Document Type: Full length research Paper

Investigation of the Thermovoltage and Heat Dissipation in Triangle Quantum Dot System in the Presence of Coulomb Interaction

Ahmad Ahmadi Fouladi*[,1], Javad Vahedi[1,2]

[1]Department of Physics, Sari Branch, Islamic Azad University, Sari, Iran
[2]Institut für Mathematische Physik, Technisch Universität Braunschweig, Braunschweig, Germany

Received: 06.09.2021 Final revision: 23.07.2022 Accepted: 07.11.2022
Doi link: 10.22055/jrmbs.2022.17923

Abstract

In this paper, we numerically investigate the thermoelectric properties of a triangle quantum dot connected to metallic electrodes using Green's function method in the Anderson model. Using the equation of motion method in the presence of Coulomb interaction in the Coulomb-blockade regime, the thermovoltage, thermocurrent and heat dissipation are calculated. Results show that the thermovoltage and thermocurrent have nonlinear behavior and their magnitude and sign of them can be controlled with the site energy and coupling strength of quantum dots. Also, the heat current is nonlinear and has an asymmetrical function with respect to the sign of bias voltage for all of the site energies of quantum dots. Results show that the heat current can be positive or negative for all of the site energies and it shows that heat current has a nontrivial zero for the nonzero voltages. These results can be useful to determine the performance of the nanoscale electronic devices to control heat dissipations.

Keywords: Triangle Quantum dot, Green's function method, Equation of motion method, Thermovoltage.

Corresponding Author: a.ahmadifouladi@iausari.ac.ir*

This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

مقاله پژوهشی کامل

بررسی ولتاژ دمایی و اتلاف گرما در سامانهٔ نقطهٔ کوآنتومی مثلثی در حضور برهم‌کنش کولمبی

احمد احمدی فولادی[۱،*]، جواد واحدی[۱و۲]

[۱] گروه فیزیک، واحد ساری، دانشگاه آزاد اسلامی، ساری، ایران

[۲] دانشکده ریاضی و فیزیک، دانشگاه فنی براونشویگ، براونشویگ، آلمان

دریافت: ۱۴۰۰/۰۶/۱۵ ویرایش نهائی: ۱۴۰۱/۰۵/۰۱ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۸/۱۶

Doi link: 10.22055/jrmbs.2022.17923

چکیده

در این مقاله پژوهشی با استفاده از روش تابع گرین در مدل اندرسون، ویژگی‌های ترموالکتریک نقطهٔ کوآنتومی مثلثی که به الکترودهای فلزی متصل است را به‌صورت عددی بررسی می‌کنیم. با استفاده از روش معادلهٔ حرکت و در حضور برهم‌کنش کولمبی در رژیم انسداد کولمبی، ولتاژ و جریان دمایی و اتلاف گرما محاسبه می‌شوند. نتایج نشان می‌دهند که ولتاژ و جریان دمایی رفتاری غیرخطی دارند که اندازه و علامت آنها را می‌توان توسط انرژی جایگاهی و قدرت اتصال نقاط کوآنتومی به یکدیگر کنترل نمود. همچنین جریان گرمایی نسبت به تغییر علامت ولتاژ بایاس و به‌ازای تمامی مقادیر انرژی‌های جایگاهی نقاط کوآنتومی، تابعی غیرخطی و نامتقارن است. محاسبات نشان می‌دهند که برای تمامی مقادیر انرژی جایگاهی، جریان گرمایی می‌تواند مثبت یا منفی باشد که نشان می‌دهد جریان گرمایی به‌صورت غیرمعمول به‌ازای ولتاژ غیرصفر برابر با صفر می‌شود. این نتایج می‌توانند در تعیین کارایی ادوات الکترونیکی نانومقیاس برای کنترل اتلاف گرما مفید باشد.

کلیدواژگان: نقطهٔ کوآنتومی مثلثی، روش تابع گرین، روش معادله حرکت، ولتاژ دمایی

مقدمه

ویژگی‌های ترموالکتریک نقاط کوآنتومی (QDs[۱]) در سال‌های اخیر بسیار مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته است [۹-۱]. از نانوساختارهایی نظیر QDs و مولکول‌های آلی که بین دو الکترود رسانا قرار می‌گیرند، می‌توان در ادوات تبدیل انرژی با بازدهی بالا استفاده نمود [۱۲-۱۰]. از طرف دیگر، مطالعهٔ ویژگی‌های ترموالکتریک سامانه‌های نانومقیاس، بینش عمیق‌تری را در طبیعت و مشخصه‌های فرآیند ترابرد الکترونی و گرمایی فراهم می‌کند. مبدل‌های انرژی گرمایی به الکتریکی از طریق اثر سیبک[۲] کار می‌کنند. اثر سیبک زمانی رخ می‌دهد که نیروهای الکتریکی و گرمایی به‌صورت هم‌زمان بر ترابرد الکترونی از طریق سامانه مورد نظر اثر می‌گذارند. هنگامی‌که اختلاف دمایی در امتداد سامانه در غیاب اعمال ولتاژ بایاس ایجاد شود، یک ولتاژ دمایی V_{th} ظاهر می‌شود و در این

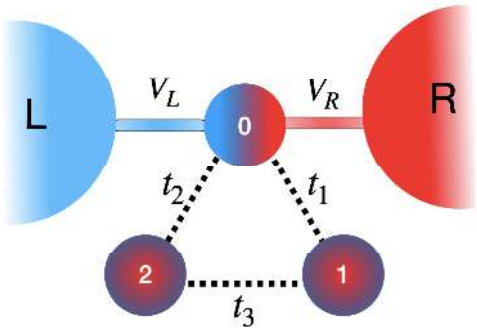
*نویسنده مسئول: a.ahmadifouladi@iausari.ac.ir

[1] Quantum Dots
[2] Seebeck effect

باز نشر این مقاله با ذکر منبع آزاد است.
این مقاله تحت مجوز کریتیو کامنز تخصیص ۴.۰ بین‌المللی می‌باشد

حالت جریان الکتریکی صفر است. در نتیجه ظهور V_{th} دلالت بر تبدیل انرژی دارد. نتایج تجربی را می‌توان توسط مدل‌های پاسخ غیرخطی تحلیل نمود. در سال ۱۹۹۳ میلادی، استارینگ و همکاران، رفتار جالبی از V_{th} در یک QD در حضور اثر انسداد کولمبی[1] را گزارش کردند [۱۳]. مشاهدات آنها نشان می‌داد که V_{th} با اعمال بایاس دمایی، افزایش می‌یابد که در توافق با اثر سیبک می‌باشد. همچنین در بایاس‌های دمایی بالاتر، V_{th} کاهش می‌یابد و سپس به‌ازای اختلاف دمایی غیرصفر، برابر صفر می‌شود و در نهایت علامت آن تغییر می‌کند. همچنین سونسن و همکاران ویژگی‌های غیرخطی ولتاژ دمایی را در نانوسیم‌ها بررسی کردند و نتیجه مشابهی حاصل شد [۱۴]. علت این رفتار غیرخطی، به بازبهنجارش ترازهای انرژی توسط دما نسبت داده می‌شود؛ زیرا بار انباشته شده به گرادیان دمایی اعمالی بستگی دارد. بر خلاف جریان ناشی از اعمال ولتاژ که برای ولتاژهای بزرگتر از صفر علامت مشخصی دارد، با اعمال گرادیان دمایی، جریان گرمایی می‌تواند مثبت یا منفی باشد که به علامت توان گرمایی بستگی دارد. برای حامل‌های بار الکترون‌گونه، علامت توان گرمایی مثبت و برای حامل‌های بار حفره‌گونه، علامت توان گرمایی منفی است [۱۵]. با این وجود در رژیم پاسخ خطی، توان گرمایی ثابت است و دلیل بالا برای تغییر علامت جریان گرمایی کافی نیست. بنابراین یک رسانش گرمایی دیفرانسیلی قوی و منفی نیاز است تا جریان را از مقادیر مثبت به مقادیر منفی تغییر دهد [۱۶]. این نتیجه بسیار جالب است که با افزایش دمای الکترودها، ممکن است جریان گرمایی عبوری از QD صفر گردد. قابل ذکر است، این یک اثر ترموالکتریک کاملاً غیرخطی است و هیچ تشابهی با ولتاژ و یا رژیم ترموالکتریک خطی ندارد. در نظر گرفتن اثر انسداد کولمبی در فیزیک دمای پایین برای سامانه‌های نانومتری بسیار مهم است [۱۷]. اثر انسداد کولمبی زمانی ظاهر می‌شود که انرژی مربوط به برهم‌کنش الکترون–الکترون از بقیه انرژی‌های سامانه نظیر پهن‌شدگی ترازها و انرژی مربوط به دما بزرگ‌تر باشد. از آنجایی‌که الکترون‌ها در فرآیند تونل‌زنی انرژی را حمل می‌کنند، انسداد کولمبی می‌تواند بر روی رسانش گرمایی اثر زیادی داشته باشد.

