

Phase transition of Quasi-topological insulator to band insulator in bilayer Germanene

Saeedeh Mohammadi, Ayoub Esmailpour*

Department of Physics, Shahid Rajaei Teacher Training University, Lavizan, Tehran 16788-15811, Iran

Received: 14.08.2021 Final revised: 10.09.2022 Accepted: 06.02.2023

Doi link: [10.22055/jrmb.2023.18127](https://doi.org/10.22055/jrmb.2023.18127)

Abstract

Bilayer germanene nanoribbons (bGNR), due to interlayer bonds and strong spin-orbit coupling, have more application in the design of nano-devices and spintronics. Quantum transport properties and topological phases transition of zigzag superlattice bGNR exposed to the vertical electric field and Rashba spin-orbit coupling (RSOC) are studied within the tight-binding based non-equilibrium Green's function approach. Results demonstrate that by applying the vertical external electric field, a gap opening and metal-semimetal phase transition occur in the system. Meanwhile, we found the topological phase transition of a quasi-topological insulator-band insulator by applying a vertical electric field in bGNR. Further, results reveal that by tuning the RSOC strength, we can control the spin current. This controllability of spin and quantum transport in GNR may contribute to potential applications in nano-devices and the development of spintronic.

Keywords: Topological Phases Transition, Bilayer Germanene Nanoribbon, Vertical Electric Field, Rashba Spin-orbit Coupling, Spintronic

* Corresponding Author: esmailpour@sru.ac.ir

گذار فاز عایق شبه‌توپولوژیکی به عایق در ژرمانن دولایه

سعیده محمدی، ایوب اسماعیل پور*

گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران، ایران

دریافت: ۱۴۰۰/۰۵/۲۳ ویرایش نهائی: ۱۴۰۱/۰۶/۱۹ پذیرش: ۱۴۰۱/۱۱/۱۷

Doi link: [10.22055/jrmb.2023.18127](https://doi.org/10.22055/jrmb.2023.18127)

چکیده

نانونوار ژرمانن دولایه به دلیل پیوندهای بین دولایه و جفت‌شدگی اسپین-مدار قوی، دارای کاربردهای فراوانی در طراحی نانو دستگاه‌ها و دانش اسپیترونیک دارد. با استفاده از مدل تنگبست و رهیافت تابع گرین، ویژگی‌های تراپرد کوآنتومی و گذار فازهای توپولوژیکی نانونوار ابرشبکه ژرمانن دولایه با لبه زیگزاگ با اعمال میدان الکتریکی عمودی و جفت‌شدگی اسپین-مدار راشبا بررسی می‌شود. نتایج محاسبات نشان می‌دهد که اعمال میدان الکتریکی عمودی یک گاف انرژی ایجاد می‌کند و گذار فاز فلز-نیم‌فلز در سامانه اتفاق می‌افتد. همچنین، ما شاهد گذار فاز از عایق شبه‌توپولوژیکی به عایق با اعمال میدان الکتریکی عمودی در ژرمانن دولایه بودیم. علاوه بر این، نتایج نشان می‌دهد که با تغییر دادن قدرت جفت‌شدگی اسپین-مدار راشبا، جریان اسپینی قابل کنترل است. این توانایی کنترل جریان اسپینی و رسانش در نانونوار ژرمانن کاربردهای فراوانی در نانوقطعات الکترونیکی دارد و در توسعه اسپیترونیک مفید خواهد بود.

کلیدواژگان: گذار فازهای توپولوژیکی، نانونوار ژرمانن دولایه، میدان الکتریکی عمودی، جفت‌شدگی اسپین-مدار راشبا، اسپیترونیک

مقدمه

اسپین-مدار ذاتی آن گاف انرژی بین نوار رسانش و ظرفیت به اندازه $(meV) 23.9$ باز می‌کند [۱۰]. این مقدار گاف انرژی حتی از گاف انرژی سیلیسین $(meV) 1.55$ هم بیشتر می‌باشد [۱۰]. این خمیدگی ساختار باعث می‌شود که نوارهای لبه ژرمانن توسط یک میدان الکتریکی عمود شکافته شود [۱۱]. جالب‌تر اینکه، این شکاف از نوع اسپینی است که برای دو دره^۲ مخالف است و می‌تواند با تغییر قدرت میدان الکتریکی کنترل شود [۱۱]. این امر باعث شده است که محققان

نانونوارهای دوبعدی با ساختارهای لانه‌زنبوری به دلیل لبه‌های آنها باعث شده کاربرد فراوانی در دستگاه‌های نانو الکترونیک داشته باشند، شدیداً مورد توجه قرار گرفته‌اند [۶-۱]. ژرمانن، یک مواد دوبعدی با ساختار لانه‌زنبوری مشابه گرافن دارد اما دارای تفاوت‌هایی نسبت به گرافین است مانند: دارای ساختار خمیده‌ای دارد که این امر به دلیل بلند بودن طول پیوند اتم‌های ژرمانن می‌باشد [۹-۷]. علاوه بر این، ژرمانن، مانند سیلیسین از جفت‌شدگی اسپین-مدار^۱ بزرگی نسبت به گرافن برخوردار است. این جفت‌شدگی

