

Modified Newton's gravity law in Verlinde formalism based on an extended microstructure

Sayed Hamid Mehdipour*

Department of Physics, College of Basic Sciences, Lahijan Branch, Islamic Azad University, P. O. Box
1616, Lahijan, Iran

Received: 12.05.2021 Final revised: 24.07.2021 Accepted: 23.11.2021

 [10.22055/JRMBS.2021.17276](https://doi.org/10.22055/JRMBS.2021.17276)

Abstract

This paper analyses the effects of an extended microstructure in the microscopic discretion of spacetime. In this setup, all point structures get replaced by smeared distributions owing to this extended microstructure. We investigate the effect that such a modification of point mass and charge has on the thermodynamics of a charged anti-de Sitter black hole. In addition, the modification of point structures by smeared distributions modifies the energy of the black hole. The effects of such a deformation in the macroscopic geometry are studied by using the local equipartition of energy and the holographic principle. Thus, it is possible to obtain the corrections to the entropic force from such a deformation of the theory. This will in turn modify the Newton's gravity law in the Verlinde formalism.

Keywords: Entropic Gravity, Black Hole Thermodynamics, Extended Structure, Holographic Screens, Cosmological Constant

* Corresponding Author: mehdipour@liau.ac.ir



اصلاح قانون گرانش نیوتن در فرمول‌بندی ورلایند از نقطه نظر ساختار ریز

گسترش یافته

سید حمید مهدی پور*

گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه آزاد اسلامی واحد لاهیجان، لاهیجان، ایران

دریافت: 1400/02/22 ویرایش نهائی: 1400/05/02 پذیرش: 1400/09/02

doi: [10.22055/JRMBS.2021.17276](https://doi.org/10.22055/JRMBS.2021.17276)

چکیده

در این مقاله، می‌خواهیم خواص کوچک-مقیاس فضا-زمان را از دیدگاه اثرات ساختار ریز گسترش یافته مورد تحلیل قرار دهیم. در این راستا، تمامی ساختارهای نقطه‌ای به دلیل حضور اثر گستردگی ساختار ریز، با توزیع‌های لکه‌ای جایگزین و اصلاح می‌شوند. ما به بررسی اثری می‌پردازیم که چنین اصلاحی از جرم و بار نقطه‌ای روی ترمودینامیک یک سیاهچاله آنتی-دوسیت باردار می‌گذارد. به‌عنوان یک پیامد مهم در فواصل بسیار کوتاه نشان می‌دهیم که نیروی آنتروپایی چنین سیاهچاله‌ای به‌ازای قدری پسمانده خنثی، به‌مقدار صفر سقوط می‌کند و به‌هیچ وجه واگرا نمی‌شود. همچنین، بهره‌گیری از توزیع‌های لکه‌ای به‌جای ساختارهای نقطه‌ای باعث اصلاح انرژی سیاهچاله می‌گردد. اثرات چنین اصلاحاتی روی هندسه بزرگ-مقیاس نیز به‌کمک اصول هولوگرافی و همبستگی انرژی موضعی مورد مطالعه قرار می‌گیرند. از این‌رو، به‌تصحیحات نیروی آنتروپایی در این نظریه تغییر شکل یافته دست پیدا می‌کنیم، و این به نوبه خود منجر به اصلاح قانون گرانش نیوتن در فرمول‌بندی ورلایند خواهد شد.

کلیدواژگان: گرانش آنتروپایی، ترمودینامیک سیاهچاله‌ها، ساختار گسترش یافته، صفحات هولوگرافی، ثابت کیهانشناسی

مقدمه

افق رویداد سیاهچاله است، ممنوع می‌باشد [1-3]. کمیت ترمودینامیکی آنتروپی بیشینه، هم‌ارز با مساحت افق سیاهچاله بوده و این به‌نوبه خود گویای ارتباط میان هندسه و ترمودینامیک است. این ارتباط در فرمول‌بندی جاکوبسون¹ توسعه بیشتری پیدا می‌کند؛ به‌طوری‌که می‌توان معادله میدان اینشتین² را از طریق قانون اول ترمودینامیک در این فرمول‌بندی استخراج نمود [4]. آنتروپی یک سیاهچاله توسط مساحت آن، نه حجم آن، مقیاس بندی می‌شود؛ لذا، این پدیده به کشف اصل هولوگرافی³ [5,6] منجر می‌گردد. در حال حاضر، امکان

به‌نظر می‌رسد که قانون دوم ترمودینامیک در تمامی سیستم‌ها به‌جز سیاهچاله‌ها برقرار باشد. این قانون با عبور هر شیئی با آنتروپی معین به‌داخل افق رویداد یک سیاهچاله بدون در نظر گرفتن تابش آن نقض می‌گردد. از این‌رو، جهت ممانعت از نقض قانون دوم ترمودینامیک در سیاهچاله‌ها، یک آنتروپی بیشینه برای آنها در نظر گرفته می‌شود؛ به‌گونه‌ای که برای هر شیء دیگری داشتن یک آنتروپی بزرگتر از آنتروپی سیاهچاله و یا مساحتی مشابه با آن چیزی که منسوب به مساحت

* نویسنده مسئول: mehdipour@liau.ac.ir

¹ Jacobson formalism² Einstein field equation³ Holographic principle

می‌گردد [13,14]. رهیافت ورلایند به‌طور گسترده‌ای در چارچوب‌های نظری گوناگون مورد بحث و بررسی قرار گرفته است. به‌عنوان نمونه، از آنجایی که قانون مساحت سطح افق رویداد یک سیاهچاله نقش کلیدی در تعیین آنتروپی آن ایفا می‌کند، نویسندگان مراجع [15-18] توانسته‌اند با الهام از مدل ورلایند و به‌کارگیری رابطه آنتروپی-سطح اصلاح یافته ناشی از اثرات کوآتومی در افق یک سیاهچاله به 2 نوع تصحیحات لگاریتمی و توزیع توانی روی قانون گرانش نیوتن، معادلات فریدمن⁷، قانون کولن⁸ و معادلات اینشتین با این دیدگاه که منشأ گرانش محصول یک نیروی آنتروپایی است، نائل شوند. نتایج حاصله از این مقالات به تعمیم مدل ورلایند روی سیستم‌های گوناگون می‌پردازد تا در این راستا، تأکید و تأییدی بر هولوگرافی بودن منشأ نیروی گرانش حاصل آید. مخصوصاً در مرجع [17] که به شباهت میان قانون کولن با قانون نیوتن می‌پردازد و از این طریق، قانون کولن را از اصل هولوگرافی استخراج می‌کند. این موضوع قادر است، اتحادی میان برهم‌کنش‌های گرانشی و الکترومغناطیسی در فواصل بسیار کوچک برقرار سازد.

نظریه میدان کوآتومی در فضای خمیده، به‌عنوان یک نظریه رایج مؤثر تارژیم پلانک⁹، تنها تا زمانی در فیزیک سیاهچاله‌ها اعتبار دارد که اثرات پس‌زنی کوآتومی در افق رویداد سیاهچاله، زمینه ثابت فضا-زمان را آشفته نسازد. لازمه این امر این است که جرم سیاهچاله و متناظر با آن، دمای هاوکینگ¹⁰ در طی گسیل هر ذره ثابت بماند. عدم توجه به جرم اولیه سیاهچاله ممکن است فرمول هاوکینگ را برای توصیف دمای سیاهچاله

امکان استخراج معادلات میدان اینشتین به‌کمک اصل هولوگرافی و قانون همبخشی انرژی¹ فراهم شده است [7]. در [8]، پیشنهاد می‌شود که منشأ گرانش به‌صورت یک نوع نیروی آنتروپایی² در نظر گرفته شود به‌طوری که برخاسته از تغییرات در محتوای اطلاعاتی اجسام مادی باشد. این نظریه که بر اساس حضور یک نیروی آنتروپایی شکل گرفته است، به نظریه گرانشی برآمده ورلایند³ معروف است. در این فرمولبندی، مفهوم لختی و قوانین نیوتن⁴ در مکانیک کلاسیک از طریق ارتباط میان گرانش با نوع خاصی از نیروی ترمودینامیکی هولوگرافی به‌دست می‌آیند.

در فرمولبندی ورلایند، فضا-زمان کلاسیک تنها یک تقریب انرژی پایین برخاسته از یک نظریه بنیادی‌تری که دارای ساختار ریز است، می‌باشد. یکی از خواص و نتایج استفاده از آنتروپی این است که ارتباط میان هندسه فضا-زمان کلاسیکی را از دیدگاه بزرگ-مقیاس با ساختار فضا-زمان از دیدگاه کوچک-مقیاس برقرار می‌سازد [9,10]. مطابق این رهیافت و ارتباطی که بین ساختار ریز فضا-زمان با هندسه بزرگ-مقیاس ایجاد می‌شود، می‌توان اثرات تغییر شکل فضا-زمان در تراز مقیاس ریز را روی خواص گرانشی بزرگ-مقیاس به‌خوبی تحلیل نمود. به‌نظر می‌رسد که ساختار گسترش یافته⁵ در فضا-زمان کوچک-مقیاس قادر است تا یک تغییر شکل غیر موضعی⁶ در نظریه بزرگ-مقیاس تولید نماید [11,12]. در واقع، رفتار انرژی بالای یک نظریه ممکن است ناشی از خاصیت غیر موضعی آن نظریه باشد و این تغییر شکل غیر موضعی، با حضور یک ساختار گسترش یافته در تراز کوچک-مقیاس تولید

⁷ Friedman equations

⁸ Coulomb's law

⁹ Planck regime

¹⁰ Hawking temperature

¹ Equipartition law of energy

² Entropic force

³ Verlinde emergent theory of gravity

⁴ Newton's laws

⁵ Extended structure

⁶ Non-local deformation

باربرو-ایمیرزی⁶ است [22]. از این رو انتظار بر این است که نظریه گرانش کوآنتومی حلقه نیز متناظر با نوعی اثر، شبیه گسترده‌گی ساختار باشد. افزون بر موارد فوق در هندسه ناجابه‌جایی، مختصات فضا-زمان با یکدیگر جابه‌جا نمی‌شوند، یعنی: $[x^\mu, x^\nu] = i\theta^{\mu\nu}$ ؛ پس اندازه‌گیری ساختاری در فضا-زمان با دقتی فراسوی $\sqrt{\theta}$ امکان‌پذیر نیست. در این رابطه $\theta^{\mu\nu}$ یک ماتریس پاد متقارن حقیقی با بعد $(\text{طول})^2$ است. چنین ماتریسی، گویای گسستگی فضا-زمان است درست به مانند ثابت پلانک (\hbar) که فضای فاز را گسسته می‌سازد. به‌عنوان یک نتیجه مهم، می‌توان بیان نمود که مفهوم نقطه در چنین هندسه‌ای به دلیل حضور عدم قطعیت القاء شده از رفتار ناجابه‌جایی مختصات، $\Delta x^\mu \Delta x^\nu \geq \frac{1}{2} |\theta^{\mu\nu}|$ بی‌معنی است. از این رو طبیعی است که انتظار داشته باشیم، واگرایی‌هایی که روی نقطه‌ای خاص در فیزیک سیاهچاله‌ها یا به‌طور کلی در نسبیت عام ایجاد می‌شوند، در زمینه ناجابه‌جایی رفع گردند. بنابراین، هندسه ناجابه‌جایی نیز به‌طور مؤثری به نوعی گسترده‌گی در ساختار فضا-زمان اشاره دارد؛ به‌گونه‌ای که طول این گسترده‌گی ساختار از مرتبه $\sqrt{\theta}$ است.