در این مقاله با استفاده از فرمول‌بندی تابع گرین[2] و مدل اندرسون[3] با استفاده از روش معادلهٔ حرکت، ولتاژ و جریان دمایی و اتلاف گرما در QD مثلثی که به الکترودهای فلزی متصل است را در حضور برهم‌کنش الکترون–الکترون در تقریب هابارد و با استفاده از روش خودسازگار بررسی می‌کنیم.



شکل ۱. طرح‌واره‌ای از مدل محاسباتی که نقطهٔ کوآنتومی مثلثی بین دو الکترود فلزی R و L قرار گرفته است.

مدل و روش محاسبه

سامانه متشکل از سه QD متصل به‌هم است که هر یک از آنها دارای یک تراز انرژی هستند و یکی از آنها (QD0) بین دو الکترود راست (R) و چپ (L) قرار

[1] Coulomb blockade
[2] Green's function
[3] Anderson model

دارد. نقاط کوآنتومی QD1 و QD2 به QD0 متصل هستند (شکل۱). سامانه را با هامیلتونی اندرسون مدل‌سازی می‌کنیم و در چارچوب کوآنتش دوم، هامیلتونی به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$H = H_{leads} + H_{dot} + H_{dot-leads} \qquad ۱$$

که در آن H_{leads}، H_{dot} و $H_{dot-leads}$ به‌ترتیب هامیلتونی الکترودهای راست و چپ، هامیلتونی QD مثلثی و هامیلتونی اتصال QD با الکترودهای راست و چپ هستند و به‌صورت زیر نوشته می‌شوند:

۲

$$\begin{aligned} H_{leads} &= \sum_{k_\alpha,\sigma} \varepsilon_{k_\alpha,\sigma} c^\dagger_{k_\alpha,\sigma} c_{k_\alpha,\sigma} \\ H_{dot} &= \sum_{j=0,\sigma}^{2} \varepsilon_{j,\sigma} d^\dagger_{j,\sigma} d_{j,\sigma} + \sum_\sigma \left(t_1 d^\dagger_{0,\sigma} d_{1,\sigma} + H.c.\right) \\ &+ \sum_\sigma \left(t_2 d^\dagger_{0,\sigma} d_{2,\sigma} + H.c.\right) + \sum_\sigma \left(t_3 d^\dagger_{1,\sigma} d_{2,\sigma} + H.c.\right) \\ &+ U\, n_{0\uparrow} n_{0\downarrow} \\ H_{dot-leads} &= \sum_{k_\alpha,\sigma} \left(v_\alpha c^\dagger_{k_\alpha,\sigma} d_{0,\sigma} + H.c.\right) \end{aligned}$$

که عملگر $d^\dagger_{j,\sigma}$ ($d_{j,\sigma}$) یک الکترون را در j−امین QD با اسپین $\sigma = \uparrow or \downarrow$، خلق (نابود) می‌کند و $c^\dagger_{k_\alpha,\sigma}$ ($c_{k_\alpha,\sigma}$) عملگر خلق (فنای) الکترون در الکترود راست ($\alpha = R$) و چپ ($\alpha = L$) با تکانه k و اسپین σ می‌باشد. v_α انتگرال پرش[1] بین QD0 و الکترودهای راست و چپ، $\varepsilon_j = \varepsilon_0$ انرژی جایگاهی[2] نقاط کوآنتومی و ε_{k_α} انرژی جایگاهی الکترودهای راست و چپ می‌باشند. t_1، t_2 و t_3 به‌ترتیب انتگرال پرش بین QD0 و QD1، QD0 و QD2 و همچنین QD1 و QD2 است. $n_{0\uparrow}$ عملگر تعداد $n_{0\uparrow} = d^\dagger_{0\uparrow} d_{0\uparrow}$ و U پتانسیل کولمبی می‌باشد. جریان الکترونی را می‌توان از طریق تحول زمانی مقدار چشمداشتی اشغال الکترون در یکی از الکترودها به‌صورت $I_\alpha = -e\frac{d}{dt}\langle n_\alpha \rangle$ با $n_\alpha = \sum_{k_\alpha,\sigma} c^\dagger_{k_\alpha,\sigma} c_{k_\alpha,\sigma}$ نوشت. از آنجایی‌که چگالی کل، با هامیلتونی معادلهٔ۱ جابه‌جا می‌شود، پایستگی جریان ایجاب می‌کند که در حالت مانا، $I_L + I_R = 0$ باشد. از این‌رو جریان شارش شده از طریق سامانه را می‌توان به‌صورت $I \equiv I_L = -I_R$ نوشت. با استفاده از فرمول‌بندی کلدیش[3] [۱۸]، جریان را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$I = -\frac{e}{\pi\hbar} \int dE \sum_\sigma \frac{\Gamma_L \Gamma_R}{\Gamma} \times \mathrm{Im}\, G^r_{\sigma,\sigma}(\mathrm{E})[f_L(\mathrm{E}) - f_R(\mathrm{E})] \qquad ۳$$

که $G^r_{\sigma,\sigma}(\mathrm{E})$ تابع گرین تأخیری[4] QD در حضور جفت‌شدگی با حالت‌های پیوسته و حضور برهم‌کنش الکترون–الکترون است. در رابطهٔ۳، $\Gamma_\alpha(\mathrm{E}) = 2\pi\rho_\alpha(\mathrm{E})|v_\alpha(\mathrm{E})|^2$ پهن‌شدگی تراز به‌واسطهٔ اتصال QD0 با الکترودها را نشان می‌دهد و $\Gamma = \Gamma_L + \Gamma_R$ پهن‌شدگی کل و $\rho_\alpha(\mathrm{E}) = \sum_k \delta(\mathrm{E} - \varepsilon_{\alpha k})$ چگالی حالت‌ها در الکترود

[1] Hopping integral
[2] Onsite energy
[3] Keldysh formalism
[4] Retarded Green's function

α است. در این مقاله در تقریب نوار پهن، Γ_α را ثابت در نظر می‌گیریم. همچنین، چگالی حالت‌ها و احتمال تونل‌زنی را مستقل از اسپین (الکترودهای غیرمغناطیسی) در نظر می‌گیریم.

$f_\alpha(\mathrm{E})=\frac{1}{1+e^{(E-\mu_\alpha)/k_BT_\alpha}}$ تابع فرمی-دیراک الکترود α با پتانسیل الکتروشیمیایی $\mu_\alpha=E_F+eV_\alpha$، $T_\alpha=T+\theta_\alpha$ جابه‌جایی دمایی، T دمای زمینه و E_F انرژی فرمی می‌باشد.