* نویسنده مسئول: esmailpour@sru.ac.ir

1. Spin-orbit Coupling

2. Valley



می‌توان در سیلیسین چندلایه گاف انرژی را کنترل کرد و همچنین، این برهم‌کنش باعث معکوس شدن جریان اسپینی می‌شود [۲۳]. در حال حاضر، با توجه به اینکه جفت‌شدگی اسپین-مدار ذاتی ژرمان برابر با $(meV) 43$ [۱۱]، قدرت جفت‌شدگی اسپین-مدار راشبا برابر با $(meV) 10.7$ دارد [۱۱] که خیلی بیشتر از سیلیسین می‌باشد، انتظار می‌رود که این کنترل گاف انرژی و جریان اسپینی بهتر انجام شود. بنابر یک پژوهش که در مورد سیلیسین و ژرمان صورت گرفته است بیان شده است که ژرمان دارای تحرک‌پذیری حامل‌های بزرگی است که پیش‌بینی شده است ۲-۳ برابر بیشتر از تحرک‌پذیر حامل‌ها در سیلیسین می‌باشد [۱۰]. در نتیجه، به نظر می‌رسد ماده مناسب‌تری برای ساخت ترانزیستورها باشد. بنابر این اطلاعات، مطالعه ویژگی‌های الکتریکی و تراپردی ژرمان حائز اهمیت است. پس، در این پژوهش، ما با استفاده از رهیافت تابع گرین به مطالعه تأثیر اعمال میدان الکتریکی و تبدالی عمودی و همچنین، اعمال جفت‌شدگی راشبا در نانونوار ابرشبکه ژرمان دولایه خواهیم پرداخت. بنابراین، ما شاهد گذار فاز توپولوژیکی، عایق شبه‌توپولوژیکی^۵ به فاز عایق معمولی^۶ با اعمال میدان الکتریکی عمودی خواهیم بود. همچنین، شاهد ایجاد گاف انرژی به مراتب بیشتر از گرافن و سیلیسین در ژرمان خواهیم بود.

روش و مدل‌سازی

در این پژوهش، ما با استفاده از مدل تنگ‌بست هامیلتونی ابرشبکه ژرمان دولایه را ارائه می‌دهیم. سپس، با استفاده از این هامیلتونی‌ها و با رهیافت تابع گرین در کدنویسی متلب ویژگی‌های الکتریکی مانند:

به مطالعه ویژگی‌های کوآنتومی این ماده به عنوان یک عایق توپولوژیکی^۱ پرداخته‌اند [۱۲].

عایق توپولوژیکی، یک حالت جدیدی از ماده کوآنتومی است که در این حالت، ماده دارای یک گاف انرژی عایق در نوارهای توده همراه با لبه‌های بدون گاف عایق می‌باشد [۱۳، ۱۴]. این ویژگی به دلیل ترکیب جفت-شدگی اسپین-مدار و تقارن معکوس زمان^۲ ایجاد می‌شود که این لبه‌ها با تقارن معکوس زمانی محافظت می‌شوند [۱۵]. بنابراین، چنین موادی دارای فیزیک بسیار غنی هستند. عایق توپولوژیکی دوبعدی مانند: سیلیسین، ژرمان و استانین یک عایق هال اسپینی کوآنتومی^۳ با نوارهای لبه‌ای بدون گاف عایق هستند [۱۶]. این نوارهای لبه‌ای نزدیک به عدد صحیح حالت هال کوآنتومی می‌باشد. کان و میل، نشان دادند که گرافن دارای ویژگی یک عایق هال اسپینی کوآنتومی هست [۱۷]. با این وجود، جفت‌شدگی اسپین-مدار ذاتی در گرافن نسبتاً ضعیف است، اثر هال اسپینی کوآنتومی فقط در دمای غیرواقعی کم مشاهده می‌شود [۱۸، ۱۹]. پژوهشگران نشان دادند که ژرمان به دلیل دارا بودن جفت‌شدگی اسپین-مدار قوی، یک عایق توپولوژیکی است [۱۲]. در ژرمان، ساختار نواری با اعمال میدان الکتریکی E_z عمودی قابل کنترل می‌باشد. با توجه به بزرگ بودن گاف انرژی $(meV) 23.9$ در ژرمان، این ماده را کاندیدای مناسبی برای مشاهده اثر هال اسپینی کوآنتومی نسبت به گرافین و سیلیسین است. علاوه بر این، پژوهشگران نشان دادند که گاف انرژی نانونوار ژرمان به قدرت جفت‌شدگی اسپین-مدار راشبا^۴ [۲۰] و میدان تبدالی [۲۱، ۲۲] نیز بستگی دارد. اخیراً، ما در پژوهش قبلی نشان دادیم که با اعمال جفت‌شدگی اسپین-مدار راشبا