یک آزمون با ارزش دیگر از فضا-زمان ناجابه‌جایی، اثرات احتمالی قابل مشاهده آن روی خواص سیاهچاله‌ها است. وقوع ناجابه‌جایی در یک مقیاس قابل مشاهده، این قابلیت را دارد که اثرات چشمگیری را روی خواص قابل انتظار سیاهچاله‌ها به‌جای گذارد. برای ورود به این بحث لازم است یک مدل از فضا-زمان ناجابه‌جایی متناظر با نسبیت عام داشته باشیم؛ با این حال هنوز هیچ نظریه متقاعد کننده و کاملی از این مدل وجود ندارد. فرمولبندی متعددی از نظریه میدان

خصوصاً در مراحل نهایی تبخیر، بی‌اعتبار سازد. به بیان دیگر، تا زمانی که جرم سیاهچاله بسیار بزرگتر از جرم بنیادی پلانک است می‌توان از این نظریه مؤثر و به‌اصطلاح از تقریب نیمه کلاسیک بهره جست. در واقع، تخمین هاوکینگ با استدلال نیمه کلاسیک روی تبخیر سیاهچاله تا زمانی معتبر است که انرژی ذرات گسیل شده در قیاس با جرم سیاهچاله بسیار کوچک باشد و بتوان از اثرات پس‌زنی روی متریک در طی روند تابش صرف‌نظر نمود. به‌راستی که مقیاس پلانک، مشخص کننده مرزی بین رفتار کلاسیک و کوآنتومی فضا-زمان است. پس ما به دنبال فیزیکی هستیم که بتواند تا حدی رفتار مقیاس پلانکی را به‌درستی پیش‌بینی کند تا شاید پدیده غیرفیزیکی تکنیکی انحنای¹ بدین طریق رفع گردد. می‌توان از فیزیک سیاهچاله‌ها استناد نمود که هر نوع نظریه‌ای از گرانش کوآنتومی می‌بایست حاوی یک طول کمینه ذاتی² از مرتبه طول پلانک L_p باشد [19]. از این رو، قادریم به یک بحث عمومی در تمامی سناریوهای گرانش کوآنتومی پردازیم؛ مبنی بر اینکه می‌توان یک ساختار گسترش یافته را با ویژگی‌های ساختار ریز فضا-زمان متناظر فرض نمود. به‌طور مثال، چنین ساختار گسترش یافته‌ای در نظریه احتمالی ریسمان³ رخ می‌دهد به‌طوری‌که امکان جاروب کردن ساختاری از فضا-زمان کوچکتر از مقیاس طول ریسمان $\sqrt{4\pi\alpha'}$ وجود ندارد؛ چون به‌عنوان کوچکترین مقیاس طولی موجود در نظریه محسوب می‌شود [20]. این ساختار گسترش یافته از ریسمان‌ها در نظریه ریسمان جهت تحلیل AdS/CFT ⁴، فراسوی تقریب ابرگرانشی آن، مورد استفاده قرار می‌گیرد [21]. به‌عنوان نمونه‌ای دیگر، گرانش کوآنتومی حلقه⁵ متناظر با یک سطح کمینه $A_{\min} = 4\pi\sqrt{3}\beta L_p^2$ است که β در آن پارامتر

⁴Anti-de Sitter/Conformal field theory⁵Loop quantum gravity⁶Barbero-Immirzi parameter¹Curvature singularity²Intrinsic minimum length³Perturbative string theory

ناجابه‌جایی حاصل از ضرب ستاره‌ای وایل-ویگنر-موایل¹ [23-25] وجود دارد که منتهی به شکست در یافتن جوابی برای مسائل بغرنجی همچون نقض ناوردایی لورنتس²، غیر یکانی بودن³ و واگرایی UV⁴ در نظریه میدان کوآتومی می‌شود. از آنجا که هنوز یک نظریه کامل ناجابه‌جایی از گرانش با رهیافت ضرب ستاره‌ای وجود ندارد، لازم است که اثرات ناجابه‌جایی در چارچوب نسبیت عام جابه‌جایی، مدل‌سازی شود. در سال 2003، اسمایلاجیک و اسپالوچی⁵ [26] یک مدل الهام یافته از هندسه ناجابه‌جایی با فرمولبندی مختصه حالت همدوس⁶ ارائه نمودند که تپی از مشکلات اشاره شده در بالا می‌باشد. مدتی پس از آن در سال 2006، نیکولینی⁷ و همکاران [27] با بهره‌گیری از رهیافت مختصه حالت همدوس به‌نوع جدیدی از تصحیحات ناجابه‌جایی برای جواب‌های سیاهچاله شوارتزشیلد⁸ دست یافتند که کاملاً قابل انعطاف و فیزیکی است. آنها توانستند به‌جواب‌های دقیقی از معادلات اینشتین تحت حالت ایستا، متقارن کروی، با پهنای کمینه، به‌طور مجانبی تخت و دارای توزیع جرم-انرژی گرد آمده در مبدأ نائل آیند. در این مدل، ساختار نقطه‌ای جرم به‌جای آنکه به‌طور کامل در یک نقطه تجمع یابد، با یک ساختار لکه‌ای⁹ در سرتاسر ناحیه‌ای با پهنای خطی از مرتبه مقیاس پلانک توصیف می‌شود. بدان معنا که تابع دلتای دیراک¹⁰ متعارف با یک توزیع گاوسی¹¹ جایگزین شده و هندسه‌ای بدون حضور نقطه پدیدار می‌گردد. با به‌کارگیری این روش، سیاهچاله از تکینگی انحنای در مبدأ رهایی می‌یابد. به‌عبارت دیگر،

جواب‌های ناجابه‌جایی برای سیاهچاله به‌شکل کاملاً همواری، یک هسته دوسپته¹² پیرامون مبدأ سیاهچاله را با یک متریک معمول از سیاهچاله در فاصله‌ای دور از مبدأ پیوند می‌دهد. از این‌رو، به‌عنوان یک نتیجه پر اهمیت در جواب‌های ناجابه‌جایی می‌توان به حذف تکینگی انحنای در مبدأ سیاهچاله‌ها اشاره نمود. در حقیقت به‌علت نفوذ افت و خیزهای شدید کوآتومی در فواصل کوتاه یک خمینه ناجابه‌جایی، یک حالت خلاء دوسپته غیر تکین جایگزین تکینگی انحنای خواهد شد. این جواب‌ها در فواصل کوتاه منجر به‌حلق مفاهیم جدید فیزیکی می‌شوند، در حالی که در فواصل بزرگ به متریک معمول اشاره دارند؛ جایی که طول کمینه کم اهمیت جلوه می‌کند. خصیصه زیبایی این نوع رهیافت از ناجابه‌جایی این است که افت و خیزهای ناجابه‌جایی خمینه، یک ضریب میرایی UV بدون شکل تانسوری در تبدیل فوریه توابع میدان (حتی در یک میدان آزاد) تولید می‌کند؛ به‌طوری که ضرب نقطه‌ای معمول در آن به‌کار می‌رود. در این فرمول‌بندی از ناجابه‌جایی، باز هم نسبیت عام در شکل عادی جابه‌جایی خود که با کنش اینشتین-هیلمبرت¹³ توصیف می‌شود، قابل کاربرد است. در حقیقت، مراتب تصحیحات ناجابه‌جایی به‌شکل کنش اینشتین-هیلمبرت حداقل از مرتبه دوم پارامتر ناجابه‌جایی θ می‌باشند. از این‌رو اثرات ناجابه‌جایی به‌شکل اختلالی رفتار می‌کنند و کارایی کنش اینشتین-هیلمبرت حداقل با تقریب خوبی معتبر است [28].

از سویی دیگر، از آنجایی که حضور یک هسته دوسپته در مرکز سیاهچاله‌ها در جواب‌های الهام یافته از هندسه ناجابه‌جایی، از فرو پاشی آنها به‌یک حالت تکین

ناجابه‌جایی حاصل از ضرب ستاره‌ای وایل-ویگنر-موایل¹ [23-25] وجود دارد که منتهی به شکست در یافتن جوابی برای مسائل بغرنجی همچون نقض ناوردایی لورنتس²، غیر یکانی بودن³ و واگرایی UV⁴ در نظریه میدان کوآتومی می‌شود. از آنجا که هنوز یک نظریه کامل ناجابه‌جایی از گرانش با رهیافت ضرب ستاره‌ای وجود ندارد، لازم است که اثرات ناجابه‌جایی در چارچوب نسبیت عام جابه‌جایی، مدل‌سازی شود. در سال 2003، اسمایلاجیک و اسپالوچی⁵ [26] یک مدل الهام یافته از هندسه ناجابه‌جایی با فرمولبندی مختصه حالت همدوس⁶ ارائه نمودند که تپی از مشکلات اشاره شده در بالا می‌باشد. مدتی پس از آن در سال 2006، نیکولینی⁷ و همکاران [27] با بهره‌گیری از رهیافت مختصه حالت همدوس به‌نوع جدیدی از تصحیحات ناجابه‌جایی برای جواب‌های سیاهچاله شوارتزشیلد⁸ دست یافتند که کاملاً قابل انعطاف و فیزیکی است. آنها توانستند به‌جواب‌های دقیقی از معادلات اینشتین تحت حالت ایستا، متقارن کروی، با پهنای کمینه، به‌طور مجانبی تخت و دارای توزیع جرم-انرژی گرد آمده در مبدأ نائل آیند. در این مدل، ساختار نقطه‌ای جرم به‌جای آنکه به‌طور کامل در یک نقطه تجمع یابد، با یک ساختار لکه‌ای⁹ در سرتاسر ناحیه‌ای با پهنای خطی از مرتبه مقیاس پلانک توصیف می‌شود. بدان معنا که تابع دلتای دیراک¹⁰ متعارف با یک توزیع گاوسی¹¹ جایگزین شده و هندسه‌ای بدون حضور نقطه پدیدار می‌گردد. با به‌کارگیری این روش، سیاهچاله از تکینگی انحنای در مبدأ رهایی می‌یابد. به‌عبارت دیگر،