در رژیم انسداد کولمبی (k_BT , $\Gamma \ll U$)، از ترابرد پیاپی[1] و اثر کوندو[2] صرف‌نظر می‌کنیم. توسط روش معادلهٔ حرکت[3] (EOM) می‌توان ویژگی‌های ترابرد الکترونی از طریق QD برهم‌کنشی را در دماهای بالاتر از دمای کوندو ($T>T_k$) با دقت بسیار خوبی بررسی نمود.

تابع گرین تأخیری در محدودهٔ زمانی $G^r(\tau,0)$ برای عملگرهای فرمیونی A و B و معادلهٔ حرکت آن در فضای انرژی به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$G^r_{A,B}(\tau)=\ll A,B\gg^r_\tau = -i\,\theta(\tau)\,\langle\{A(\tau),B(0)\}\rangle \qquad ۴$$

$$(\varepsilon+i\,0^+)\ll A,B\gg^r_\varepsilon+\ll[H,A],B\gg^r_\varepsilon = \langle\{A,B\}\rangle$$

که H هامیلتونی کل سامانه و 0^+ عددی بسیار کوچک است. برای سادگی، در ادامه اندیس r و 0^+ را نمی‌نویسیم. بنابراین برای QD0 داریم:

$$\varepsilon\ll d_{0\sigma},d^\dagger_{0\sigma}\gg=\langle\{d_{0\sigma},d^\dagger_{0\sigma}\}\rangle - \ll[H,d_{0\sigma}],d^\dagger_{0\sigma}\gg \qquad ۵$$

با قرار دادن هامیلتونی کل سامانه در رابطهٔ۵ داریم:

$$(\varepsilon-\varepsilon_{0\sigma})\ll d_{0\sigma},d^\dagger_{0\sigma}\gg=1+U\ll d_{0\sigma}\,n_{0\bar\sigma},d^\dagger_{0\sigma}\gg +\sum_{k\alpha}v^*_\alpha\ll c_{k_\alpha\sigma},d^\dagger_{0\sigma}\gg+t_1\ll d_{1\sigma},d^\dagger_{0\sigma}\gg +t_2\ll d_{2\sigma},d^\dagger_{0\sigma}\gg \qquad ۶$$

که در آن $\ll c_{k_\alpha\sigma},d^\dagger_{0\sigma}\gg$ به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\ll c_{k_\alpha\sigma},d^\dagger_{0\sigma}\gg=\frac{v_\alpha}{\varepsilon-\varepsilon_{k_\alpha}}\ll d_{0\sigma},d^\dagger_{0\sigma}\gg \qquad ۷$$

برای به‌دست آوردن $\ll d_{1\sigma},d^\dagger_{0\sigma}\gg$ و $\ll d_{2\sigma},d^\dagger_{0\sigma}\gg$ کافیست که از رابطهٔ۴ استفاده کنیم؛ بنابراین داریم:

$$\ll d_{1\sigma},d^\dagger_{0\sigma}\gg=\frac{t_1^*}{\varepsilon-\varepsilon_{1\sigma}}\ll d_{0\sigma},d^\dagger_{0\sigma}\gg +\frac{t_3\,t_2^*}{(\varepsilon-\varepsilon_{1\sigma})(\varepsilon-\varepsilon_{2\sigma})}\ll d_{0\sigma},d^\dagger_{0\sigma}\gg +\frac{t_3\,t_3^*}{(\varepsilon-\varepsilon_{1\sigma})(\varepsilon-\varepsilon_{2\sigma})}\ll d_{1\sigma},d^\dagger_{0\sigma}\gg \qquad ۸$$

$$\ll d_{2\sigma},d^\dagger_{0\sigma}\gg=\frac{t_2^*}{\varepsilon-\varepsilon_{2\sigma}}\ll d_{0\sigma},d^\dagger_{0\sigma}\gg +\frac{t_3^*t_1^*}{(\varepsilon-\varepsilon_{2\sigma})(\varepsilon-\varepsilon_{1\sigma})}\ll d_{0\sigma},d^\dagger_{0\sigma}\gg +\frac{t_3^*t_3}{(\varepsilon-\varepsilon_{2\sigma})(\varepsilon-\varepsilon_{1\sigma})}\ll d_{2\sigma},d^\dagger_{0\sigma}\gg \qquad ۹$$

با ساده کردن رابطه‌های ۸ و ۹ داریم:

۱۰

[1] Co-tunneling effect
[2] Kondo effect
[3] Equation of motion

$$\ll d_{1\sigma},d_{0\sigma}^{\dagger}\gg\left(1-\frac{t_3\,t_3^*}{(\varepsilon-\varepsilon_{1\sigma})(\varepsilon-\varepsilon_{2\sigma})}\right)$$
$$=\left(\frac{t_1^*}{\varepsilon-\varepsilon_{1\sigma}}+\frac{t_3\,t_2^*}{(\varepsilon-\varepsilon_{1\sigma})(\varepsilon-\varepsilon_{2\sigma})}\right)\ll d_{0\sigma},d_{0\sigma}^{\dagger}\gg$$

۱۱

$$\ll d_{2\sigma},d_{0\sigma}^{\dagger}\gg\left(1-\frac{t_3^*\,t_3}{(\varepsilon-\varepsilon_{2\sigma})(\varepsilon-\varepsilon_{1\sigma})}\right)$$
$$=\left(\frac{t_2^*}{\varepsilon-\varepsilon_{2\sigma}}+\frac{t_3^*\,t_1^*}{(\varepsilon-\varepsilon_{2\sigma})(\varepsilon-\varepsilon_{1\sigma})}\right)\ll d_{0\sigma},d_{0\sigma}^{\dagger}\gg$$

رابطهٔ۱۰ و ۱۱ را می‌توان به‌صوت زیر نوشت:

۱۲

$$\ll d_{1\sigma},d_{0\sigma}^{\dagger}\gg=\frac{t_1^*(\varepsilon-\varepsilon_{2\sigma})+t_3\,t_2^*}{(\varepsilon-\varepsilon_{2\sigma})(\varepsilon-\varepsilon_{1\sigma})-t_3\,t_3^*}\ll d_{0\sigma},d_{0\sigma}^{\dagger}\gg$$
$$=\Sigma_1\ll d_{0\sigma},d_{0\sigma}^{\dagger}\gg$$

$$\ll d_{2\sigma},d_{0\sigma}^{\dagger}\gg=\frac{t_2^*(\varepsilon-\varepsilon_{1\sigma})+t_3^*\,t_1^*}{(\varepsilon-\varepsilon_{2\sigma})(\varepsilon-\varepsilon_{1\sigma})-t_3^*\,t_3}\ll d_{0\sigma},d_{0\sigma}^{\dagger}\gg$$
$$=\Sigma_2\ll d_{0\sigma},d_{0\sigma}^{\dagger}\gg$$

که در آن

$$\Sigma_1=\frac{t_1^*(\varepsilon-\varepsilon_{2\sigma})+t_3\,t_2^*}{(\varepsilon-\varepsilon_{2\sigma})(\varepsilon-\varepsilon_{1\sigma})-t_3\,t_3^*}$$

۱۳

$$\Sigma_2=\frac{t_2^*(\varepsilon-\varepsilon_{1\sigma})+t_3^*\,t_1^*}{(\varepsilon-\varepsilon_{2\sigma})(\varepsilon-\varepsilon_{1\sigma})-t_3^*\,t_3}$$

هستند. با قرار دادن رابطه‌های ۷ و ۱۲ در رابطهٔ۶ داریم:

۱۴

$$(\varepsilon-\varepsilon_{0\sigma})\ll d_{0\sigma},d_{0\sigma}^{\dagger}\gg=1+U\ll d_{0\sigma}\,n_{0\bar{\sigma}},d_{0\sigma}^{\dagger}\gg$$
$$+\sum_{k\alpha}\frac{v_\alpha^*v_\alpha}{\varepsilon-\varepsilon_{k_\alpha}}\ll d_{0\sigma},d_{0\sigma}^{\dagger}\gg$$
$$+t_1\,\Sigma_1\ll d_{0\sigma},d_{0\sigma}^{\dagger}\gg$$
$$+t_2\,\Sigma_2\ll d_{0\sigma},d_{0\sigma}^{\dagger}\gg$$

