

## Ratio of level densities with opposite parities in $^{74}\text{Ge}$ with considering the soft phase transition around critical temperature

Omid Reza Nouri<sup>1</sup>, Rohallah Razavi\*<sup>2</sup>, Azam Rahmatinejad<sup>3</sup>, Saeed Mohammadi<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Department of Physics, Payame Noor University, Tehran, Iran

<sup>2</sup>Physics Department, Faculty of Science, Imam Hossein Comprehensive University, Tehran, Iran

<sup>3</sup>Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Russia

Received: 14.05.2020 Final revised: 15.05.2021 Accepted: 03.08.2021

DOI link: [10.22055/JRMBS.2021.16984](https://doi.org/10.22055/JRMBS.2021.16984)

### Abstract

In this study, the ratio of nuclear level densities with opposite parities was studied for  $^{74}\text{Ge}$  using the generalized, superfluid theory in many-body systems with considering a soft phase transition around critical temperature. With modified gap parameter, the ratio of nuclear level densities in the form of a smooth function tends to unity with increasing energy. Phase transition occurs at  $T \approx 1.1$  MeV and at higher energies the approximation of equal parity distribution is applicable.

**Keywords:** Parity, Nuclear level density (NLD), BCS Model.

---

\* Corresponding Author: rrazavin@ihu.ac.ir



## نسبت چگالی ترازها با پارите مخالف در هسته $^{74}\text{Ge}$ با لحاظ گذار فاز نرم حول دمای بحرانی

امیدرضا نوری<sup>1</sup>، روح‌اله رضوی‌نژاد<sup>2\*</sup>، اعظم رحمتی‌نژاد<sup>3</sup>، سعید محمدی<sup>1</sup>

<sup>1</sup> گروه فیزیک، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران

<sup>2</sup> گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه جامع امام حسین (ع)، تهران، ایران

<sup>3</sup> موسسه مشترک تحقیقات هسته‌ای، دوبنا، روسیه

دریافت: 1399/02/25 ویرایش نهائی: 1400/02/25 پذیرش: 1400/05/12

DOI link: [10.22055/JRMBS.2021.16984](https://doi.org/10.22055/JRMBS.2021.16984)

### چکیده

در این پژوهش نسبت چگالی ترازهای هسته‌ای با پارите تراز حالت پایه به چگالی ترازهای هسته‌ای با پارите مخالف برای هسته  $^{74}\text{Ge}$  با استفاده از نظریه ابرسانایی تعمیم‌یافته در سیستم‌های بس‌ذره‌ای با لحاظ گذار فاز نرم حول دمای بحرانی بررسی شده است. نسبت چگالی ترازها با در نظر گرفتن پارامتر گاف تعمیم‌یافته به صورت تابعی هموار با افزایش انرژی به سمت یک میل می‌کند. گذار فاز در ناحیه  $T \approx 1.1 \text{ MeV}$  رخ داده و در ناحیه بالاتر می‌توان از تقریب توزیع پارите‌های یکسان استفاده نمود.

**کلیدواژگان:** چگالی تراز هسته‌ای، پارите، مدل BCS

### مقدمه

چگالی تراز تخمین زده می‌شود. همچنین چگالی ترازهای هسته‌ای جزء مهم در پیش‌بینی نرخ واکنش‌های اخترفیزیکی در فیزیک نجوم است. این کمیت برای درک چگونگی تشکیل هسته و تولید انرژی در ستاره‌ها و انفجارهای ستاره‌ای اهمیت ویژه‌ای دارد. استخراج چگالی تراز در هسته‌های سنگین بسیار مهم و قابل توجه است چراکه نزدیک شدن ترازها به یکدیگر و همپوشانی‌های آنها در هسته‌های سنگین تمایز بین ترازها را دشوار کرده و همچنین با افزایش انرژی در این هسته‌ها، ترازها بیشتر به هم نزدیک می‌شوند [4].