⁸ Schwarzschild black hole

⁹ Smeared structure

¹⁰ Dirac-delta function

¹¹ Gaussian distribution

¹² De Sitter core

¹³ Einstein-Hilbert action

¹ Weyl-Wigner-Moyal *-product

² Lorentz invariance violation

³ Non-unitarity

⁴ Ultraviolet divergence

⁵ Smailagic and Spallucci

⁶ Coordinate coherent state

⁷ Nicolini

مقیاس طول ذاتی همچون طول پلانک ممانعت می‌کند و این بدان معناست که مفهوم موضعی شکست می‌خورد. بر همین مبنا، یک ذره نقطه‌ای در یک فضا-زمان ناجابه‌جایی نه تنها توسط یک تابع توزیع دلتای دیراک مدل نمی‌شود، بلکه مانند یک ذره لکه‌ای توسط یک تابع توزیع گاوسی با پهنای کمینه $\sqrt{\theta}$ توصیف می‌گردد که در آن θ کوچکترین واحد بنیادی یک سطح مشاهده‌پذیر در مختصات ناجابه‌جایی می‌باشد؛ به گونه‌ای که تفکیک مختصه فراسوی آن بی‌معنا است. بنابراین، در رهیافت مختصه حالت همدوس، یک نقطه جرم و همچنین یک نقطه بار الکتریکی به جای اینکه در یک نقطه متمرکز باشند، در یک ساختار لکه‌ای با اندازه خطی $\sqrt{\theta}$ محبوس شده‌اند [32-35].

در رهیافت ورلایند، اثرات ناجابه‌جایی روی ترمودینامیک سیاهچاله‌های آنتی-دوسیت و دوسیت بدون بار مورد تحلیل و بحث قرار گرفته است [36,37]. این تحلیل، از طریق آغشته‌کردن تمامی منابع نقطه‌ای، به مقیاس طولی مؤثر خلق شده در مدل الهام یافته از هندسه ناجابه‌جایی صورت گرفته است [32-35]. با این وجود، چنین اثری برای هر نظریه‌ای که در آن یک گستردگی ساختار متناظر با دیدگاه ساختار ریز فضا-زمان است، رخ خواهد داد؛ به طور مثال در نظریه ریسمان، می‌توان پیشنهاد نمود که ساختارهای نقطه‌ای با ساختارهای لکه‌ای با طول ریسمان $\sqrt{4\pi\alpha'}$ جایگزین شوند. بنابراین، به طور کلی، می‌توان این ادعا را مطرح نمود که تمامی ساختارهای نقطه‌ای در هر نظریه‌ای از گرانش کوآنتومی که شامل یک مقیاس طولی کمینه ذاتی از مرتبه طول پلانک هستند، می‌توانند با ساختارهای لکه‌ای مرتبط با طول پلانک جایگزین شوند.

ممانعت می‌کند، پس این مبحث می‌تواند در خصوص پایداری کوآنتومی فضای دوسیت و همچنین نرخ تولید سیاهچاله‌های مقیاس پلانکی در یک پس زمینه تورمی از کیهان مورد توجه فراوانی واقع شود [29]. در مراحل تورمی، کیهان به خوبی از طریق هندسه دوسیت قابل توصیف است. فاز شتابدار در جهان تورمی به عنوان ایده‌ای مبتکرانه جهت یافتن جوابی به مسائل نظریه استاندارد انفجار بزرگ مطرح گردیده است [30]. انبساط شتابدار کیهانی به عنوان پر اهمیت‌ترین مشاهدات کیهان‌شناسی در جهان محسوب می‌شود که اولین بار در سال 1998 بر اساس اطلاعات ابرنواختری و شواهد پس زمینه میکرو موج کیهانی¹ استنتاج گشته است [31]. این شواهد تجربی گواه بر حضور شکلی از پس زمینه‌های انرژی با یک فشار منفی است. این احتمال وجود دارد که بتوان این نوع از انرژی‌ها را از طریق یک ثابت کیهان‌شناسی مثبت و یا میدان‌های اتری توصیف نمود. این بدان معناست که اشیائی همچون سیاهچاله‌ها را می‌توان به عنوان علت پیدایش یک ثابت کیهان‌شناسی مثبت و مؤثر در نظر گرفت.

تأکید بر این موضوع حائز اهمیت است که متریک‌های به دست آمده از مدل الهام یافته از هندسه ناجابه‌جایی تماماً بر اساس مفهوم کمینه طول مشاهده پذیر در نسیت عام شکل گرفته است. بر اساس این مدل جدید از ناجابه‌جایی مختصات بر گرفته از یک توزیع گاوسی از حالت‌های همدوس، شکل تانسور اینشتین در معادلات میدان گرانشی بدون تغییر باقی می‌ماند؛ در حالی که تانسور انرژی-تکانه در یک شکل جدید نوشته می‌شود. در حقیقت، به علت ظهور انرژی‌های بالا در فواصل کوتاه یک خمینه ناجابه‌جایی، اثرات افت و خیزهای کوآنتومی خمینه ظاهر گردیده و از هر نوع اندازه‌گیری جهت یافتن مکان ذره با دقتی بیش از یک

¹ Cosmic microwave background

برای انرژی مشخصه مرتبط با اثرات ناجابه‌جایی، یعنی: $\Lambda_* \leq 10 \text{ TeV}$ اشاره دارد [42]. همچنین، با بررسی نقض CPT⁵ در پدیده شناختی ذره⁶، به یک حد بالا روی مقیاس طولی در فضا-زمان ناجابه‌جایی از مرتبه 10^{-30} cm که متناظر با حد پایین انرژی از مرتبه 10^{13} TeV است، رسیده اند [43]. افزون بر آن، یک قید پایین برای مقیاس انرژی ناجابه‌جایی در محدوده 10 TeV بر پایه نقض علیت نهان درون اطلاعات طیفی مقیاس-کوتاه در مشاهدات پس زمینه میکرو موج کیهانی پیش‌بینی شده است [44].

در پژوهش حاضر، به یک سیاهچاله باردار در فضا-زمانی با گستردگی ساختار ریز (همچون فضای ناجابه‌جایی) و در حالت پس زمینه آنتی-دوسیتته⁷ ناشی از یک ثابت کیهان‌شناسی منفی پرداخته می‌شود. این مسأله در حقیقت مطالعه‌ای در خصوص چگونگی ترکیب ترمودینامیک سیاهچاله‌ای جدید با یک جعبه آنتی-دوسیتته به همراه دیوارهای انعکاسی می‌باشد. از آنجایی که ترمودینامیک به‌ما اجازه توصیف سیستمی با متغیرهای بزرگ-مقیاس حتی زمانی که از تمامی جزئیات نظریه آماری کوچک-مقیاس صرف‌نظر شود را می‌دهد، پس مطالعه ترمودینامیک سیاهچاله تنها با در نظر گرفتن نسبت عام در حد انرژی پایین و به دور از توصیف زیر ساختاری کامل از گرانش (گرانش کوانتومی) امکان‌پذیر است. این موضوع حتی در حالتی که ما در چارچوب تناظر پیمانانه-ریسمان (دوگانگی میان فیزیک گرانشی در فضای آنتی-دوسیتته و انواع خاصی از نظریه میدان پیمانانه‌ای در یک بعد کمتر) هستیم، نیز صحت دارد. در چنین حالتی، منفعتی وجود دارد: فضای آنتی-دوسیتته همانند جعبه‌ای با دیوارهای

لازم به ذکر است، مقیاسی که طول کمینه در آن ظهور می‌کند، یک مقیاس مشخص از پیش تعیین شده نیست، اما منطقی است که کوچکتر از مقیاس طول متعارف در مدل استاندارد فیزیک ذرات¹، یعنی: 10^{-16} cm ، اختیار شود [38]؛ به این دلیل که شواهد تجربی تا به امروز موفق به کشف اثرات گستردگی ساختار ریز با انرژی‌های دسترس‌پذیر کنونی نشده‌اند. با این وجود، مطالعات پدیده‌شناختی بسیاری جهت یافتن قیودی برای پارامتر ناجابه‌جایی صورت گرفته است [39]. در مختصات فضا-زمان ناجابه‌جایی می‌توان $\theta^{\mu\nu}$ را به شکل $\frac{C^{\mu\nu}}{\Lambda_*^2}$ نیز نمایش داد که در آن Λ_* ، نمایش‌دهنده انرژی مشخصه و یا گویای مقیاس معکوس طول مرتبط با اثرات ناجابه‌جایی (یا به‌طور کلی اثرات کوانتومی گستردگی ساختار ریز) می‌باشد. $C^{\mu\nu}$ نیز یک ماتریس پاد متقارن حقیقی و بدون بعد است که عناصر آن ثابت و از مرتبه واحد می‌باشند. شاید منطقی‌تر این باشد که مقیاس Λ_* از مرتبه جرم پلانک Mp باشد. این منطق از این واقعیت نشأت می‌گیرد که اکثر مطالعات پدیده‌شناختی روی مدل‌های ناجابه‌جایی نشان می‌دهند که Λ_* نمی‌تواند فراتر از مقیاس TeV باشد [39]. از آنجایی که مقیاس بنیادی پلانک در مدل‌های با ابعاد اضافی بزرگ² به‌منظور حل مسأله سلسله مراتب³ (عدم همخوانی نیروها) تا مرتبه TeV کوچک می‌شود [40,41]، پس محدوده عملکرد اثرات ناجابه‌جایی یا ظهور ساختار گسترش یافته در مقیاس‌های طولی کوتاه در حوزه TeV نامحتمل نیست. می‌توان نمونه‌هایی از پیش‌بینی‌های نظری در خصوص ظهور اثرات ناجابه‌جایی در محدوده TeV را نام برد. به‌طور مثال، بررسی جابه‌جایی لمب⁴ در اتم هیدروژن به یک قید بالا

⁵ Charge, parity, and time reversal symmetry

⁶ Particle phenomenology

⁷ Anti-de Sitter background

¹ The standard model of particle physics

² Large extra dimensions

³ The hierarchy problem

⁴ Lamb shift

گسترش یافته‌ای که متناظر با دیدگاه کوچک-مقیاس فضا-زمان است را روی یک سیاهچاله آنتی-دوسیتیه باردار بررسی خواهیم کرد. در سرتاسر این مقاله، واحدهای طبیعی مورد استفاده قرار خواهند گرفت، به طوری که داریم: $\hbar = c = G = k_B = 1$. همچنین شاخص‌های یونانی از اعداد 0 تا 3 نماد گذاری خواهند شد.