که در آن با استفاده از تقریب نوار پهن[1] داریم:

۱۵

$$\Sigma_0=\sum_{k\alpha}\frac{v_\alpha^*v_\alpha}{\varepsilon-\varepsilon_{k_\alpha}}\simeq\frac{\Gamma}{\pi}\ln\left|\frac{D+\varepsilon}{D-\varepsilon}\right|-i\,\frac{\Gamma}{2}$$

با مرتب کردن رابطهٔ۱۴ داریم:

۱۶

$$\left(\varepsilon-\varepsilon_{0\sigma}-\Sigma_0-t_1\,\Sigma_1-t_2\,\Sigma_2\right)\ll d_{0\sigma},d_{0\sigma}^{\dagger}\gg$$
$$=1+U\ll d_{0\sigma}\,n_{0\bar{\sigma}},d_{0\sigma}^{\dagger}\gg$$

حال برای به‌دست آوردن $\ll d_{0\sigma}\,n_{0\bar{\sigma}},d_{0\sigma}^{\dagger}\gg$ از رابطهٔ۴ استفاده می‌کنیم و با اعمال تقریب در معادله حرکت که از جمله‌های همبستگی مرتبه‌های بالاتر صرف‌نظر می‌شود، داریم:

۱۷

$$(\varepsilon-\varepsilon_{0\sigma}-U)\ll d_{0\sigma}\,n_{0\bar{\sigma}},d_{0\sigma}^{\dagger}\gg$$
$$-\sum_{k\alpha}v_\alpha\ll c_{k_\alpha\sigma}\,n_{0\bar{\sigma}},d_{0\sigma}^{\dagger}\gg$$
$$-t_1\ll d_{1\sigma}\,n_{0\bar{\sigma}},d_{0\sigma}^{\dagger}\gg-t_2\ll d_{2\sigma}\,n_{0\bar{\sigma}},d_{0\sigma}^{\dagger}\gg$$
$$\approx<n_{0\bar{\sigma}}>$$

۱۸

$$\ll c_{k_\alpha\sigma}\,n_{0\bar{\sigma}},d_{0\sigma}^{\dagger}\gg=\sum_{k\alpha}\frac{v_\alpha}{\varepsilon-\varepsilon_{k_\alpha}}\ll d_{0\sigma}\,n_{0\bar{\sigma}},d_{0\sigma}^{\dagger}\gg$$
$$\ll d_{1\sigma}\,n_{0\bar{\sigma}},d_{0\sigma}^{\dagger}\gg=\Sigma_1\ll d_{0\sigma}\,n_{0\bar{\sigma}},d_{0\sigma}^{\dagger}\gg$$
$$\ll d_{2\sigma}\,n_{0\bar{\sigma}},d_{0\sigma}^{\dagger}\gg=\Sigma_2\ll d_{0\sigma}\,n_{0\bar{\sigma}},d_{0\sigma}^{\dagger}\gg$$

با قرار دادن رابطهٔ۱۸ در رابطهٔ۱۷ داریم:

۱۹

$$\left(\varepsilon-\varepsilon_{0\sigma}-U-\Sigma_0-t_1\,\Sigma_1-t_2\,\Sigma_2\right)\ll d_{0\sigma}\,n_{0\bar{\sigma}},d_{0\sigma}^{\dagger}\gg$$
$$\approx<n_{0\bar{\sigma}}>$$

در نتیجه تابع گرین $\ll d_{0\sigma}\,n_{0\bar{\sigma}},d_{0\sigma}^{\dagger}\gg$ به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

[1] Wide-band approximation

$$\ll d_{0\sigma}\, n_{0\bar{\sigma}}, d_{0\sigma}^{\dagger} \gg = \frac{< n_{0\bar{\sigma}} >}{\varepsilon - \varepsilon_{0\sigma} - \Sigma_0 - t_1\, \Sigma_1 - t_2\, \Sigma_2 - U} \qquad ۲۰$$

با قرار دادن رابطهٔ ۲۰ در رابطهٔ ۱۶ داریم:

$$\ll d_{0\sigma}, d_{0\sigma}^{\dagger} \gg = \frac{1}{\left(\varepsilon - \varepsilon_{0\sigma} - \Sigma_0 - t_1\, \Sigma_1 - t_2\, \Sigma_2\right)} + \frac{U < n_{0\bar{\sigma}} >}{\left[\begin{array}{l}\left(\varepsilon - \varepsilon_{0\sigma} - \Sigma_0 - t_1\, \Sigma_1 - t_2\, \Sigma_2\right) \\ \times\left(\varepsilon - \varepsilon_{0\sigma} - \Sigma_0 - t_1\, \Sigma_1 - t_2\, \Sigma_2 - U\right)\end{array}\right]} \qquad ۲۱$$

در نهایت، با تعریف $\Sigma_1' = t_1 \Sigma_1$ و $\Sigma_2' = t_2 \Sigma_2$، تابع گرین QD0 به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$G_{\sigma,\sigma}^{r}(\mathrm{E}) = \ll d_{0,\sigma}, d_{0,\sigma}^{\dagger} \gg = \frac{1 - \langle n_{0\bar{\sigma}} \rangle}{\varepsilon - \varepsilon_{0\sigma} - \Sigma_0 - \Sigma_1' - \Sigma_2'} + \frac{\langle n_{0\bar{\sigma}} \rangle}{\varepsilon - \varepsilon_{0\sigma} - \Sigma_0 - \Sigma_1' - \Sigma_2' - U} \qquad ۲۲$$

در این مقاله، $t_1 = t_2 = t_3 = t_0$ در نظر گرفته می‌شود. همان‌طور که از رابطهٔ۲۲ مشخص است، $G_{\sigma,\sigma}^{r}(\mathrm{E})$ به اشغال نقطهٔ کوآنتومی با اسپین $\bar{\sigma}$ (اسپین مخالف σ)، یعنی $\langle n_{0\bar{\sigma}} \rangle = \frac{1}{2\pi i} \int dE\; G_{\sigma,\sigma}^{<}(\mathrm{E})$ بستگی دارد. بنابراین $G_{\sigma,\sigma}^{r}(\mathrm{E})$ را باید از طریق روش خودسازگار تعیین نمود. با استفاده از معادلهٔ کلدیش $G^{<} = i\,[\Gamma_L f_L(\mathrm{E}) + \Gamma_R f_R(\mathrm{E})]\left|G^{r}\right|^2$، می‌توان به جواب نهایی رسید. جریان گرمایی را می‌توان از رابطه زیر محاسبه کرد:

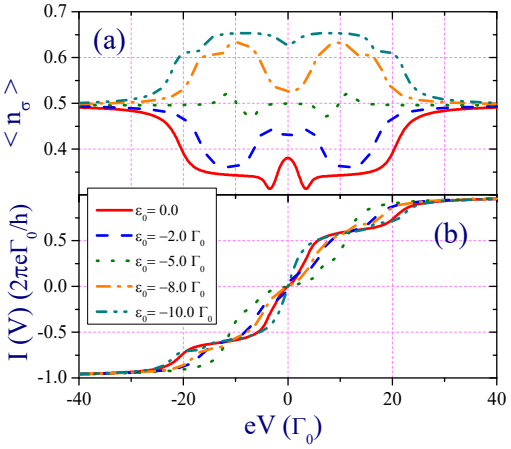
$$J_{L(\mathrm{R})} = \sum_{\sigma} \frac{\Gamma_L\, \Gamma_R}{\pi \hbar \Gamma} \int dE\; (\mu_{L(\mathrm{R})} - \mathrm{E}) \times \mathrm{Im}\, G_{\sigma,\sigma}^{r}(\mathrm{E}) [f_L(\mathrm{E}) - f_R(\mathrm{E})] \qquad ۲۳$$

که قانون ژول ($J_L - J_{\mathrm{R}} = IV$) را برآورده می‌کند.