چگالی تراز هسته‌ای<sup>1</sup> نقش اساسی در محاسبات آماری به منظور بررسی و توصیف رفتار هسته داشته و یکی از پارامترهای مهم در بررسی ساختار هسته و برهم‌کنش‌های هسته‌ای محسوب می‌شود که مقادیر ترمودینامیکی از قبیل دما، آنتروپی و ظرفیت گرمایی می‌توانند از آن استخراج شوند [1-3]. زوجیت با تأثیر بر روی ساختار ترازهای هسته‌ای در انرژی‌های پایین و اثرات تجمعی در هسته‌های تغییر شکل یافته بر چگالی ترازهای هسته‌ای مؤثر می‌باشند [2 و 3]. در فیزیک هسته‌ای نسبت واکنش‌های هسته‌ای توسط

\* نویسنده مسئول: rrazavin@ihu.ac.ir

<sup>1</sup> Nuclear Level Density



در اینجا  $\omega(N, Z, U)$  چگالی حالات و  $\sigma^2$  پارامتر قطع اسپین<sup>4</sup> می باشد که در واقع واریانس توزیع تصویر اسپین اسپین  $M$  روی محور ثابت بوده و به صورت زیر با ممان اینرسی مؤثر و دمای هسته ای  $T$  ارتباط دارد [14]:

$$\sigma^2 = \frac{I_{eff} T}{\hbar^2}. \quad 3$$

وابستگی چگالی ترازهای هسته ای به انرژی از مدل های پدیده شناختی مانند مدل گاز فرمی و یا از مدل های میکروسکوپی مانند  $BCS^5$  می تواند محاسبه گردد [15]. مدل میکروسکوپی  $BCS$  که بر پایه نظریه ابررسانایی در هسته ها تعریف شده، یکی از موفق ترین مدل ها در توصیف چگالی ترازهای هسته ای و دیگر کمیت های ترمودینامیکی هسته می باشد. در حقیقت مدل  $BCS$  فرمول بندی موفق در توصیف چگالی تراز هسته ای و سایر کمیت های ترمودینامیکی هسته دارد. با توجه به اینکه این مدل برخلاف مدل های نیمه تجربی مستقل از داده های تجربی می باشد، می توان از آن برای بررسی هسته هایی که داده های تجربی چگالی ترازهای آن ها در دسترس نیست استفاده نمود و به همین دلیل در مطالعه ویژگی های مختلف هسته در پژوهش های اخیر مورد استفاده قرار گرفته است [16].

فرض وابستگی به پارите چگالی ترازهای هسته ای در مدل های پدیده شناختی بر توزیع یکسان ترازهای با پارите مثبت و منفی می باشد ( $F_{\pi}(\pi)=1/2$ ) که در انرژی های پایین با مشاهدات تجربی منطبق نمی باشد [12]. در این مقاله نسبت چگالی ترازهای با پارите مخالف و وابستگی چگالی ترازهای هسته ای به پارите مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین محاسبات با

بررسی چگالی ترازهای هسته ای در ابتدا توسط بیت<sup>1</sup> و با استفاده از مدل گاز فرمی<sup>2</sup> انجام شد [5]. مدل گاز فرمی جهت استخراج چگالی ترازهای هسته ای با لحاظ پتانسیل میانگین مورد استفاده بوده [6] و یا به عنوان پایه در مدل های دیگر به کار می رود [7 و 8]. بررسی چگالی ترازهای هسته ای جهت تخمین دقیق تر به عنوان تابعی از انرژی، اسپین، ایزواسپین و سایر اعداد کوانتومی با استفاده از مدل های پدیده شناختی [9] و میکروسکوپی مورد توجه محققان بوده است [10]. با این وجود مطالعات اندکی در خصوص وابستگی چگالی ترازهای هسته ای به پارите<sup>3</sup> انجام شده و در بیشتر موارد بر اساس مدل های پدیده شناختی، نسبت چگالی ترازهای هسته ای با پارите مخالف در تمام انرژی های برانگیختگی، یکسان در نظر گرفته می شود [11] در حالی که به ویژه در انرژی های کم، به عنوان مثال در محدوده انرژی برانگیختگی 6-9 MeV برای ایزوتوپ  $^{40}Cr$ ، این فرض معتبر نیست [12].

