90013-R](https://doi.org/10.1016/0032-0633(93)90013-R)
- [10] N.N. Rao, Magnetoacoustic modes in a magnetized dusty plasma. *Journal of Plasma Physics*, **53** (1995) 317. <https://doi.org/10.1017/S0022377800018237>
- [11] P.K. Shukla, H.U. Rahman Magnetohydrodynamics of dusty plasmas. *Physics of Plasmas*, **3** (1996) 430. <https://doi.org/10.1063/1.871816>
- [12] A.A. Mamun, P.K. Shukla, Cylindrical and spherical dust ion-acoustic solitary waves. *physics of plasmas*, **9** (2002) 1468. <https://doi.org/10.1063/1.1458030>
- [13] R.L. Merlino, J.A. Goree, Dusty plasmas in the laboratory, industry, and space. *Physics Today*, **57** (2004) 32. <https://doi.org/10.1063/1.1784300>

می‌تواند برای تله‌های بزرگ مهم باشد. از سوی دیگر اثر اسپین در قالب جمله‌ای با فاکتور $(1-\eta^2(\alpha))$ از معادله 23 ظاهر می‌شود، که همیشه مثبت است. بنابراین، بر خلاف پتانسیل کوآنتومی بوهم که باعث افزایش پاشندگی این امواج می‌شود، اسپین الکترون‌ها اثری کاهنده بر پاشندگی این امواج دارند. علاوه بر این، با توجه به نسبت جرم الکترون، یون به ذرات غبار ($m_{rel} = \frac{m_{e,i}}{m_d}$)، هر چه جرم ذرات غبار کمتر باشد باعث پاشندگی بیشتری می‌شود. از طرفی، اثرات کوآنتومی در انتشار موازی امواج بسامد پایین تأثیری ندارد بنابراین، برای هر زاویه‌ای به جز $\theta = 0$ اثر اسپین در رابطه پاشندگی ظاهر می‌شود.

مرجع‌ها

- [1] V.E. Fortov, A.V. Ivlev, S.A. Khrapak, A.G. Khrapak, G.E. Morfill, Complex (dusty) plasmas, *Physics reports* **421** (2005) 1. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2005.08.007>
- [2] V.N. Tsytovich, G.E. Morfill, H. Thomas, *Elementary Physics of Complex Plasmas*, Springer, Berlin, (2006). <https://www.springer.com/gp/book/9783540290001>
- [3] P.K. Shukla, A.A. Mamun, *Introduction to Dusty Plasma Physics*, Institute of Physics, Bristol, (2002). <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0741-3335/44/3/701>
- [4] P.K. Shukla, V.P. Silin, Dust ion-acoustic wave, *Physica Scripta*, **45** (1992) 508. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0031-8949/45/5/015/pdf>

- (2006) 052113.
<https://doi.org/10.1063/1.2201535>
- [21] M. Marklund, G. Brodin, Dynamics of Spin-1/2 quantum plasmas. *Physical review letters*, **98** (2007) 025001.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.98.025001>
- [22] R.K. Pathria, *Statistical mechanics*, Butter worth, (2011).
<https://www.elsevier.com/books/statistical-mechanics/beale/978-0-08-054171-6>
- [23] P.K. Shukla, Compressional magnetoacoustic waves in a quantum dusty magnetoplasma. *Journal of Plasma Physics*, **74** (2008) 107.
<https://doi.org/10.1017/S0022377807006642>
- [24] H. Lotfi, A. Mehramiz, Effect of quantum forces on electromagnetic ion waves in a spin quantum plasma, *Journal of research on many-body systems*, **8** (2017) 115-122.
[10.22055/JRMBS.2018.13643](https://doi.org/10.22055/JRMBS.2018.13643)
- [25] A. Mehramiz, E. Sh. Soleimani, Dispersion of magneto-acoustic waves in a quantum plasma, *Iranian Journal of Physics Research*, **18**, (2018) 229-234.
<https://dx.doi.org/10.29252/ijpr.18.2.229>
- [26] N.N. Rao, Low-frequency waves in magnetized dusty plasmas. *Journal of plasma physics* **49** (1993) 375-393.
<https://doi.org/10.1017/S002237780001707>
- [27] F.F. Chen, *Introduction to plasma Physics and controlled fusion*, Springer, Switzerland, (2016).
<https://iopscience.iop.org/journal/0741-333>
- [14] A.A. Mamun, P.K. Shukla, Shear Alfvén-like waves in a weakly ionized self-gravitating nonuniform dusty magnetoplasma. *Physics of Plasmas*, **8** (2001) 3513.
<https://doi.org/10.1063/1.1378326>
- [15] P.A. Makowich, C.A. Ringhofer, C. Schmeiser, *Semiconductor Equations*, Springer, Vienna, (1990).
<https://www.springer.com/gp/book/9783211821572>
- [16] M. Shahmansoori, Effect of exchange potential on the electrostatic waves in quantum semiconductor plasmas, *Journal of research on many-body systems* **13** (2017) 95-103.
[10.22055/JRMBS.2017.20502.1258](https://doi.org/10.22055/JRMBS.2017.20502.1258)
- [17] Y.D. Jung, Quantum-mechanical effects on electron-electron scattering in dense high-temperature plasmas. *Physics of Plasmas*, **8** (2001) 3842.
<https://doi.org/10.1063/1.1386430>
- [18] F.A. Asenjo, The quantum effects of the spin and the Bohm potential in the oblique propagation of magnetosonic waves. *Physics letters A*, **376** (2012) 2496-2500.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.physleta.2012.06.023>
- [19] D. Kremp, Th. Bornath, M. Bonitz, M. Schlanges Quantum kinetic theory of plasmas in strong laser fields. *Physical Review E*, **60** (1999) 4725.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevE.60.4725>
- [20] S. Ali, P.K. Shukla, Dispersion properties of compressional electromagnetic waves in quantum dusty magnetoplasmas. *Physics of plasmas*. **13**