بحث و نتایج

در این بخش نتایج به‌دست آمده از فرمول‌بندی بخش قبل را بیان می‌کنیم. پهن‌شدگی تراز بواسطه اتصال QD0با الکترودها را $\Gamma_L = \Gamma_R = \Gamma_0$ به‌عنوان واحد انرژی انتخاب می‌کنیم. با در نظر گرفتن رژیم انسداد کولمبی $k_B T = 0.1\Gamma_0$ و $U = 10\Gamma_0$ را انتخاب می‌کنیم. همچنین انتگرال پرش بین نقاط کوآنتومی را $t_0 = \Gamma_0$ در نظر می‌گیریم. شکل۲ نمودار میانگین عدد اشغال در QD0 (شکل (a)-۲) و جریان الکتریکی (شکل (b)-۲) را برحسب ولتاژ برای مقادیر مختلف انرژی جایگاهی نقاط کوآنتومی نشان می‌دهد. ولتاژ بایاس V را به‌صورت متقارن به الکترودها اعمال ($\mu_L = -\mu_R = eV/2$ و $E_F = 0$) را به‌عنوان مرجع انرژی انتخاب کردیم. همان‌طور که از شکل (b)-۲ مشخص است، برای ولتاژ $\mathrm{V} = 0$، هنگامی‌که ترازهای انرژی سامانه در تشدید با انرژی فرمی هستند، سامانه همانند یک پیوندگاه اهمی رفتار می‌کند. با افزایش ولتاژ، جریان رفتاری پله‌ای دارد که از مشخصه‌های سامانه‌های کوآنتومی می‌باشد و در توافق با مدل‌های پدیده‌شناختی مربوط به انسداد کولمبی می‌باشد [۱۹ و ۲۰]. در واقع افزایش جریان زمانی رخ می‌دهد که ترازهای انرژی موضعی سامانه با پتانسیل شیمیایی الکترودها در یک امتداد قرار گیرند. با اعمال ولتاژ، پتانسیل الکتروشیمیایی دو الکترود چپ و راست نسبت به‌هم جابه‌جا می‌شوند. هنگامی که تراز انرژی نقطه کوآنتومی بین این پنجره ولتاژ قرار بگیرد، جریان الکتریکی شارش می‌یابد. از آنجایی‌که میانگین عدد اشغال در ولتاژ صفر، مخالف صفر است، ولتاژ آستانه برای روشن کردن جریان نداریم. با افزایش ولتاژ،

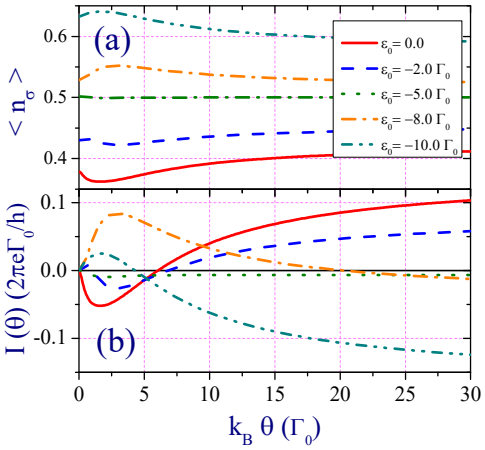
ترازهای انرژی دیگر در بین پنجره ولتاژ قرار می‌گیرند و رفتار پله‌ای را شاهد هستیم.



شکل۲. (a) نمودار میانگین عدد اشغال در QD0 و (b) جریان الکتریکی برحسب ولتاژ برای مقادیر مختلف انرژی جایگاهی نقاط کوآنتومی به‌ازای $\theta = 0$.

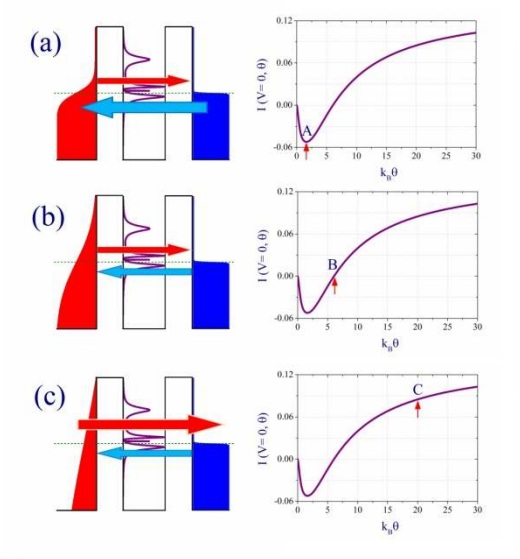
همچنین شکل۲a نشان می‌دهد که اشغال ترازها به مقادیر انرژی جایگاهی QDs بستگی دارد و با تغییر ولتاژ تغییرات زیادی دارد. در سامانه‌ای متشکل از یک QD تنها که به الکترودهای فلزی متصل است، در انرژی $\varepsilon_0 = -U/2$ که نقطهٔ تقارن الکترون–حفره است، اشغال الکترون مستقل از ولتاژ است و با تغییر ولتاژ، تغییری ندارد [۱۶].

در این انرژی، تبدیل $d \to d^\dagger$ هامیلتونی کل سامانه را تغییر نمی‌دهد و چگالی الکترون در نقطهٔ کوآنتومی از توزیع فرمی پیروی می‌کند. در سامانهٔ نقاط کوآنتومی مثلثی به‌واسطهٔ اتصال QD0 به QD1 و QD2 تقارن در سامانه از میان می‌رود و در انرژی $\varepsilon_0 = -U/2 = -5\Gamma_0$، با تغییر ولتاژ، عدد اشغال ثابت نیست (به‌شکل۲a توجه شود). شکل۳ نمودار میانگین عدد اشغال در QD0 (شکل۳a) و جریان دمایی (شکل۳b) را برحسب اختلاف دمای دو الکترود راست و چپ برای مقادیر مختلف انرژی جایگاهی QDs نشان می‌دهد. در این مقاله جابه‌جایی دمایی $\theta = \theta_L - \theta_R$ بر روی الکترود سمت چپ اعمال می‌شود؛ در این صورت داریم: $\theta_R = 0$ و $\theta_L = \theta$. در شکل۳a و در θهای پایین و برای انرژی‌های جایگاهی $\varepsilon_0 \neq -U/2$، با افزایش θ عدد اشغال ابتدا به مقدار بیشینه/کمینه می‌رسد و در θهای بالاتر به‌مقداری ثابت میل می‌کند. در واقع در حضور گرادیان دمایی در غیاب ولتاژ بایاس، شارش حامل‌های بار به‌واسطهٔ اختلاف دمای الکترودهاست. در حضور این گرادیان دمایی، ترازهای انرژی خودشان را بازبهنجار می‌سازند. در این صورت یک جابه‌جایی در مکان ترازهای انرژی سامانه به‌وجود می‌آید که می‌تواند تغییری اساسی در شدت ترابرد الکترون‌ها از طریق سامانه ایجاد کند. شارش الکترون‌ها هنگامی رخ می‌دهد که تراز انرژی بهنجار شدهٔ سامانه، نزدیک به پتانسیل شیمیایی الکترودها قرار گیرد. شدت این شارش، بزرگی جریان دمایی را تعیین می‌کند.