مدل D-RN-AdS

در این بخش، می‌خواهیم یک سیاهچاله رایزنر-نوردستروم آنتی-دوسیتیه تغییر شکل یافته (D-RN-AdS)¹ را در فضا-زمانی با یک ساختار ریز گسترش یافته، تحلیل نماییم. لحاظ کردن ساختار ریز گسترش یافته در مسأله را می‌توان به کمک جایگزین کردن ساختار لکه‌ای با پهنای $\sqrt{\omega}$ به جای نقطه جرمی M و نقطه بار الکتریکی Q به اجرا در آورد. در این روش، می‌توان یک توزیع گاوسی جرمی و باردار با پهنای کمینه که اندازه آن توسط پارامتر $\sqrt{\omega}$ داده می‌شود را در یک فضا-زمان متقارن کروی ایستا انتخاب نمود [32-37]. بنابراین، توزیع‌های جرم و بار الکتریکی به کمک تابع لکه‌ای ρ به صورت زیر مدل سازی می‌شوند:

$$\begin{cases} \rho_m(r) = \frac{M}{(4\pi\omega)^{\frac{3}{2}}} e^{-\frac{r^2}{4\omega}}, \\ \rho_e(r) = \frac{Q}{(4\pi\omega)^{\frac{3}{2}}} e^{-\frac{r^2}{4\omega}}. \end{cases} \quad 1$$

چگالی جرمی و چگالی بار الکتریکی در معادله 1 توسط یک منبع فیزیکی تولید می‌شوند که نزدیکترین تقریب برای یک ماده شبه نقطه‌ای در هندسه تغییر شکل یافته می‌باشد. جواب معادلات اینشتین متناظر با منابع لکه‌ای منتهی به متریک زیر برای سیاهچاله D-RN-AdS می‌گردد:

انعکاس پذیر عمل می‌کند و این پدیده منجر به آرام شدن ناپایداری‌های معمول ترمودینامیکی در سیاهچاله‌ها در پس زمینه تخت مجانبی خواهد شد [34].

در این مقاله، می‌خواهیم تغییر شکلی در نظریه ایجاد نماییم و مقیاس طول کمینه ذاتی را با پارامتر ω نمایش دهیم. حال اگر ناجابه‌جایی را در نظر بگیریم، آنگاه داریم: $\omega = \theta$ و اگر نظریه ریسمان را لحاظ کنیم، داریم: $\omega = 4\pi\alpha'$. در واقع، همان‌طور که هر نظریه‌ای از گرانش کوآنتومی دارای یک مقیاس طولی کمینه ذاتی از مرتبه طول پلانک است، می‌توان ادعا نمود که در هر نظریه‌ای از گرانش کوآنتومی داریم: $\omega = L_p^2$. این حالت در گرانش کوآنتومی حلقه، متناظر با یک سطح کمینه مرتبط با گرانش کوآنتومی حلقه، یعنی: $\omega = A_{min}$ می‌باشد. با این وجود، جدای از منشأ چنین مقیاس طولی، نکته بارز در اینجاست که هر منبع نقطه‌ای در نظریه می‌بایست با یک ساختار گسترش یافته آغشته گردد. از این رو، یک ساختار نقطه‌ای در این نظریه تغییر شکل یافته، دیگر توسط تابع توزیعی مشابه با تابع توزیع دلتای دیراک رفتار نمی‌کند بلکه توسط یک تابع توزیع لکه‌ای با پهنای کمینه $\sqrt{\omega}$ توصیف می‌شود. در اینجا ω به عنوان کوچکترین سلول بنیادی یک سطح قابل مشاهده در نظریه تغییر شکل یافته در نظر گرفته می‌شود. اگرچه تانسور اینشتین مستقیماً دچار تغییر شکل نمی‌شود، اما تغییر شکل تانسور انرژی-تکانه از طریق گستردگی ساختار منجر به القای یک تغییر شکل در معادله اصلی اینشتین می‌گردد. متریک متعارف کلاسیکی در فواصل طولانی بازبایی می‌شود، در حالی که فیزیک جدیدی در فواصل کوتاه به دست می‌آید؛ جایی که اثر گستردگی ساختار قابل چشمپوشی نیست. در این مقاله، ما اثر چنین ساختار

¹ Deformed Reissner-Nordström-anti-de Sitter

که M_0 در آن جرم کمینه متناظر با یک سیاهچاله غائی² با یک افق تبهگن در r_0 است. همان‌گونه که از شکل 1 پیداست، $\Lambda\omega$ یا $\frac{Q}{\sqrt{\omega}}$ باعث جابه‌جایی نقطه حسیض منفی روی منحنی‌ها که در حقیقت به r_0 اشاره دارد، خواهد شد. به‌طور کلی در اینجا، دو افق وجود دارد که یکی افق تغییر شکل یافته داخلی (r_-) است و دیگری به افق خارجی (r_+) سیاهچاله اشاره دارد. افق‌های خارجی و داخلی r_{\pm} به ترتیب همان افق‌های رویداد و کوشی³ هستند. افق خارجی به‌عنوان افق رویداد به بیرونی‌ترین سطح پیرامون سیاهچاله اشاره دارد که به‌طور فیزیکی 2 ناحیه نامرتب از فضا-زمان را از یکدیگر تفکیک می‌کند، در حالی که افق داخلی به‌عنوان افق کوشی به سطح نور گونه‌ای اطلاق می‌گردد که فراسوی آن قابلیت پیش‌بینی در فضا-زمان وجود ندارد؛ به‌گونه‌ای که پدیده عجیب انتقال به آبی⁴ در آن رخ می‌دهد. در حد $r \gg \sqrt{\omega}$ یا $M \gg M_0$ ، افق داخلی ناپدید می‌شود، درحالی‌که افق خارجی به‌سمت افق شوارتزشیلد یا RN میل می‌نماید. مطابق شکل، با وجود اینکه افق داخلی و شعاع کمینه غیر صفر مستقیماً وابسته به ثابت کیهانشناسی و بار الکتریکی سیاهچاله نیستند، اما طبیعی است که افق خارجی سیاهچاله وابسته به ثابت کیهانشناسی و بار الکتریکی سیاهچاله باشد. می‌توان به این نکته اذعان داشت که به‌ازای فواصل کوتاه یا انرژی‌های بالا، این اصلاحات از وقوع هر نوع تکنیکی انحنایی جلوگیری می‌کنند. پس انحراف بزرگی از متریک استاندارد RN-AdS در فواصل کوتاه مشاهده می‌گردد.

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{2M_\omega}{r} + \frac{Q_\omega^2}{r^2} - \frac{\Lambda}{3} r^2 \right) dt^2 + \left(1 - \frac{2M_\omega}{r} + \frac{Q_\omega^2}{r^2} - \frac{\Lambda}{3} r^2 \right)^{-1} dr^2 + r^2 d\Omega^2. \quad 2$$

که در آن M_ω و Q_ω ، به ترتیب توزیع‌های جرم و بار الکتریکی لکه‌ای هستند، و برحسب تابع گامای ناکامل پایین¹ به‌صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\begin{cases} M_\omega = \frac{2M}{\sqrt{\pi}} \gamma \left(\frac{3}{2}, \frac{r^2}{4\omega} \right), \\ Q_\omega = \frac{Q}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\gamma^2 \left(\frac{1}{2}, \frac{r^2}{4\omega} \right) - \frac{r}{\sqrt{2\omega}} \gamma \left(\frac{1}{2}, \frac{r^2}{2\omega} \right)}, \\ \gamma \left(\frac{a}{b}, x \right) \equiv \int_0^x \frac{du}{u} u^{\frac{a}{b}} e^{-u}. \end{cases} \quad 3$$

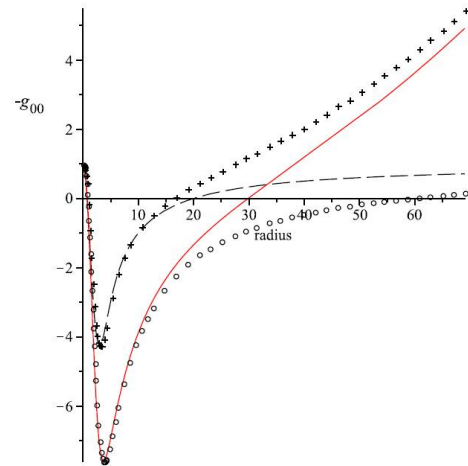
متریک 2 شامل جواب سیاهچاله با حضور یک بخش منفی کیهانشناسی، $\Lambda = -\frac{3}{l^2}$ است که در آن l طول کیهانشناسی مرتبط با Λ می‌باشد. افت و خیزها در حد $\frac{r}{\sqrt{\omega}} \rightarrow \infty$ بی‌اهمیت هستند و در این حد، هندسه زمینه توسط یک خمینه دیفرانسیلی هموار توصیف می‌گردد. از این‌رو، می‌توان جرم و بار الکتریکی متمرکز در یک نقطه ($Q_\omega \rightarrow Q$ و $M_\omega \rightarrow M$) و یا متریک استاندارد RN-AdS را باز تولید کرد. با این وجود در حد $r \rightarrow \sqrt{\omega}$ ، متریک D-RN-AdS از حالت استاندارد خود منحرف می‌شود و فیزیک جدیدی در فواصل کوتاه حاصل می‌گردد.

جهت مشاهده جزئیات، می‌توان رفتار مؤلفه زمانی متریک (معادله 2) برحسب شعاع را از طریق رسم g_{00} - به‌عنوان تابعی از $\frac{r}{\sqrt{\omega}}$ (شکل 1 را ببینید)، بررسی نمود. رفتار منحنی‌ها نزدیک مبدأ در شکل 1، تلویحاً به‌عدم واگرایی اسکالر انحنای اشاره دارد؛ لذا متریک در مبدأ، غیر تکین است. منحنی‌ها، نمایش دهنده سیاهچاله‌های شوارتزشیلد و RN در دو نوع فضای مجانبی تخت و مجانبی AdS می‌باشند. احتمال وقوع دو افق مجزا هنگامی که $M > M_0$ است، وجود دارد

³ Cauchy⁴ Blue shift¹ Lower incomplete Gamma function² Extremal black hole

پارامتر r_0 در واقع یک برش در جهت شعاعی محسوب می‌شود. مفهوم فیزیکی r_0 را می‌توان بدین گونه تفسیر نمود: فاصله شعاعی یک صفحه هولوگرافی بنیادی است که امکان جاروب کردن آن توسط یک ذره آزمون مفروض تحت این فاصله ویژه از منبع وجود ندارد. از این رو، شعاع صفحه را بزرگتر از شعاع صفحه هولوگرافی بنیادی فرض می‌نماییم.