فرم کلی چگالی ترازهای هسته ای به صورت رابطه زیر بیان می شود [13]:

$$\rho(U, J, \pi) = F_{\pi}(\pi) F_J(J, U) \rho(U). \quad 1$$

در این رابطه،  $F_{\pi}(\pi)$  وابستگی چگالی تراز به پارите و  $F_J(J, U)$  توزیع اسپینی چگالی ترازها را لحاظ می نماید. برای سیستم های شامل  $N$  نوترون و  $Z$  پروتون، وابستگی چگالی ترازها به انرژی به صورت زیر است [6]:

$$\rho(N, Z, U) = \frac{\omega(N, Z, U)}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{1}{2}}}. \quad 2$$

<sup>4</sup> Spin Cut-Off parameter

<sup>5</sup> Bardeen Cooper Schrieffer (BCS)

<sup>1</sup> Bethe

<sup>2</sup> Fermi Gas Model

<sup>3</sup> Parity

می‌شود که ناشی از گذار فاز زوجیت در سیستم و افت سریع زوجیت در دمای بحرانی است. از طرفی شواهد تجربی برای هسته‌ها نشان‌دهنده یک انتقال نرم و بدون تغییرات ناگهانی در اثر زوجیت در دمای بحرانی است. به‌منظور لحاظ این گذار فاز نرم در هسته و در نظر گرفتن افت‌وخیزهای آماری در کارهای پیشین ما تابع دلتای اصلاح شده به‌صورت زیر ارائه شده است [19]:

$$\Delta = \frac{\Delta_m}{1 + \exp\left(\frac{T - T_m}{f_m}\right)}. \quad 9$$

در این پژوهش  $\Delta_m$  پارامتر گاف حاصل از محاسبات در مدل BCS در دمای صفر در نظر گرفته شده است.  $f_m$  نیز یک پارامتر آزاد است که بر اساس وابستگی پارامتر زوجیت به انرژی در نزدیکی دمای بحرانی محاسبه می‌شود تا در نتایج به‌جای شکستگی در اطراف دمای بحرانی شاهد یک گذار نرم باشیم [7 و 19]. در ادامه از پارامتر گاف تعمیم‌یافته رابطه 9 به‌جای مقادیر پارامتر گاف مدل BCS در همه محاسبات از جمله معادله انرژی و تعداد ذرات استفاده می‌شود. مقادیر استفاده شده مربوط به پارامترهای مختلف در محاسبه پارامتر گاف تعمیم‌یافته در سیستم‌های پروتونی و نوترونی هسته  $^{74}\text{Ge}$  به‌صورت جدول زیر است:

جدول 1: مقادیر استفاده شده مربوط به پارامترهای مختلف در

محاسبه پارامتر گاف تعمیم‌یافته برای هسته  $^{74}\text{Ge}$ .

Parameter	N system	P system
$\Delta_m$	1.845	2.056
$T_m$	0.9307	1.0978
$f_m$	0.1402	0.1654

در ادامه با حل همزمان معادلات تعداد ذرات و قدرت زوجیت و محاسبه پارامتر گاف و پتانسیل شیمیایی، با استفاده از معادلات موجود در مدل ابررسانایی هسته و جایگزین کردن مقادیر پارامتر گاف و پتانسیل شیمیایی حاصل در این روابط، کمیت‌های ترمودینامیکی شامل

لحاظ گذار فاز نرم اصلاح شده در مدل BCS انجام شده است.

## روش کار

لگاریتم تابع پارش ( $\ln \mathbb{Z}$ ) در مدل BCS به‌صورت زیر تعریف می‌شود [17 و 18]:

$$\begin{aligned} \ln \mathbb{Z}(\alpha, \beta) = & -\beta \sum_k (\varepsilon_k - \lambda - E_k) \\ & + 2 \sum_k \ln[1 + \exp(-\beta E_k)] - \beta \frac{\Delta^2}{G}. \end{aligned} \quad 4$$

همچنین برای محاسبه تعداد ذرات (N) داریم:

$$\begin{aligned} N = \frac{1}{\beta} \frac{\partial \ln \mathbb{Z}}{\partial \beta} \\ = \sum_k \left( 1 - \frac{\varepsilon_k - \lambda}{E_k} \tanh\left(\frac{\beta E_k}{2}\right) \right). \end{aligned} \quad 5$$

انرژی برانگیختگی نیز به‌صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$\begin{aligned} E = -\frac{\partial \ln \mathbb{Z}}{\partial \beta} \\ = \sum_k \left( 1 - \frac{\varepsilon_k - \lambda}{E_k} \tanh\left(\frac{\beta E_k}{2}\right) \right) \varepsilon_k - \frac{\Delta^2}{G}. \end{aligned} \quad 6$$

قدرت زوجیت (G) و انرژی شبه‌ذرات ( $E_k$ ) با استفاده از انرژی ترازهای تک‌ذره  $\varepsilon_k$  به‌ترتیب به‌صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\frac{2}{G} = \sum_k \frac{1}{E_k} \tanh\left(\frac{\beta E_k}{2}\right), \quad 7$$