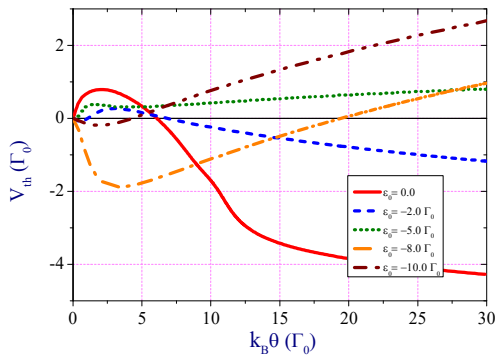
شکل۳. (a) نمودار میانگین عدد اشغال در QD0 و (b) جریان دمایی برحسب اختلاف دمای دو الکترود راست و چپ برای مقادیر مختلف انرژی جایگاهی نقاط کوآنتومی در ولتاژ بایاس صفر.

از نمودار شکل۳b درمی‌یابیم که جریان دمایی شکل پله‌ای ندارد و رفتار آن همانند نمودار عدد اشغال و برای انرژی‌های جایگاهی $\varepsilon_0 \neq -U/2$، در θهای پایین به یک اندازه بیشینه می‌رسد و سپس با افزایش θ، بزرگی جریان دمایی کاهش می‌یابد و به مقدار صفر می‌رسد و بعد از آن افزایش در بزرگی جریان دمایی را شاهد هستیم. برای جریان‌های منفی (مثبت)، حامل‌های بار حفره (الکترون) هستند. نتایج نشان می‌دهند که جهت شارش حامل‌های بار بستگی بسیار زیادی به انرژی جایگاهی QDs دارد. علت اینکه به‌ازای $\varepsilon_0 \neq -U/2$، جریان دمایی همواره صفر نیست این است که چگالی حالت‌های الکترونی حول انرژی فرمی متقارن نمی‌باشند. برای درک بهتر از فرآیند ترابرد حامل‌های بار، شکل۴ که جریان دمایی را برحسب اختلاف دمای دو الکترود راست و چپ برای انرژی جایگاهی $\varepsilon_0 = 0$ نشان می‌دهد، مورد بررسی قرار می‌دهیم. نمودارهای سمت چپ (a)، (b) و (c)، دیاگرام‌های انرژی متناظر با نقاط A، B و C در شکل‌های سمت راست را نشان می‌دهد. در دمای $\theta = 0$ جریان دمایی برابر صفر است و با افزایش θ، تابع فرمی مربوط به الکترود سمت چپ حالت پله‌ای خود را از دست می‌دهد. جهت حرکت شارش حامل‌های بار به مکان ترازهای انرژی سامانه نقاط کوآنتومی و چگالی حالت‌ها حول انرژی فرمی (خط چین در دیاگرام انرژی شکل۴) بستگی دارد. در نقطه A با توجه به قرارگیری ترازهای انرژی و چگالی حالت‌های انرژی مشخص است که سهم حفره‌ها در شارش بار بیشتر از سهم الکترون‌هاست و در نتیجه جریان دمایی منفی است. با افزایش بیشتر θ، شیب تابع فرمی ملایم‌تر می‌شود و گسترش آن در انرژی‌های بالاتر از $E = 0$، ترازهای بیشتری را برای شارش الکترون‌هایی که به‌صورت گرمایی برانگیخته می‌شوند به الکترود سمت راست در دسترس قرار می‌دهد (به نقطه B در شکل۴b توجه شود) و در نتیجه شارش الکترون‌ها به الکترود سمت راست، برابر با شارش حفره‌ها به سمت الکترود سمت چپ می‌شود و جریان دمایی صفر حاصل می‌گردد.



شکل۴. جریان دمایی را برحسب اختلاف دمای دو الکترود راست و چپ برای انرژی جایگاهی $\varepsilon_0=0$. نمودارهای سمت چپ (a)، (b) و (c)، دیاگرام‌های انرژی متناظر با نقاط A، B و C در شکل‌های سمت راست را نشان می‌دهد.

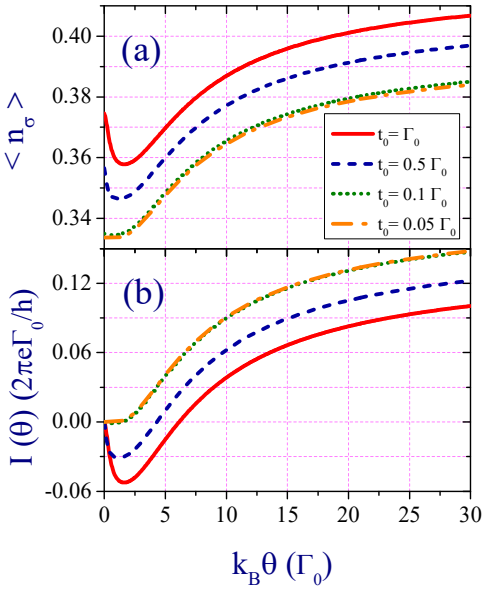
از آنجایی‌که تعداد ترازهای انرژی قابل دسترس برای انرژی‌های بالاتر از $E=0$ به‌ازای انرژی جایگاهی $\varepsilon_0=0$، بیشتر است، با افزایش θ سهم شارش الکترونی غالب می‌گردد و در نتیجه جریان مثبت می‌شود (به نقطهٔC در شکل۴c توجه شود). شکل۵ نمودار ولتاژ دمایی (V_{th}) را برحسب اختلاف دمای دو الکترود راست و چپ برای مقادیر مختلف انرژی جایگاهی QDs نشان می‌دهد. ولتاژ دمایی یا ولتاژ سیبک با استفاده از شرط مدار باز $I(V_{th},\theta)=0$ تعیین می‌گردد و $V_{th}=V_{th}(\theta)$ را با حل عددی به‌دست می‌آوریم.



شکل ۵. نمودار ولتاژ دمایی (V_{th}) بر حسب اختلاف دمای دو الکترود راست و چپ برای مقادیر مختلف انرژی جایگاهی QDs.

در θهای پایین، V_{th} تابعی خطی برحسب دماست که می‌تواند بسته به طبیعت حامل‌های بار در پدیده ترابرد مثبت (برای الکترون‌ها) یا منفی (برای حفره‌ها) باشد. با افزایش θ، V_{th} رفتاری غیرخطی را نشان می‌دهد. با افزایش θ، اندازه V_{th} افزایش می‌یابد و به یک مقدار بیشینه یا کمینه می‌رسد. افزایش بیشتر θ، اندازه V_{th} را کاهش می‌دهد. برای مقادیر مختلف انرژی‌های جایگاهی (غیر از $\varepsilon_0\neq -U/2$)، دمایی ($\theta=\theta_0$) وجود دارد که در آن V_{th} صفر می‌شود و برای $\theta>\theta_0$ ولتاژ دمایی با علامت مخالف را داریم. این نتیجه در توافق با آزمایش‌های اخیر بر روی نقاط کوآنتومی نیم‌رسانا می‌باشد [۱۴]. تغییر علامت V_{th} را می‌توان اینگونه توجیه نمود. پتانسیل شیمیایی الکترودها در ولتاژ بایاس صفر برابر با صفر می‌باشد. اگر حامل‌های بار الکترون باشند، اختلاف دما در الکترودها منجر به شارش الکترون از الکترود سمت چپ (داغ) به الکترود سمت راست (سرد) می‌شود. برای کاهش این جریان دمایی ایجاد شده، یک ولتاژ