ذکر این نکته حائز اهمیت است که ارتباط میان تابع متریک با اسکالر انحنای تلویحاً از طریق ترمودینامیک برقرار می‌شود. نمودار مؤلفه صفرم متریک (تابع متریک) برحسب شعاع به‌طور غیر مستقیم قادر است، رفتار تابشی یک سیاهچاله را به‌نمایش بگذارد. به‌طور مثال می‌دانیم که تکنیکی ذاتی موجود در مرکز تقارن هندسه شوارتزشیلد، علاوه بر واگرایی اسکالر انحنای منجر به واگرایی دمای هاوکینگ نیز می‌شود؛ یعنی زمانی که سیاهچاله با گسیل تابش گرمایی و از دست دادن جرم به‌سوی مبدأ سوق می‌یابد، انتظار بر این است که چنین رفتار واگرایی روی مبدأ مشاهده گردد، چرا که تبخیر سیاهچاله در نزدیکی مبدأ به‌دلیل مقیاس فاصله بسیار کوچک اما انحنای بسیار بزرگ، تحت تأثیر افت و خیزهای قوی گرانش کوانتومی در هندسه خمینه، به‌شدت مختل می‌شود. اما در اینجا، شکل 1 نشان می‌دهد که متریک سیاهچاله D-RN-AdS در مبدأ ($r = 0$)، غیر تکین است. عدم حضور تکنیکی ذاتی در مرکز تقارن این متریک تلویحاً گویای عدم واگرایی انحنای در مبدأ است. با حل معادلات اینشتین برای هندسه D-RN-AdS نیز می‌توان نشان داد که اسکالر انحنای در فواصل بسیار کوتاه حول مبدأ به‌مقدار معینی میل می‌نماید، یعنی: $R(r \rightarrow 0) \approx \frac{4M}{\sqrt{\pi}\omega^3}$ که به‌طرز جالبی مستقل از ثابت کیهان‌شناسی و بار الکتریکی سیاهچاله است. مطابق رابطه 4، تابع متریک به‌ازای فواصل شعاعی مقیاس-کوتاه (بسط تابع متریک



شکل 1. $-g_{00}$ در برابر شعاع $\frac{r}{\sqrt{\omega}}$ به‌ازای $M = 10,0\sqrt{\omega}$. منحنی خط-پیوسته، به سیاهچاله D-RN-AdS به‌ازای $Q = 10,0\sqrt{\omega}$ و $\Lambda = -\frac{3 \times 10^{-3}}{\omega}$ اشاره دارد. منحنی خط-چین، سیاهچاله شوارتزشیلد تغییر شکل یافته را نمایش می‌دهد. منحنی نقطه-صلیبی متناظر با سیاهچاله شوارتزشیلد آنتی-دوسیه تغییر شکل یافته (D-S-AdS) به‌ازای $\Lambda = -\frac{3 \times 10^{-3}}{\omega}$ می‌باشد. منحنی نقطه-دایره‌ای، گویای سیاهچاله RN تغییر شکل یافته به‌ازای $Q = 10,0\sqrt{\omega}$ است.

با بسط تابع متریک حول فواصل شعاعی کوچک و تحت شرط $r \geq r_0$ خواهیم داشت:

$$-g_{00} \approx 1 - \frac{\Lambda_{\text{eff}}}{3} r^2, \quad 4$$

که در آن $\Lambda_{\text{eff}} = \Lambda + \frac{M}{\sqrt{\pi}\omega^3}$ ، ثابت کیهان‌شناسی مؤثر در مقیاس‌های طولی کوتاه می‌باشد. عبارت اول Λ_{eff} همان بخش زمینه‌ی جواب یا فضای AdS است، در حالی که عبارت دوم برخاسته از افت و خیزهای موضعی هندسه فضا-زمان می‌باشد. بر خلاف حالت استاندارد که در آن ماده روی مبدأ متمرکز شده است، در اینجا یک ساختار ریز گسترش یافته به‌طور مؤثری به‌صورت یک شاره پخش شده حول مبدأ مشخص می‌شود. اصلاحات مقیاس کوتاه گرانش، امکان وقوع یک فاز خنثی را فراهم می‌سازد؛ به‌این دلیل که بار الکتریکی سیاهچاله حداقل تا مرتبه دوم r در مقیاس‌های کوچک قابل صرف‌نظر کردن است. جالب است که تأکید نماییم، در محدوده‌ای که $r \sim \sqrt{\omega}$ است،

داشت: $\xi^2 = -1$. با این وجود، برای یک فضای شوارتزشیلد-دوسیتیه می‌توان نقطه‌ای یافت که نیرو در آنجا صفر باشد [46]. دلیل این رخداد، سد دمای صفر است که فضا-زمان را به دو ناحیه، همانند سیستم‌های ترمودینامیکی منزوی، تقسیم بندی می‌کند. پس در این هندسه ایستا، هنجار بردار کیلینگ به علت رویارویی جاذبه گرانشی با دافعه کیهانشناسی، صفر می‌شود. در اینجا، نیازمند به‌کارگیری شرط $r \sim \sqrt{\omega}$ به‌ازای $M > \frac{3\sqrt{\pi}\omega^3}{l^2}$ (یا $\Lambda_{\text{eff}} > 0$) هستیم. با بهره‌گیری از نقطه مرجع بوسو-هاوکنینگ² [46]، می‌توان دمای صفحات هولوگرافی را در مقیاس‌های طولی کوتاه محاسبه نمود. به‌ازای $\Lambda_{\text{eff}} > 0$ ، یک هسته دوسیتیه با یک رانش گرانشی موضعی در مبدأ وجود دارد. جهت یافتن مقدار صحیح دما، می‌بایست بردار کیلینگ را با روش مناسبی بهنجار نماییم. بنابراین، فرض می‌نماییم که بخشی میان افق داخلی و خارجی سیاهچاله وجود دارد که توسط مرزی در نقطه مرجع $r = r_0$ متمایز می‌شود؛ به‌گونه‌ای که امکان تبادل گرمایی میان دو ناحیه تفکیک شده با چنین مرزی وجود ندارد. به‌عنوان یک نتیجه مهم، می‌توان مکان نقطه مرجع را در راستای شعاعی به‌گونه‌ای انتخاب نمود که نقش نقطه‌ای در بینهایت در یک فضا-زمان مجانباً تخت را ایفا نماید. از آن گذشته، دما در نقطه مرجع صفر است، لذا تبادل گرمایی در آنجا رخ نمی‌دهد و یک دیوار عایق گرمایی در این نقطه شکل می‌گیرد. مفهوم یک دیوار عایق گرمایی مشابه با یک دیوار تماماً انعکاسی می‌باشد [47].

حول r ‌های کوچک) به یک جواب دوسیتیه حول مبدأ میل می‌کند؛ جایی که اثرات گرانش کوآنتومی پر اهمیت جلوه می‌کنند. در واقع، انرژی خلاء متناظر با افت و خیزهای کوآنتومی ساختار ریز، خود را به شکل یک ثابت کیهانشناسی مؤثر ظاهر می‌کند؛ به‌گونه‌ای که قادر است تکنیکی انحناء در مبدأ را بزدايد. این ثابت کیهانشناسی مؤثر نیز، هیچ سهمی از بار الکتریکی نمی‌برد و این از رفتار خطی میدان الکتریکی در فواصل کوتاه نشأت می‌گیرد؛ لذا ناظر نزدیک به مبدأ تنها شاهد یک جرم خالص است [33].

گرانش آنتروپایی در مقیاس‌های طولی کوتاه

جهت توصیف متورق شدگی فضا و جداسازی صفحات هولوگرافی \mathcal{M} در ورقه‌هایی با انتقال به سرخ ثابت، می‌توان شکل تعمیم یافته پتانسیل نیوتنی ϕ و شتاب a^μ روی سطح هولوگرافی \mathcal{C} با شعاع r را به‌صورت زیر نوشت:

$$\phi = \frac{1}{2} \log(-g^{\mu\nu} \xi_\mu \xi_\nu), \quad 5$$

$$a^\mu = -g^{\mu\nu} \nabla_\nu \phi. \quad 6$$

باید به‌این نکته اشاره کرد که بهنجار کردن یک بردار کیلینگ زمان‌گونه¹ ξ_μ در فضا-زمان خمیده بسیار بفرنج است [45]. از آنجایی که می‌خواهیم به بررسی رهیافت آنتروپایی وولایند برای سیاهچاله D-RN-AdS که یک فضا-زمان مجانباً تخت نیست، بپردازیم لذا با مسأله‌ای مرتبط با بهنجارش بردار کیلینگ زمان‌گونه مواجه خواهیم شد:

$$\xi_\mu = \sigma(\partial_0)_\mu, \quad 7$$

که در آن σ یک ثابت بهنجارش است. در متریک متعارف شوارتزشیلد، انتخاب طبیعی این است که داشته باشیم: $\sigma = 1$ ، که در این حالت در بینهایت خواهیم

² Bousso-Hawking reference point

¹ Time-like Killing vector

برحسب دمای موضعی روی سطح Ω به صورت: $a_\mu = (0, 2\pi T, 0, 0)$ ارزیابی می شود که در آن T به دمای آنرو معروف است. نکته مهم در اینجاست که دمای موضعی روی سطح Ω (دمای آنرو)، هنگامی با دمای هاوکینگ هم ارز است که شعاع سطح هولوگرافی را با شعاع سطح افق رویداد معادل قرار دهیم، یعنی: $T|_{r=r_+} \equiv T_H$ البته در مبحث ترمودینامیک سیاهچاله ها، پیش فرض اولیه در محاسبه دمای سیاهچاله همان دمای هاوکینگ است. انرژی روی سطح هولوگرافی از طریق قانون همبخشی انرژی به شکل زیر قابل محاسبه است:

$$E = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} e^\phi \nabla \phi dA = 2\pi r^2 T, \quad 13$$

که در آن A ، مساحت سطح هولوگرافی است. انرژی روی صفحه D-RN-AdS در نهایت به صورت زیر به دست می آید:

$$E \approx \sigma \left(\frac{M}{3\sqrt{\pi\omega^3}} - \frac{1}{l^2} \right) r^3. \quad 14$$

نیروی نیوتنی اصلاح یافته، به عنوان نیروی آنتروپایی قابل بیان است:

$$F_\mu = T \nabla_\mu S, \quad 15$$

که در آن، تغییر در آنتروپی برای جرم آزمون در مکان ثابتی نزدیک سطح توسط $\nabla_\mu S = -2\pi m n_\mu$ داده می شود. در پایان، نیروی آنتروپایی در حضور سیاهچاله D-RN-AdS به صورت زیر نوشته می شود:

$$F = \sqrt{g^{\mu\nu} F_\mu F_\nu} \approx \frac{\sigma m \Lambda_{\text{eff}}}{3} r. \quad 16$$