و

$$E_k = \sqrt{(\varepsilon_k - \lambda)^2 + \Delta^2}. \quad 8$$

در تمام این روابط  $\beta = 1/T$  می‌باشد. لازم به‌ذکر است این معادلات برای سیستم ابررسانای نامحدود تعریف شده‌اند، لذا در نزدیکی دمای بحرانی در نمودار کمیت‌های ترمودینامیکی شکستگی‌هایی مشاهده

در نظر می‌گیریم که در آن  $f$  میانگین اشغال حالت‌های با پارینه  $\pi$  است:

$$f = \sum_{k \in \pi_s} \frac{1}{1 + \exp(\beta E_k)}. \quad 15$$

سپس از رابطه زیر که برای نسبت احتمال حالت‌های با پارینه مخالف حالت پایه به حالت پایه استفاده می‌کنیم [21]:

$$\frac{P^s}{P^g} = \tanh(f), \quad 16$$

که تابعی از دما است.  $Z^s$  و  $Z^g$  نیز به صورت:

$$\begin{aligned} Z^g &= \frac{Z}{1 + \tanh(f)}, \\ Z^s &= \frac{Z}{1 + \frac{1}{\tanh(f)}} \end{aligned} \quad 17$$

تعریف می‌شوند که در اینجا  $Z = Z^g + Z^s$ . لذا نسبت چگالی ترازها با پارینه مخالف به شکل:

$$\frac{\rho^s}{\rho^g} = \frac{\beta^s}{\beta^g} \frac{Z^s}{Z^g} \sqrt{\frac{C^g}{C^s}} e^{(\beta^s - \beta^g)U} \quad 18$$

حاصل می‌شود [20]. در این رابطه  $C^g$  و  $C^s$  به ترتیب ظرفیت گرمایی با پارینه حالت پایه و پارینه مخالف حالت پایه می‌باشند.  $\beta^g$  و  $\beta^s$  را می‌توان در سیستم گاز فرمیونی بر اساس رابطه بین دما و انرژی برانگیختگی محاسبه نمود:

$$\frac{1}{\beta} = T = \sqrt{\frac{U}{a}}, \quad 19$$

انرژی برانگیختگی، آنتروپی، ظرفیت گرمایی، چگالی حالت‌های هسته‌ای و پارامتر قطع اسپین در مدل BCS به ترتیب مطابق روابط 10 تا 13 قابل استخراج خواهند بود [8 و 18]:

$$\begin{aligned} S &= \ln Z - \alpha N + \beta E \\ &= 2 \sum_k \ln[1 + \exp(-\beta E_k)] \\ &\quad + 2\beta \sum_k \frac{E_k}{1 + \exp(\beta E_k)}, \end{aligned} \quad 10$$

و

$$\begin{aligned} C &= -\beta^2 \frac{\partial^2 \ln Z}{\partial \beta^2} \\ &= \frac{1}{2} \sum_k \operatorname{sech}^2\left(\frac{\beta E_k}{2}\right) \left[ \beta^2 E_k^2 - \beta \Delta \frac{d\Delta}{dT} \right], \end{aligned} \quad 11$$

و

$$\omega(N, Z, U) = \frac{\exp(S)}{(2\pi)^{\frac{3}{2}} |D|^{\frac{1}{2}}}, \quad 12$$

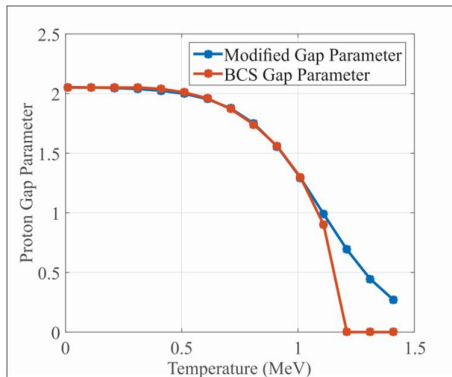
و

$$\sigma^2 = \frac{1}{2} \sum_k m_k^2 \operatorname{sech}^2\left(\frac{\beta E_k}{2}\right). \quad 13$$