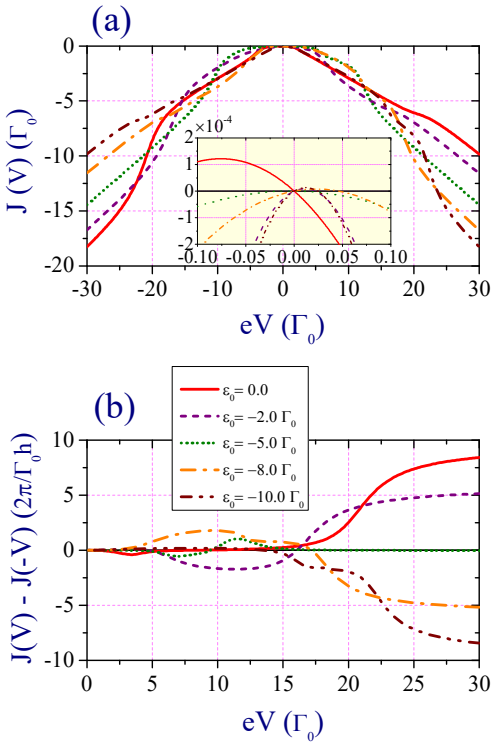
دمایی ظاهر می‌شود که با افزایش θ افزایش می‌یابد. با افزایش θ، پله تابع توزیع فرمی، برای الکترود سمت چپ صاف‌تر می‌شود. بنابراین راهی برای حفره‌ها ایجاد می‌شود تا به سمت الکترود سمت راست شارش یابند. در یک دمای معین ($\theta = \theta_0$)، میزان شارش حفره‌ها و الکترون‌ها برابر می‌شود. در نتیجه در این دمای θ_0، جریان الکتریکی که به‌واسطهٔ آثار دمایی به‌وجود آمده است در $V_{th} = 0$، برابر با صفر می‌شود. نکته جالب توجه این است که در $\varepsilon_0 = -U/2$ بر خلاف QD تنها که V_{th} به‌ازای همه دماها صفر است، برای QD مثلثی به‌ازای $\varepsilon_0 = -U/2 = -5\Gamma_0$ همواره مثبت است؛ یعنی حامل‌های بار، الکترون‌ها هستند. شکل۶ نمودار میانگین عدد اشغال در QD0 (شکل۶a) و جریان دمایی (شکل۶b) را برحسب اختلاف دمای دو الکترود راست و چپ برای مقادیر مختلف انتگرال پرش بین نقاط کوآنتومی (t_0) برای انرژی جایگاهی $\varepsilon_0 = 0$ نشان می‌دهد. همان‌طور که از شکل۶a ملاحظه می‌گردد، با کاهش t_0 عدد اشغال کاهش می‌یابد. در واقع با کاهش t_0 اتصال بین نقاط کوآنتومی ضعیف‌تر می‌شود و چگالی حالت‌های انرژی کاهش می‌یابد.



شکل۶. (a) نمودار میانگین عدد اشغال در QD0 و (b) جریان دمایی برحسب اختلاف دمای دو الکترود راست و چپ برای مقادیر مختلف انتگرال پرش بین نقاط کوآنتومی (t_0) برای انرژی جایگاهی $\varepsilon_0 = 0$.

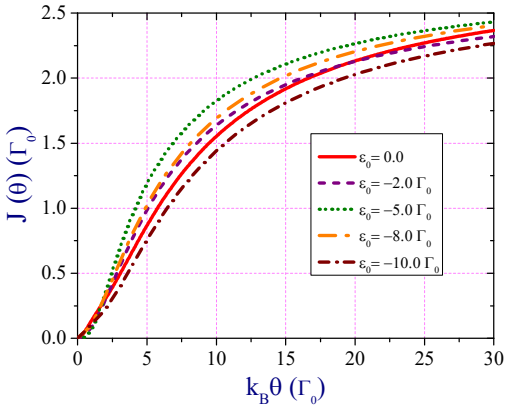
در $t_0 = \Gamma_0$ جریان دمایی در دماهای پایین منفی است و در دمای θ_0 به صفر می‌رسد و در دماهای بالاتر از θ_0، مثبت است. با کاهش t_0 مقدار θ_0 کاهش می‌یابد و در $t_0 = 0.05\Gamma_0$ جریان دمایی همواره مثبت است. با کاهش t_0 رفتار سامانه نقاط کوآنتومی مثلثی به‌سمت نقطهٔ کوآنتومی تنها میل می‌کند که در توافق با نتایج مطالعات دیگر است [۹]. موادی که دارای ویژگی‌های ترموالکتریک خوبی هستند می‌توانند گرما را به الکتریسیته تبدیل کنند که اثر سیبک نامیده می‌شود. اثر پلتیر پدیده معکوس اثر سیبک است. جریان الکتریکی که از محل اتصال دو ماده عبور می‌کند، گرما را در واحد زمان در محل اتصال گسیل یا جذب می‌کند تا اختلاف پتانسیل شیمیایی دو ماده را متعادل کند. اثر پلتیه که گرمای برگشت‌پذیر را توصیف می‌کند، به‌جهت جریان بستگی دارد و برخلاف گرمایش ژول

که برگشت‌ناپذیر است، می‌تواند برای خنک کردن ادوات الکتریکی استفاده شود. نتایج تجربی اخیر حاکی از آن است که گرمای تولید شده در پیوندگاه‌های در ابعاد اتمی یکسوسازی نامتقارنی را برحسب ولتاژ نشان می‌دهد [۲۱،۲۲]. این نتایج بسیار جالب است زیرا در حالی‌که آثار یکسوسازی در مورد مبحث الکتریکی به‌خوبی شناخته شده است، در مورد نحوه اتلاف توان در رسانای مزوسکوپیک تحت ولتاژ بایاس اطلاعات کمی در دست است. بخش خطی گرمای یکسو شده از طریق پاسخ خطی ضریب پلتیه به‌دست می‌آید. بنابراین توان اتلافی برای ولتاژ بایاس مثبت می‌تواند بزرگتر یا کوچکتر از ولتاژ بایاس منفی باشد که به قرارگیری ترازهای انرژی تشدیدی در بالا یا پایین انرژی فرمی بستگی دارد. شکل۷a) جریان گرمایی را برحسب ولتاژ بایاس برای مقادیر مختلف انرژی جایگاهی نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است، برای تمامی مقادیر انرژی جایگاهی، جریان گرمایی تابعی نامتقارن برحسب علامت ولتاژ است. علاوه بر آن، جریان گرمایی رفتاری غیرخطی دارد که نشان می‌دهد اثر مرتبه‌های بالاتر غالب هستند.



شکل۷. (a) جریان گرمایی و (b) ضریب یکسوسازی برحسب ولتاژ بایاس برای مقادیر مختلف انرژی جایگاهی.

نکته جالب و قابل توجه آن است که برای تمامی مقادیر انرژی جایگاهی، جریان گرمایی می‌تواند مثبت یا منفی باشد (گرمای برگشت‌پذیر) که نشان می‌دهد جریان گرمایی به‌صورت غیرمعمول به‌ازای ولتاژ غیرصفر (که مقدار آن به انرژی جایگاهی بستگی دارد) برابر با صفر می‌شود (شکل داخل۷a). در شکل۷b) ضریب یکسوسازی $R = J(V) - J(-V)$ برحسب ولتاژ بایاس برای مقادیر مختلف انرژی جایگاهی رسم شده است. به‌ازای تمامی مقادیر انرژی‌های جایگاهی، همواره علامت ضریب یکسوسازی تغییر می‌کند.



شکل۸ جریان گرمایی برحسب دما به‌ازای مقادیر مختلف انرژی‌های جایگاهی.

برای مقادیر مثبت R، اتلاف گرما به‌ازای $V>0$ بیشتر از اتلاف گرما در حالت $V<0$ است. در ولتاژهای بالا R به مقدار ثابتی میل می‌کند، زیرا در این محدوده، تابع فرمی الکترود سمت چپ به‌سمت عدد یک و تابع فرمی الکترود سمت راست به‌سمت عدد صفر میل می‌کند و شارش انرژی مستقل از ولتاژ می‌گردد. در شکل۸ جریان گرمایی برحسب دما برای مقادیر مختلف انرژی‌های جایگاهی، رفتاری یکسان را نشان می‌دهد. با افزایش دما، جریان گرمایی به‌صورت غیرخطی افزایش می‌یابد و در دماهای بالا به مقدار ثابتی میل می‌کند؛ زیرا عدد اشغال برای الکترون‌هایی که به‌صورت گرمایی برانگیخته شده‌اند، حول ترازهای تشدیدی سامانه، تقریباً ثابت می‌شود (به‌شکل۳a توجه شود).