واضح است که این نیرو با نیروی نیوتنی متعارف مغایرت دارد. نیروی آنتروپایی در مبدأ صفر است، و

بر این اساس، نیرو نیز روی دیوار صفر است. حال با استفاده از این بهنجارش و فرض تقارن کروی، پتانسیل گرانشی برای سیاهچاله D-RN-AdS به شکل زیر بیان می شود:

$$\phi = \frac{1}{2} \log(-\sigma^2 g_{00}). \quad 8$$

معادلات کیلینگ در اینجا به صورت: $\partial_\mu \xi_\nu + \partial_\nu \xi_\mu = 2\Gamma_{\mu\nu}^\lambda \xi_\lambda$ نوشته می شوند. باید توجه داشت که e^ϕ گویای عامل انتقال به سرخ است و در نقطه مرجع بوسو-هاوکینگ معادل با واحد می باشد. در نتیجه، دمای آنرو¹ نسبت به آن نقطه اندازه گیری می شود. حال دما روی صفحه هولوگرافی به صورت زیر داده می شود:

$$T = -\frac{1}{2\pi} e^\phi n^\mu a_\mu = \frac{e^\phi}{2\pi} \sqrt{g^{\mu\nu} \nabla_\mu \phi \nabla_\nu \phi}, \quad 9$$

که در آن n^μ یک بردار واحد عمود بر سطح هولوگرافی و همچنین عمود بر بردار ξ_μ می باشد. این بردار واحد به شکل زیر تعریف می گردد:

$$n^\mu = \frac{\nabla^\mu \phi}{\sqrt{g^{\mu\nu} \nabla_\mu \phi \nabla_\nu \phi}}. \quad 10$$

دما برای سیاهچاله D-S-AdS در مقیاس های طولی کوتاه به صورت زیر به دست می آید:

$$T = \frac{\sigma}{4\pi} \left| \frac{dg_{00}}{dr} \right| \approx \frac{\sigma}{2\pi} \left(\frac{M}{3\sqrt{\pi\omega^3}} - \frac{1}{l^2} \right) r, \quad 11$$

که در آن ثابت بهنجارش برابر است با:

$$\sigma = [-g_{00}(r_0)]^{-\frac{1}{2}}. \quad 12$$

تأکید بر این نکته ضروری است که در اینجا، شعاع صفحه هولوگرافی Ω است و 4-بردار شتاب آشکار شده توسط ذره آزمونی که در موقعیتی بسیار نزدیک به صفحه هولوگرافی کروی به شعاع r قرار گرفته است،

¹ Unruh temperature

وجود برش UV القاء شده توسط اثرات ناجابه‌جایی هندسی، ناپایدار است؛ به گونه‌ای که ماده فرودی نزدیک افق کوشی با یک انتقال به آبی بینهایت مواجه می‌شود. گسترش بحث حاضر به مسأله پایداری افق کوشی سیاهچاله‌ها در سناریوهای گرانش کوآنتومی این قابلیت را دارد که به موضوع پژوهشی جالب توجهی در آینده بدل گردد.

از دیدگاه ترمودینامیکی نیز می‌توان به این موضوع پرداخت تا از این طریق، پایداری گرمایی مورد ارزیابی قرار گیرد. در سیاهچاله‌های ناجابه‌جایی مثل سیاهچاله تحت بررسی ما، دمای هاوکینگ به یک بیشینه می‌رسد و در یک فاز فوری³ متناظر با ظرفیت گرمایی مثبت به حالت گرمایی پایدار رفته و در $r = r_0$ متوقف می‌شود (به مقدار صفر سقوط می‌کند). لازم به ذکر است که نقطه $r = r_0$ ، به مقدار کمینه تابع متریک (نقطه حسیض منفی) اشاره دارد که در بازه شعاعی میان افق کوشی و افق رویداد، اما نزدیکتر به افق کوشی، قرار گرفته است. به ازای شعاع افق کوشی، پدیده ترمودینامیکی نامأنوسی همچون دمای منفی مشاهده می‌گردد؛ جایی که $r < r_0$ است. به عبارت دیگر، سیاهچاله در این مرحله از تبخیر در فاز پلانکی قرار می‌گیرد، پس باید یک نظریه کوآنتومی از گرانش، رفتار آن را در این مقیاس بسیار کوچک تحلیل کند. در نتیجه، محاسبات تحت شرط $r \geq r_0$ انجام شده‌اند. توصیف فیزیکی r_0 نیز عبارت است از: شعاع کوچکترین سطح هولوگرافی غیر قابل جاروب توسط ذره آزمون مستقر در پیرامون منبع. از

به یک رابطه خطی میان نیرو و فاصله در مقیاس‌های طولی کوتاه اشاره دارد.

شایان ذکر است که سیاهچاله‌ها در سناریوهای گرانش کوآنتومی علاوه بر رفتار تکین در $r = 0$ ، عموماً بیش از یک افق دارند. سیاهچاله‌های کلاسیکی که بیش از یک افق دارند، همچون سیاهچاله رایزنر-نوردستروم، معمولاً یک رفتار ناپایدار نزدیک افق داخلی (افق کوشی) به دلیل واگرا شدن شار انرژی آشکار شده توسط ناظر در حال سقوط آزاد از خود بروز می‌دهند و این رویداد برآمده از یک انتقال به آبی بینهایت است که برای طیف تابش بیرونی روی افق رخ می‌دهد [48]. باتیک¹ و نیکولینی [49] به مسأله پایداری داخل افق سیاهچاله‌ها در سناریوهای الهام یافته از هندسه ناجابه‌جایی از طریق تحلیل انتشار یک میدان اسکالر بدون جرم میان 2 افق r_{\pm} پرداختند. در این رهیافت، یک برش UV ذاتی برای تمامی میدان‌های منتشر شده روی خمینه کوآنتومی، به منظور ممانعت از گذار انرژی فراسوی دامنه پلانکی، در نظر گرفته می‌شود. آنها نشان دادند که فازی بودن فضا-زمان² با رها سازی یک برش UV ذاتی قادر است، واگرایی انتقال به آبی کلاسیک را ترمیم سازد و از ظهور چگالی انرژی بینهایت در نواحی نزدیک به افق کوشی جلوگیری نماید. بحث پایداری افق کوشی در سیاهچاله‌های ناجابه‌جایی مورد انتقاد نیز قرار گرفته است. در مرجع [50]، نشان داده شد که افق کوشی در سیاهچاله‌های ناجابه‌جایی به‌طور مشابه با افق داخلی سیاهچاله کلاسیک رایزنر-نوردستروم، حتی با

³ Scram phase¹ Batic² Spacetime fuzziness

روی صفحه D-RN-AdS به صورت زیر نوشته می شود:

$$E = \sigma \left(M\omega - \frac{Q\omega^2}{r} - r^2 f(r) \right), \quad 18$$

با

$$f(r) = r e^{-\frac{r^2}{4\omega}} \left[\frac{M}{2\sqrt{\pi}\omega^3} + \frac{Q^2}{r^3} \left(\frac{r}{2\pi\omega} - \frac{\varepsilon\left(\frac{r}{2\sqrt{\omega}}\right)}{\sqrt{\pi\omega}} \right) \right] - \frac{r}{l^2}. \quad 19$$

نیروی آنتروپایی برای سیاهچاله D-RN-AdS در فواصل طولی بلند معادل است با:

$$F = \sigma m \left(\frac{M\omega}{r^2} - \frac{Q\omega^2}{r^3} - f(r) \right). \quad 20$$

در بخش بعد به بحث در خصوص نتایج عددی حاصل از روابط گرانشی استخراج شده در مقیاس های گوناگون خواهیم پرداخت.

بحث و تحلیل

نتایج عددی نیروی آنتروپایی در برابر شعاع برای دو حالت، یعنی: $\frac{Q}{\sqrt{\omega}} = cons.$ و $\Lambda\omega = cons.$ در شکل های 2 و 3 به ترتیب نمایش داده شده اند. در شکل 2، بار الکتریکی ثابت است، در حالی که ثابت کیهان شناسی مقادیر متنوعی را اختیار می کند. هنگامی که ثابت کیهان شناسی غیر صفر می شود، نیروی آنتروپایی افزایش می یابد. مقدار بیشینه نیروی آنتروپایی که در نزدیکی مقدار کمینه غیر صفر از شعاع سطح هولوغرافی (r_0) رخ می دهد، بدون تغییر باقی می ماند. در شکل 3، ثابت کیهان شناسی ثابت است، در حالی که بار الکتریکی مقادیر متنوعی را اختیار می کند. هنگامی که بار الکتریکی کاهش می یابد، مقدار بیشینه نیروی آنتروپایی نیز کاهش می یابد. مطابق این شکل ها، نیروی آنتروپایی سیاهچاله با کاهش شعاع، افزایش می یابد تا زمانی که به بالاترین مقدار خود نزدیک می شود، سپس کاهش می یابد تا اینکه به مقدار صفر در r_0 می رسد. به دلیل

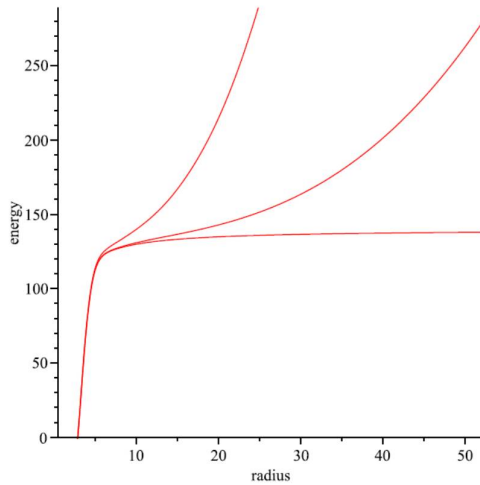
این رو در مقیاس فواصل کوتاه تحت شرطی عمل می نمایم که در آن شعاع سطح، بزرگتر از شعاع کوچکترین سطح هولوغرافی اما کوچکتر از شعاع متناظر با دمای بیشینه نهایی باشد. در نتیجه، با نزدیکتر شدن به نواحی با شعاع های کوچک، یعنی در نواحی که اثرات ناجابه جایی به طور مؤثری غالب هستند، تفاوت میان مقیاس های کوچک و بزرگ پدیدار می گردد و یک نیروی غیر نیوتنی در مقیاس های کوچک ظاهر می شود. در این رهیافت، رابطه ای خطی میان نیرو و فاصله در مقیاس فواصل کوتاه یافت می شود. این پدیده قادر است، مثال خوبی از یک گواه تجربی مبنی بر سنجش فرم آنتروپایی از قانون دوم نیوتن را در مقیاس فواصل کوتاه به تصویر کشد. اگر فرض نمایم که شعاع سطح هولوغرافی کوچکتر از r_0 در ناحیه پلانکی باشد، آنگاه با پدیده های دینامیکی غیر معمولی همچون نیروی آنتروپایی منفی و انرژی منفی روبرو خواهیم شد [51].