حال به منظور بررسی وابستگی چگالی ترازهای هسته‌ای به پارینه، ترازهای تک‌ذره هسته به دو گروه، یکی با پارینه هسته‌ها در حالت پایه  $\pi^g$  و دیگری با پارینه مخالف حالت پایه  $\pi^s$  تقسیم می‌شوند. احتمال اشغال  $n$  حالت با پارینه  $\pi$  را بر اساس توزیع پواسون<sup>1</sup> و به صورت [20]:

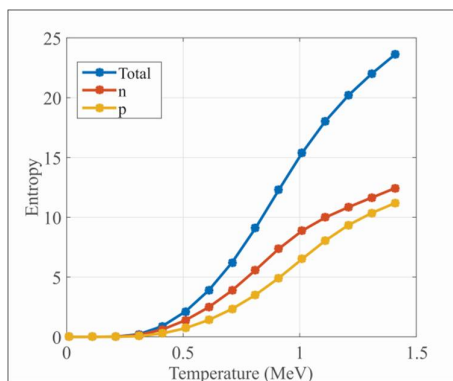
$$P(n) = \frac{f^n}{n!} e^{-f}, \quad 14$$

<sup>1</sup> Poisson distribution



شکل 1. نمودار پارامتر گاف محاسبه شده مدل BCS (قرمز) و پارامتر گاف تعمیم‌یافته (آبی) برای سیستم پروتونی در هسته  $^{74}\text{Ge}$ .

در گام بعدی وابستگی دمایی مربوط به آنتروپی، پارامتر قطع اسپین و انرژی برانگیختگی در مدل BCS با لحاظ پارامتر گاف تعمیم‌یافته استخراج شده و در شکل‌های 2 تا 4 ارائه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، در اینجا نیز به دلیل استفاده از پارامتر گاف تعمیم‌یافته، شاهد تغییر نرم نمودارها حول دمای بحرانی در ناحیه گذار فاز هستیم. در شکل‌های 2 و 3 به ترتیب آنتروپی و پارامتر قطع اسپین مربوط به سیستم پروتونی و نوترونی نیز ارائه شده است.



شکل 2. نمودار آنتروپی برحسب دما (آنتروپی کل (آبی)، آنتروپی در سیستم نوترونی (قرمز) و آنتروپی در سیستم پروتونی (زرد)) با اعمال پارامتر گاف تعمیم‌یافته در هسته  $^{74}\text{Ge}$ .

که  $a$  پارامتر چگالی تراز بوده و با استفاده از آنتروپی ( $S$ ) و انرژی برانگیختگی ( $U$ )، به صورت زیر تعریف می‌شود:

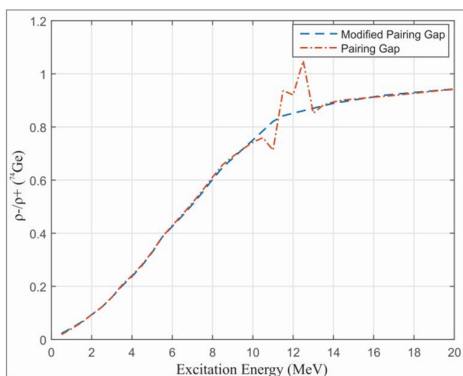
$$a = \frac{S^2}{4U} \quad (20)$$

برای جزئیات بیشتر در رابطه با نحوه انجام محاسبات کمیت‌های ترمودینامیکی در مدل BCS به تحقیق پیشین رحمتی‌نژاد و همکاران مراجعه شود [22].

### بررسی و تحلیل نتایج

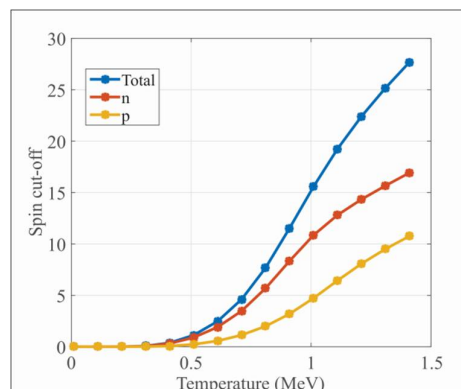
در این پژوهش ابتدا انرژی ترازهای تک ذره‌ای مورد استفاده در محاسبات، با استفاده از مدل نیلسون<sup>1</sup> برای هسته  $^{74}\text{Ge}$  استخراج شده است. در ادامه با استفاده از مدل BCS به محاسبه پارامترهای مختلف پرداخته‌ایم. در شکل 1 پارامتر گاف تعمیم‌یافته برای سیستم پروتونی در کنار پارامتر گاف محاسبه شده از مدل BCS ارائه شده است. همان‌طور که در شکل نیز مشخص است، پارامتر گاف اصلاح شده در مقایسه با پارامتر گاف محاسبه شده در مدل BCS که به صورت سریع در گذار فاز صفر می‌گردد، به صورت نرم‌تر و هموارتری به سمت صفر میل می‌کند که منجر به گذار فاز نرم حول دمای بحرانی می‌شود.