نتیجه‌گیری

در این مقاله پژوهشی به‌صورت نظری به‌بررسی ولتاژ و جریان دمایی و اتلاف گرما در نقطهٔ کوآنتومی مثلثی که به‌الکترودهای فلزی متصل است پرداخته‌ایم. محاسبات با استفاده از روش تابع گرین در مدل اندرسون با استفاده از روش معادله حرکت در حضور برهم‌کنش کولمبی در رژیم انسداد کولمبی انجام شده است. نتایج نشان می‌دهند که در نقطهٔ کوآنتومی مثلثی همانند نقطهٔ کوآنتومی تنها، ولتاژ و جریان دمایی رفتاری غیرخطی دارند و اندازه و علامت آنها به‌عواملی نظیر انرژی جایگاهی نقاط کوآنتومی و قدرت برهم‌کنش بین آنها بستگی دارد. بر پایهٔ محاسبات خودسازگار نشان دادیم که جریان گرمایی نیز برحسب افزایش ولتاژ بایاس، تابعی غیرخطی است. همچنین جریان گرمایی نسبت به تغییر علامت ولتاژ بایاس و به‌ازای تمامی مقادیر انرژی‌های جایگاهی نقاط کوآنتومی، تابعی غیرمتقارن است (بر خلاف نقطهٔ کوآنتومی تنها که به‌ازای انرژی جایگاهی $\varepsilon_0=-U/2$ متقارن است). این نتایج می‌توانند برای تعیین کارایی ادوات الکترونیکی نانومقیاس (که در آنها آثار غیرخطی مهم هستند) برای کنترل اتلاف گرما مفید باشد.

مرجع‌ها

[1] V. Talbo, J. Saint-Martin, S. Retailleau, P. Dollfus, Non-linear effects and thermoelectric efficiency of quantum dot-based single-electron transistors, *Scientific Reports 7* (2017) 14783. https://doi.org/10.1038/s41598-017-14009-4

[2] J. Urban, Prospects for thermoelectricity in quantum dot hybrid arrays, *Nature Nanotech* ***10*** (2015) 997–1001. https://doi.org/10.1038/nnano.2015.289

[3] M. Josefsson, A. Svilans, A.M. Burke, *et al.* A quantum-dot heat engine operating close to the thermodynamic efficiency

limits, *Nature Nanotech* ***13*** (2018) 920–924. https://doi.org/10.1038/s41565-018-0200-5

[4] F. Chi, Z.G. Fu, J. Liu, K.M. Li, Z. Wang, P. Zhang, Thermoelectric effect in a correlated quantum dot side-coupled to majorana bound states, *Nanoscale Research Letters* ***15*** (2020) 79. https://doi.org/10.1186/s11671-020-03307-y

[5] F.D. Ribetto, R.A. Bustos-Marún, H.L. Calvo, Role of coherence in quantum-dot-based nanomachines within the coulomb blockade regime, *Physical Review B* ***103*** (2021) 155435. https://doi.org/10.1103/PhysRevB.103.155435

[6] K. Jong, S.M. Ri, C.W. Ri, Parametric study for optimal performance of coulomb-coupled quantum dots, *Journal of Physics: Condensed Matter* ***33*** (2021) 375302. https://doi.org/10.1088/1361-648X/ac0f2a

[7] S. Banerjee, A Singha, A non-local cryogenic thermometer based on coulomb-coupled systems, *Journal of Applied Physics* ***129*** (2021) 114901. https://doi.org/10.1063/5.0032787

[8] S. Dorsch, A. Svilans, M. Josefsson, B. Goldozian, M. Kumar, C. Thelander, A. Wacker, A. Burke, Heat driven transport in serial double quantum dot devices, *Nano Letters* ***21*** (2021) 988–994. https://doi.org/10.1021/acs.nanolett.0c04017

[9] N.A. Zimbovskaya, Large enhancement of thermoelectric effects in multiple quantum dots in a serial configuration due to coulomb interactions, *Journal of Physics: Condensed Matter* ***34*** (2022) 255302. https://doi.org/10.1088/1361-648X/ac640c

[10] N.Taniguchi, Quantum control of nonlinear thermoelectricity at the nanoscale, *Physical Review B* ***101*** (2020) 115404. https://doi:10.1103/physrevb.101.115404

[11] Z. Sartipi, A. Hayati, J. Vahedi, Thermoelectric efficiency in three-terminal graphene nano-junctions, *The Journal of Chemical Physics* ***149*** (2018) 114103. https://doi.org/10.1063/1.5044660

[12] P.A. Erdman, J.T. Peltonen, B. Bhandari, B. Dutta, H. Courtois, R. Fazio, F. Taddei, J.P. Pekola, Nonlinear thermovoltage in a single-electron transistor, *Physical Review B* ***99*** (2019) 165405. https://doi.org/10.1103/PhysRevB.99.165405

[13] A.A.M. Staring, L.W. Molenkamp, B.W. Alphenaar, H. van Houten, O.J.A. Buyk, M.A.A. Mabesoone, C.W.J. Beenakker, C.T. Foxon, Coulomb-Blockade Oscillations in the Thermopower of a Quantum Dot. *Europhysics Letters* ***22*** (1993) 57. https://doi.org/10.1209/0295-5075/22/1/011

[14] S. Fahlvik Svensson, E.A. Hoffmann, N. Nakpathomkun, P.M. Wu, H.Q. Xu, H.A. Nilsson, D. Sanchez, V.Kashcheyevs, H. Linke, Nonlinear thermovoltage and thermocurrent in quantum dots, *New Journal of Physics* ***15*** (2013) 105011. https://doi.org/10.1088/1367-630/15/10/105011

[15] P. Reddy, S.Y. Jang, R.A. Segalman, A. Majumdar, Thermoelectricity in Molecular Junctions, *Science*, ***315*** (2007) 1568. doi: 10.1126/science.1137149

[16] M.A. Sierra, D. Sanchez, Strongly nonlinear thermovoltage and heat dissipation in interacting quantum dots, *Physical Review B* ***90*** (2014) 115313. https://doi.org/10.1103/PhysRevB.90.115313

[17] N.A. Zimbovskaya, Charge and heat current rectification by a double-dot system within the coulomb blockade regime, *Journal of Physics: Condensed Matter* ***32*** (2020) 325302 .https://doi.org/10.1088/1361-648X/ab83e9

[18] Y. Meir, N.S. Wingreen, Landauer formula for the current through an interacting electron region, *Physical Review Letters* ***68*** (1992) 2512. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.68.2512

[19] Y. Meir, N.S. Wingreen, P.A. Lee, Transport through a strongly interacting electron system: Theory of periodic conductance oscillations, *Physical Review Letters* ***66*** (1991) 3048. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.66.3048

[20] C.W.J. Beenakker, Theory of Coulomb-blockade oscillations in the conductance of a quantum dot, *Physical Review B* ***44*** (1991) 1646. https://doi.org/10.1103/PhysRevB.44.1646

[21] W. Lee, K. Kim, W. Jeong, L.A. Zotti, F. Pauly, J.C. Cuevas , P. Reddy, Heat dissipation in atomic-scale junctions, *Nature* ***498*** (2013) 209–212. https://doi.org/10.1038/nature12183

[22] L.A. Zotti, M. Bürkle, F. Pauly, W. Lee, K. Kim, W. Jeong, Y. Asai, P. Reddy, J.C. Cuevas, Heat dissipation and its relation to thermopower in single-molecule junctions, *New Journal of Physics* ***16*** (2014) 015004. https://doi.org/10.1088/1367-2630/16/1/015004