گرانش آنتروپایی در مقیاس های طولی بلند

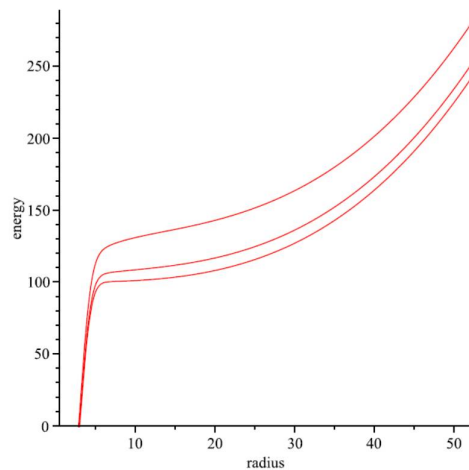
در مقیاس های طولی بلند ($r \gg \sqrt{\omega}$) می توان از شکل صریح متریک 2 بهره گرفت، تا دمای آنرو برای سیاهچاله D-RN-AdS به دست آید:

$$T = \frac{\sigma}{2\pi} \left(\frac{M\omega}{r^2} - \frac{Q\omega^2}{r^3} - r e^{-\frac{r^2}{4\omega}} \left[\frac{M}{2\sqrt{\pi}\omega^3} + \frac{Q^2}{r^3} \left(\frac{r}{2\pi\omega} - \frac{\varepsilon\left(\frac{r}{2\sqrt{\omega}}\right)}{\sqrt{\pi\omega}} \right) \right] + \frac{r}{l^2} \right), \quad 17$$

که در آن، تابع خطای گاوسی به صورت: $\varepsilon(x) \equiv \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$ آخرین عبارت معادله 17 بسیار کوچک است و این بدان معناست که در حد $r \gg \sqrt{\omega}$ ، یک فضا-زمان مجانباً تخت به صورت تقریبی بازیابی می گردد. حال انرژی



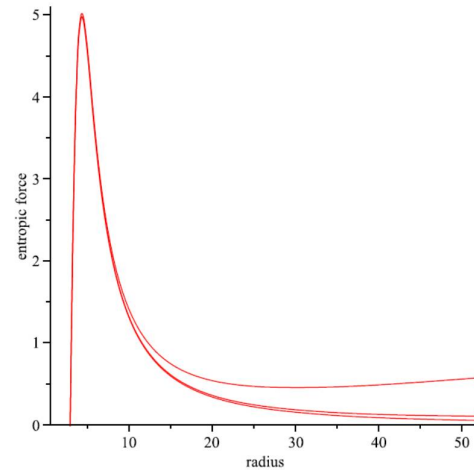
شکل 4. انرژی $\frac{E}{\sqrt{\omega}}$ در برابر شعاع $\frac{r}{\sqrt{\omega}}$ به ازای $M = 10,0\sqrt{\omega}$ و $Q = 10,0\sqrt{\omega}$. از سمت راست شکل، به ترتیب از پایین به بالا، منحنی‌ها متناظر با $\Lambda = 0$ ، $\Lambda = -\frac{3 \times 10^{-3}}{\omega}$ و $\Lambda = -\frac{3 \times 10^{-2}}{\omega}$ می‌باشند.



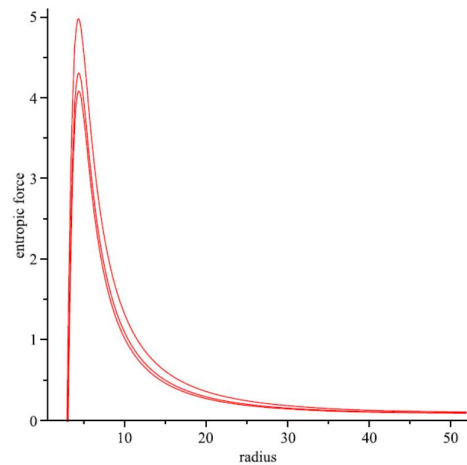
شکل 3. انرژی $\frac{E}{\sqrt{\omega}}$ در برابر شعاع $\frac{r}{\sqrt{\omega}}$ به ازای $M = 10,0\sqrt{\omega}$ و $\Lambda = -\frac{3 \times 10^{-3}}{\omega}$ از سمت راست شکل، به ترتیب از پایین به بالا، منحنی‌ها متناظر با $Q = 0$ ، $Q = 5,0\sqrt{\omega}$ و $Q = 10,0\sqrt{\omega}$ می‌باشند.

در یک روش مشابه، محاسبات عددی انرژی برحسب تابعی از شعاع برای دو حالت در شکل‌های 4 و 5 نمایش داده شده‌اند. بار الکتریکی در شکل 4 ثابت است و نمودارها به وضوح نشان می‌دهند که انرژی روی سطح، هنگامی که ثابت کیهان‌شناسی غیر صفر می‌شود، افزایش می‌یابد. در شکل 5، ثابت کیهان‌شناسی ثابت

گسترده‌گی ساختار در فواصل بسیار کوتاه، نیروی آنتروپایی سیاهچاله در ازای مقداری پسمانده به صفر سقوط می‌کند و به هیچ وجه واگرا نمی‌شود.



شکل 2. نیروی آنتروپایی F در برابر شعاع $\frac{r}{\sqrt{\omega}}$ به ازای $M = 10,0\sqrt{\omega}$ و $Q = 10,0\sqrt{\omega}$. از سمت راست شکل، به ترتیب از پایین به بالا، منحنی‌ها متناظر با $\Lambda = 0$ ، $\Lambda = -\frac{3 \times 10^{-3}}{\omega}$ و $\Lambda = -\frac{3 \times 10^{-2}}{\omega}$ می‌باشند.



شکل 3. نیروی آنتروپایی F در برابر شعاع $\frac{r}{\sqrt{\omega}}$ به ازای $M = 10,0\sqrt{\omega}$ و $\Lambda = -\frac{3 \times 10^{-3}}{\omega}$ از سمت راست شکل، به ترتیب از پایین به بالا، منحنی‌ها متناظر با $Q = 0$ ، $Q = 5,0\sqrt{\omega}$ و $Q = 10,0\sqrt{\omega}$ می‌باشند.

حاکم اند، اختلاف میان مقیاس‌های کوچک و بزرگ بارز و پر اهمیت‌تر می‌شوند؛ به طوری که در یک ناحیه ویژه به یک نیروی غیر نیوتنی خواهیم رسید. از آن گذشته، خواص ترمودینامیکی چنین سیاهچاله‌های بارداری در کوچک-مقیاس، مستقل از بار الکتریکی می‌شود. این پدیده قادر است که در آینده به عنوان یک آزمون عملی احتمالی جهت سنجش قانون دوم نیوتن از دیدگاه گرانش آنتروپایی مطرح گردد.

در پایان، به عنوان ایده‌ای جهت ادامه این پژوهش می‌توان مطرح نمود که این امکان وجود دارد تا به طور کلی از ابتدا صحبتی از یک پارامتر جدید کوآتومی همچون پارامتر طولی گستردگی ساختار ریز ($\sqrt{\omega}$) نشود و تنها از پارامترهای جدید جرم، بار الکتریکی و غیره شروع نماییم؛ اما در نهایت با حل معادلات و محاسبه ثابت‌های انتگرال‌گیری به پارامترهای کوآتومی مورد نظر دست یابیم. البته لازم به ذکر است که فرم خام این ایده را می‌توان در متریک 2 که برحسب پارامترهای جرم و بار الکتریکی لکه‌ای M_ω و Q_ω نوشته است، مشاهده نمود. این ایده می‌تواند موضوع پژوهش آینده باشد.

مرجع‌ها

- [1] J.M. Bardeen, B. Carter, S.W. Hawking, The four laws of black hole mechanics, *Communications in Mathematical Physics* **31** (1973) 161-170. <https://doi.org/10.1007/BF01645742>
- [2] J.D. Bekenstein, Black Holes and Entropy, *Physical Review D* **7** (1973) 2333-2346. https://doi.org/10.1142/9789811203961_0023
- [3] S.W. Hawking, Particle creation by black holes, *Communications in Mathematical Physics* **43** (1975) 199-220. <https://doi.org/10.1007/BF02345020>

است، در حالی که بار الکتریکی مقادیر متنوعی دارد. مطابق این شکل، انرژی روی سطح با افزایش بار الکتریکی افزایش می‌یابد.

در ضمن ذکر این نکته حائز اهمیت است که نتایج شکل غیر نیوتنی از نیرو به عنوان تحلیلی ارزشمند از نیروی آنتروپایی در مقیاس‌های طولی کوتاه محسوب می‌شود. تصحیحات گرانشی کوچک-مقیاس برای سیاهچاله D-S-AdS [36] مشابه با اصلاحات گرانشی در فواصل کوتاه برای سیاهچاله D-RN-AdS است. بنابراین، رفتار گرانشی در حضور یک ساختار ریز گسترش یافته اساساً گویای عدم حساسیت آن به بار الکتریکی سیاهچاله در فواصل کوتاه می‌باشد.