<sup>1</sup> Nilsson Model

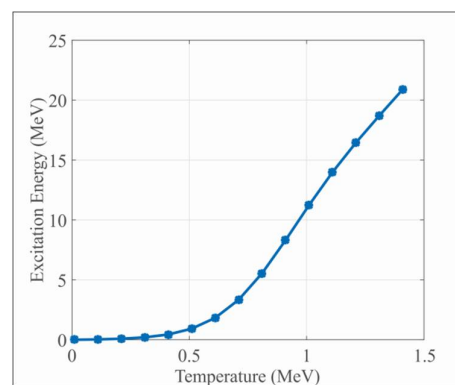


شکل 5. نمودار نسبت چگالی ترازهای هسته‌ای با پاریته منفی به چگالی ترازهای هسته‌ای با پاریته مثبت برحسب انرژی برانگیختگی با استفاده از پارامتر گاف محاسبه شده در مدل BCS (خط نقطه قرمز) و پارامتر گاف تعمیم‌یافته (خط چین آبی) در هسته  $^{74}\text{Ge}$ .

نسبت چگالی ترازاها با پاریته مخالف همان‌طور که نتایج مطالعات تجربی اخیر [23] نشان می‌دهند و به‌خصوص در انرژی‌های برانگیختگی کم با یکدیگر برابر نمی‌باشد که این امر ناقص فرض مدل‌های پدیده‌شناختی در انرژی‌های پایین می‌باشد. در واقع در محدوده انرژی‌های برانگیختگی کم، چگالی ترازاها با پاریته حالت پایه بزرگ‌تر از حالت با پاریته مخالف بوده و با افزایش انرژی برانگیختگی، این نسبت از انرژی حدود 14 MeV به سمت یک میل می‌کند. لازم به ذکر است بر اساس پژوهش‌های اخیرمان، این موضوع علاوه بر هسته‌های زوج-زوج در هسته‌های A-فرد نیز مشاهده می‌شود [24]. در واقع در انرژی‌های پایین، ساختار هسته و قرارگیری ترازهای تک‌ذره‌ای به‌ویژه در نزدیکی تراز فرمی تأثیر ویژه‌ای روی پاریته داشته و برای هسته‌های زوج-زوج که پاریته حالت پایه مثبت است، انتظار می‌رود پاریته مثبت به پاریته منفی غالب باشد. اما با افزایش انرژی، به دلیل درهم‌آمیختگی ترازاها



شکل 3. نمودار پارامتر قطع اسپین برحسب دما (پارامتر قطع اسپین کل (آبی)، پارامتر قطع اسپین در سیستم نوترونی (قرمز) و پارامتر قطع اسپین در سیستم پروتونی (زرد)) با اعمال پارامتر گاف تعمیم‌یافته در هسته  $^{74}\text{Ge}$ .



شکل 4. نمودار انرژی برانگیختگی برحسب دما با اعمال پارامتر گاف تعمیم‌یافته در هسته  $^{74}\text{Ge}$ .

با توجه به اینکه هسته  $^{74}\text{Ge}$  یک هسته زوج-زوج می‌باشد، لذا پاریته حالت پایه آن زوج یا مثبت و پاریته مخالف حالت پایه فرد یا منفی می‌باشد. نسبت چگالی ترازاها با پاریته مخالف برای هسته  $^{74}\text{Ge}$  با لحاظ پارامتر گاف تعمیم‌یافته از طریق رابطه 18 محاسبه شده است. نسبت چگالی ترازاها با پاریته مخالف برای این هسته در شکل 5 ارائه شده است.

حاصل گردد. همچنین بر اساس نتایج بررسی شده و مطابق با داده‌های تجربی، نسبت چگالی تراز با پاریده مخالف در ناحیه بالای انرژی حدود 14 MeV به سمت یک میل می‌کند و فرض توزیع یکسان پاریده در ناحیه پایین‌تر از گذار فاز مناسب نمی‌باشد.

### مرجع‌ها

- [1] R. Razavi, A. Rahmatinejad, T. Kakavand, F. Taheri, M. Aghajani, A. Khooy, Studying Nuclear Level Densities of  $^{238}\text{U}$  in the Nuclear Reactions within the Macroscopic Nuclear Models, *Zeitschrift für Naturforschung A* **71** 2 (2016) 157-160. <https://doi.org/10.1515/zna-2015-0339>
- [2] R. Razavi, A. Rahmatinejad, T. Kakavand, A. Khooy, Pairing phase transition of nucleons in  $^{89}\text{Y}$  and  $^{208}\text{Pb}$ , *journal of research on many body systems* **7** 1300435 (2017) 79-85. <https://doi.org/10.22055/jrmb.2017.13016>
- [3] S. Rasouli, A.N. Behkami, R. Razavi, A.A. Sabouri Dodaran, M.R. Bayati, Investigation on Neutron-Induced Fission Fragment Angular Distribution of  $^{232}\text{Th}$  and  $^{238}\text{U}$ , *Zeitschrift für Naturforschung A* **73** 11 (2018) 1075-1081. <https://doi.org/10.1515/zna-2018-0267>
- [4] A.J. Koning, S. Hilaire, S. Goriely, Global and local level density models, *Nuclear Physics A* **810** 1-4 (2008) 13-76. <https://doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2008.06.005>
- [5] H.A. Bethe, An Attempt to Calculate the Number of Energy Levels of a Heavy Nucleus, *Physical Review* **50** 4 (1936) 332. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.50.332>
- [6] L.G. Moretto, Thermodynamical properties of a paired nucleus with a fixed number of quasi-particles. *Nuclear Physics A* **243** 1 (1975) 77-99. [https://doi.org/10.1016/0375-9474\(75\)90022-6](https://doi.org/10.1016/0375-9474(75)90022-6)

و افزایش حالت‌های در دسترس، سیستم رفتار آماری نشان داده و نسبت پاریده‌ها با هم برابر می‌شوند. به عبارتی استفاده از توزیع یکسان پاریده در مدل‌ها در ناحیه پایین‌تر از دمای بحرانی فرض مناسبی نمی‌باشد. همچنین در شکل 5 به وضوح دیده می‌شود، زمانی که از پارامتر گاف ثابت که از حل معادلات BCS حاصل شده در محاسبه چگالی ترازها استفاده می‌شود، شکستگی ناشی از گذار فاز به وضوح نمایان می‌شود که با جایگزینی پارامتر گاف تعمیم‌یافته در روابط، نمودار حاصل شکل بسیار همواری پیدا می‌کند. در واقع جایگزینی پارامتر گاف ثابت مدل BCS با رابطه 9 روی معادلات اصلی مؤثر است اما روی نتایج بحث موردنظر ما تأثیر چندانی نداشته و فقط در اطراف دمای بحرانی، همان‌طور که در شکل 5 دیده می‌شود، به جای شکستگی‌های موجود موجب ایجاد یک تابع نرم می‌گردد و در نتایج اصلی که در واقع وابستگی انرژی به توزیع پاریده می‌باشد تغییری ایجاد نمی‌کند و به همین دلیل از تأثیر آن بر روی روابط اصلی می‌توان صرفنظر کرد.

### بحث و نتیجه‌گیری

در این پژوهش با استفاده از فرمول‌بندی مدل BCS نسبت چگالی ترازهای هسته‌ای با پاریده مخالف با مطالعه بر روی ایزوتوپ  $^{74}\text{Ge}$ ، بررسی شده است. همچنین تأثیر استفاده از پارامتر گاف تعمیم‌یافته بجای پارامتر گاف حاصل از محاسبات BCS مطالعه شده است. نتایج نشان می‌دهد که لحاظ پارامتر گاف تعمیم‌یافته منجر به گذار فاز نرم شده و باعث می‌شود که نقاط تکیه در نمودارها اصلاح و شکل همواری