خلاصه و نتیجه‌گیری

به طور خلاصه، به تحلیل اثری پرداخته شد که یک ساختار ریز گسترش یافته از دیدگاه کوچک-مقیاس فضا-زمان قادر است روی هندسه فضا-زمان از دیدگاه بزرگ-مقیاس اعمال نماید. این عمل، به کمک تحلیل اثر گستردگی ساختار ریز روی سیاهچاله D-RN-AdS صورت گرفت. در این راستا، تمامی ساختارهای نقطه‌ای بوسیله ساختارهای لکه‌ای ناشی از چنین ساختارهای ریز گسترش یافته‌ای جایگزین شدند. آغشته نمودن سیاهچاله با گستردگی ساختار ریز، باعث حذف تکینگی در مرکز سیاهچاله شد. پس از آن، انرژی و نیروی آنتروپایی برای سیاهچاله D-RN-AdS با بهره‌گیری از قانون همبخشی انرژی و اصل هولوغرافی محاسبه گردید. در این رهیافت، ما به یک رفتار خطی برای نیرو در فواصل بسیار کوتاه پی بردیم. در مقیاس‌های طولی بلند، اصلاحاتی را روی گرانش نیوتنی متعارف انجام دادیم. به طور کلی، هنگامی که به نواحی با شعاع صفحات کوچکتر نزدیک می‌شویم، یعنی مناطقی که اثرات گستردگی ساختار ریز در آن

- Energy Physics* **1507** (2015) 052.
[https://doi.org/10.1007/JHEP07\(2015\)052](https://doi.org/10.1007/JHEP07(2015)052)
- [13] N.V. Krasnikov, Nonlocal gauge theories, *Theoretical and Mathematical Physics* **73** (1988) 1184-1190.
https://inis.iaea.org/search/search.aspx?orig_q=RN:20070208
- [14] L. Modesto, J.W. Moffat, P. Nicolini, Black holes in an ultraviolet complete quantum gravity, *Physics Letters B* **695** (2011) 397-400.
<https://doi.org/10.1016/j.physletb.2010.11.046>
- [15] A. Sheykhi, Entropic corrections to Friedmann equations, *Physical Review D* **81** (2010) 104011.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevD.81.104011>
- [16] A. Sheykhi, S.H. Hendi, Power-law entropic corrections to Newton's law and Friedmann equations, *Physical Review D* **84** (2011) 044023.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevD.84.044023>
- [17] S.H. Hendi, A. Sheykhi, Entropic Corrections to Coulomb's Law, *International Journal of Theoretical Physics* **51** (2011) 1125-1136.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevD.84.044023>
- [18] S.H. Hendi, A. Sheykhi, Entropic corrections to Einstein equations, *Physical Review D* **83** (2011) 084012.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevD.83.084012>
- [19] M. Maggiore, A generalized uncertainty principle in quantum gravity, *Physics Letters B* **304** (1993) 65-69.
[https://doi.org/10.1016/0370-2693\(93\)91401-8](https://doi.org/10.1016/0370-2693(93)91401-8)
- [20] D. Amati, M. Ciafaloni, G. Veneziano, Can spacetime be probed below the string size?, *Physics Letters B* **216** (1989) 41-47.
[https://doi.org/10.1016/0370-2693\(89\)91366-X](https://doi.org/10.1016/0370-2693(89)91366-X)
- [4] T. Jacobson, Thermodynamics of Spacetime: The Einstein Equation of State, *Physical Review Letters* **75** (1995) 1260.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.75.1260>
- [5] R. Bousso, The holographic principle, *Reviews of Modern Physics* **74** (2002) 825.
<https://doi.org/10.1103/RevModPhys.74.825>
- [6] G.T. Hooft, *Dimensional Reduction in Quantum Gravity*, gr-qc/9310026.
<https://arxiv.org/pdf/gr-qc/9310026>
- [7] T. Padmanabhan, Equipartition of energy in the horizon degrees of freedom and the emergence of gravity, *Modern Physics Letters A* **25** (2010) 1129-1136.
<https://doi.org/10.1142/S021773231003313X>
- [8] E.P. Verlinde, On the origin of gravity and the laws of Newton, *Journal of High Energy Physics* **1104** (2011) 029.
[https://doi.org/10.1007/JHEP04\(2011\)029](https://doi.org/10.1007/JHEP04(2011)029)
- [9] S. Soroushfar, B. Pourhassan, Thermodynamic geometry of a charged AdS black hole with corrected entropy, *Journal of Research on Many-body Systems* **11** 3 (2021) 74-89.
<https://dx.doi.org/10.22055/jrmb.2021.17029>
- [10] S.H. Hendi, R. Ramezani-Arani and E. Rahimi, Thermal stability of d-dimensional Lifshitz like topological black holes in special class of F(R) gravity, *Journal of Research on Many-body Systems* **10** 2 (2020) 149-162.
<https://dx.doi.org/10.22055/jrmb.2020.15569>
- [11] M. Isi, J. Mureika, P. Nicolini, Self-completeness and the generalized uncertainty principle, *Journal of High Energy Physics* **1311** (2013) 139.
[https://doi.org/10.1007/JHEP11\(2013\)139](https://doi.org/10.1007/JHEP11(2013)139)
- [12] B.J. Carr, J. Mureika, P. Nicolini, Sub-Planckian black holes and the Generalized Uncertainty Principle, *Journal of High*

- [29] R.B. Mann, P. Nicolini, Cosmological production of noncommutative black holes, *Physical Review D* **84** (2011) 064014. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.84.064014>
- [30] A.H. Guth, Inflationary universe: A possible solution to the horizon and flatness problems, *Physical Review D* **23** (1981) 347. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.23.347>
- [31] S. Perlmutter et al., Discovery of a supernova explosion at half the age of the Universe, *Nature* **391** (1998) 51-54. <https://doi.org/10.1038/34124>
- [32] P. Nicolini, Noncommutative Black Holes, The Final Appeal to Quantum Gravity: A Review, *International Journal of Modern Physics A* **24** (2009) 1229-1308. <https://doi.org/10.1142/S0217751X09043353>
- [33] S. Ansoldi, P. Nicolini, A. Smailagic and E. Spallucci, Non-commutative geometry inspired charged black holes, *Physics Letters B* **645** (2007) 261-266. <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2006.12.020>
- [34] P. Nicolini, G. Torrieri, The Hawking-Page crossover in noncommutative anti-deSitter space, *Journal of High Energy Physics* **08** (2011) 097. [https://doi.org/10.1007/JHEP08\(2011\)097](https://doi.org/10.1007/JHEP08(2011)097)
- [35] K. Nozari, S.H. Mehdipour, Parikh-Wilczek tunneling from noncommutative higher dimensional black holes, *Journal of High Energy Physics* **03** (2009) 061. <https://doi.org/10.1088/1126-6708/2009/03/061>
- [36] S.H. Mehdipour, Thermodynamical features of Verlinde's approach for a non-commutative Schwarzschild-anti-deSitter black hole in a broad range of scales, *The European Physical Journal Plus* **129** (2014) 197. <https://doi.org/10.1140/epjp/i2014-14197-8>
- [37] S.H. Mehdipour, Some aspects of entropic gravity in the presence of a
- [21] M. Faizal, A.F. Ali, A. Nassar, AdS/CFT correspondence beyond its supergravity approximation, *International Journal of Modern Physics A* **30** (2015) 1550183. <https://doi.org/10.1142/S0217751X15501833>
- [22] C. Rovelli, L. Smolin, Discreteness of area and volume in quantum gravity, *Nuclear Physics B* **442** (1995) 593-619. [https://doi.org/10.1016/0550-3213\(95\)00150-Q](https://doi.org/10.1016/0550-3213(95)00150-Q)
- [23] H. Weyl, *The Theory of Groups and Quantum Mechanics*, Dover, New York, (1931). <https://www.amazon.com/Theory-Groups-Quantum-Mechanics/dp/1614275807>
- [24] E.P. Wigner, On the Quantum Correction For Thermodynamic Equilibrium, *Physical Review* **40** (1932) 749. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.40.749>
- [25] J.E. Moyal, Quantum mechanics as a statistical theory, *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society* **45** (1949) 99-124. <https://doi.org/10.1017/S0305004100000487>
- [26] A. Smailagic, E. Spallucci, Feynman path integral on the non-commutative plane, *Journal of Physics A: Mathematical and General* **36** (2003) L467. <https://doi.org/10.1088/0305-4470/36/33/101>
- [27] P. Nicolini, A. Smailagic, E. Spallucci, Noncommutative geometry inspired Schwarzschild black hole, *Physics Letters B* **632** (2006) 547-551. <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2005.11.004>
- [28] X. Calmet, A. Kobakhidze, Noncommutative general relativity, *Physical Review D* **72** (2005) 045010. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.72.045010>

- Noncommutativity and Causality Violation, *Physical Review D* **79** (2009) 063004. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.79.063004>
- [45] E. Chang-Young, M. Eune, K. Kimm, D. Lee, Schwarzschild-de Sitter black hole from entropic viewpoint, *Modern Physics Letters A* **26** (2011) 1975-1983. <https://doi.org/10.1142/S0217732311036450>
- [46] R. Bousso, S.W. Hawking, Pair creation of black holes during inflation, *Physical Review D* **54** (1996) 6312. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.54.6312>
- [47] G.W. Gibbons, S.W. Hawking, Cosmological event horizons, thermodynamics, and particle creation, *Physical Review D* **15** (1977) 2738. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.15.2738>
- [48] R.A. Matzner, N. Zamorano, V.D. Sandberg, Instability of the Cauchy horizon of Reissner-Nordström black holes, *Physical Review D* **19** (1979) 2821. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.19.2821>
- [49] D. Batic, P. Nicolini, Fuzziness at the horizon, *Physics Letters B* **692** (2010) 32-35. <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2010.07.07>
- [50] E. Brown, R. Mann, Instability of the noncommutative geometry inspired black hole, *Physics Letters B* **694** (2011) 440-445. <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2010.10.014>
- [51] S.H. Mehdipour, Entropic force approach to noncommutative Schwarzschild black holes signals a failure of current physical ideas, *The European Physical Journal Plus* **127** (2012) 80. <https://doi.org/10.1140/epjp/i2012-12080-4>
- noncommutative Schwarzschild-deSitter black hole, *Astrophysics and Space Science* **345** (2013) 339-344. <https://doi.org/10.1007/s10509-013-1413-6>
- [38] P. Nicolini, Entropic force, noncommutative gravity, and ungravity, *Physical Review D* **82** (2010) 044030. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.82.044030>
- [39] I. Hinchliffe, N. Kersting, Y.L. Ma, Review of the Phenomenology of Noncommutative Geometry, *International Journal of Modern Physics A* **19** (2004) 179-204. <https://doi.org/10.1142/S0217751X04017094>
- [40] I. Antoniadis, A possible new dimension at a few TeV, *Physics Letters B* **246** (1990) 377-384. [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(90\)90617-F](https://doi.org/10.1016/0370-2693(90)90617-F)
- [41] I. Antoniadis, N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, G. Dvali, New Dimensions at a Millimeter to a Fermi and Superstrings at a TeV, *Physics Letters B* **436** (1998) 257-263. [https://doi.org/10.1016/S0370-2693\(98\)00860-0](https://doi.org/10.1016/S0370-2693(98)00860-0)
- [42] M. Chaichian, M.M. Sheikh-Jabbari and A. Tureanu, Hydrogen Atom Spectrum and the Lamb Shift in Noncommutative QED, *Physical Review Letters* **86** (2001) 2716-2719. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.86.2716>
- [43] A. Joseph, Particle Phenomenology on Noncommutative Spacetime, *Physical Review D* **79** (2009) 096004. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.79.096004>
- [44] E. Akofer, A.P. Balachandran, A. Joseph, L. Pekowsky, B.A. Qureshi, Constraints from CMB on Spacetime