- [15] J. Bardeen, L.N. Cooper, J.R. Schrieffer, Theory of superconductivity, *Physical Review* **108** (1957) 1175. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.108.1175>
- [16] R. Razavi, et al., Ratio of neutron and proton entropy excess in  $^{121}\text{Sn}$  compared to  $^{122}\text{Sn}$ , *Physical Review C* **86** (2012) 047303. <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.86.047303>
- [17] D. Mocolj et al., Parity-Dependence in the Nuclear Level Density, *Nuclear Physics A* **758** (2005) 154c–157c. <https://doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2005.05.032>
- [18] A.N. Behkami, J.R. Huizenga, Comparison Of Experimental Level Densities and Spin Cut Off factors with Microscopic Theory For Nuclei Near A= 60, *Nuclear Physics A* **217** (1973) 78-92. [https://doi.org/10.1016/0375-9474\(73\)90624-6](https://doi.org/10.1016/0375-9474(73)90624-6)
- [19] A. Rahmatinejad, R. Razavi, T. Kakavand, Temperature dependent pairing gap in nucle, *International Journal of Modern Physics E* **27** 01 (2018) 1850003. <https://doi.org/10.1142/S0218301318500039>
- [20] D. Mocolj et al., Large-scale prediction of the parity distribution in the nuclear level density and application to astrophysical reaction rates, *Physical Review C* **75** (2007) 045805. <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.75.045805>
- [21] Y. Alhassid, G.F. Bertsch, S. Liu and H. Nakada, Parity Dependence of Nuclear Level Densities, *Physical Review Letter* **84** 19 (2000) 4313- 4316. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.84.4313>
- [22] A. Rahmatinejad, R. Razavi, T. Kakavand, Studying temperature dependence of pairing gap parameter in a nucleus as a small superconducting system, *International Journal of Modern Physics E* **25** (2016) 1650050. <https://doi.org/10.1142/S0218301316500506>
- [7] R. Razavi, A. Rashed Mohassel, A. Rahmatinejad, A. jabarpour, Systematic of critical temperature of nuclear pairing transition, *Nuclear Physics A* **976** 61 (2018) 61-69. <https://doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2018.05.001>
- [8] A. Rahmatinejad, R. Razavi, T. Kakavand, Thermal quantities of  $^{46}\text{Ti}$ , *Nuclear Physics A* **939** 46 (2015) 46-52. <https://doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2015.03.010>
- [9] R. Razavi, A.N. Behkami, S. Mohammadi, Microscopic study of nuclear level densities and thermodynamical properties in  $^{170,171,172}\text{Yb}$ , *Physica Scripta*, **86** 4 (2012) 045201. <https://doi.org/10.1088/0031-8949/86/04/045201>
- [10] R. Razavi, Role of neutrons and protons in entropy, spin cut off parameters, and moments of inertia, *Physical Review C* **88** (2013) 014316. <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.88.014316>
- [11] R. Razavi, T. Kakavand, Level studies of  $^{93}\text{Mo}$  via  $^{93}\text{Nb}$  (p, n $\gamma$ )  $^{93}\text{Mo}$  reaction and density of discrete levels in  $^{93}\text{Mo}$ , *Nuclear Technology and Radiation Protection* **26** 1 (2012) 69-73. <https://doi.org/10.2298/NTRP1101069R>
- [12] N. Cerf, Parity Dependence of the Nuclear Level Density, *Nuclear Physics A* **554** (1993) 85-106. [https://doi.org/10.1016/0375-9474\(93\)90359-6](https://doi.org/10.1016/0375-9474(93)90359-6)
- [13] B.V. Rao, H.M. Agrawal, Parity Dependence of the Nuclear Level Density at High Excitation, *Nuclear Physics A* **592** (1995) 1-8. [https://doi.org/10.1016/0375-9474\(95\)00165-W](https://doi.org/10.1016/0375-9474(95)00165-W)
- [14] A. Rahmatinejad, R. Razavi, T. Kakavand, Role of neutron and proton system in spin cut off parameter and entropy of  $^{89,90}\text{Y}$ , *Nuclear Physics A* **941** (2015) 145-151. <https://doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2015.06.013>

[23] T. Renstrom, et al., Low-energy enhancement in the  $\gamma$ -ray strength functions of  $^{73,74}\text{Ge}$ , *Physical Review C* **93** (2016) 064302.

<https://doi.org/10.1103/PhysRevC.93.064302>

2

[24] R. Razavi, O. Nouri, A. Rahmatinejad, S. Mohammadi, Parity equilibration in nuclear level densities of  $^{159-166}\text{Dy}$ , *Modern Physics Letters A* **35** 38 (2020) 2050315.

<https://doi.org/10.1142/S0217732320503150>

0