⁵ Quasi-topological Insulator

⁶ Band Insulator Phase

¹ Topological Insulator

² Time-reversal Symmetry

³ Quantum Spin Hall Insulator

⁴ Rashba Spin-orbit Coupling

است [۱۱]، جمله دوم جفت‌شدگی اسپین-مدار ذاتی بین همسایه‌های دوم را نشان می‌دهد. جمله سوم مربوط پتانسیل است که در اثر اعمال میدان الکتریکی عمود بر سطح E_z بین دو زیرشبکه A و B به وجود می‌آید. جمله چهارم، مغناطش تبدلی را نشان می‌دهد که میزان تبدلی M_z ممکن است در اثر مجاورت ژرمان با یک فرومغناطیس مانند رشد اتم‌های آهن به سطح ژرمان یا رشد ژرمان روی یک زیرلایه ماده فرومغناطیس به وجود می‌آید. جمله پنجم، جفت‌شدگی اسپین-مدار راشبا (λ_R) بین همسایه‌های اول و دوم را نشان می‌دهد که $\mu_{ij} = +1$ برای اتم‌های زیرشبکه A و $\mu_{ij} = -1$ برای اتم‌های زیرشبکه B و همچنین بردار $\vec{d}_{ij} = \vec{d}_{ij} / |\vec{d}_{ij}|$ یک‌ه در جهت بردار است که اتم‌های i و j را به هم متصل می‌کند، و $v_{ij} = (\vec{d}_i \times \vec{d}_j) / |\vec{d}_i \times \vec{d}_j|$ که \vec{d}_i و \vec{d}_j نزدیک‌ترین پیوندهایی هستند که همسایه‌های دوم را به هم متصل می‌کند. جمله ششم، مربوط به جفت‌شدگی اسپین-مدار راشبا برای نزدیک‌ترین همسایگی می‌باشد که توسط میدان الکتریکی خارجی القا می‌شود [۱۸، ۲۵].

مدل تنگ‌بست نانونوار ژرمان دولایه

هامیلتونی مدل تنگ‌بست برای نانونوار ژرمان دولایه با مدل برنالی (AB) [۲۶] به صورت زیر می‌باشد.

$$H_{BL} = H_1 + H_\gamma + H_{1\gamma}. \quad 1$$

که $H_{1(\gamma)}$ هامیلتونی برای لایه اول (دوم) و H_γ هامیلتونی ناشی از برهم‌کنش لایه بالایی با لایه پایینی نشان می‌دهد.

ساختار نواری، رسانش و چگالی حالت‌های الکترون را برای ژرمان تک‌لایه و دولایه بررسی می‌کنیم.

مدل تنگ‌بست نانونوار ژرمان تک‌لایه

هامیلتونی ژرمان تک‌لایه در مدل تنگ‌بست با در نظر گرفتن برهم‌کنش بین همسایه‌های اول و دوم را به صورت زیر بیان می‌شود [۲۴]:

$$H_1 = -t \sum_{\langle ij \rangle \alpha} c_{i\alpha}^\dagger c_{j\alpha} + \quad 1$$

$$i \frac{\lambda_{SO}}{3\sqrt{3}} \sum_{\langle\langle ij \rangle\rangle} v_{ij} c_{i\alpha}^\dagger \sigma_{\alpha\beta}^z c_{j\beta} +$$

$$\sum_{i,\alpha}^N V_i \eta_i c_{i\alpha}^\dagger c_{j\alpha} + M \sum_{i,\alpha} c_{i\alpha}^\dagger \sigma_{\alpha\beta}^z c_{j\alpha}$$

$$- i \frac{\gamma}{3} \lambda_R \sum_{\langle\langle ij \rangle\rangle} \mu_{ij} c_{i\alpha}^\dagger (\sigma \times \vec{d}_{ij})_{\alpha\beta}^z c_{j\beta}$$

$$+ i \lambda_R (E_z) \sum_{\langle\langle ij \rangle\rangle} c_{i\alpha}^\dagger (\sigma \times \hat{d}_{ij})_{\alpha\beta}^z c_{j\beta},$$

در معادله ۱ متغیرها به صورت زیر تعریف می‌شوند: $c_{i\alpha}^\dagger c_{i\alpha}$ اپراتورهای فنا (خلق) الکترون‌ها با اسپین α ، که می‌تواند \uparrow یا \downarrow باشد، در نقطه \vec{R}_j ، $\langle ij \rangle <$ و $\langle\langle ij \rangle\rangle$ به ترتیب جهش بین اولین و دومین همسایه‌ها، λ_{SO} قدرت برهم‌کنش اسپین-مدار ذاتی در ژرمان برابر با $\lambda_{SO} = 43 \text{ (meV)}$ [۱۱]، $\sigma = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ ماتریس پائولی، برای $v_{ij} = \pm 1$ حرکت ساعتگرد و پادساعتگرد انرژی جهش، $V_i = l e E_z$ پتانسیل الکتریکی که $l = 0.66 \text{ \AA}$ [۱۱] و میدان الکتریکی $E_z = 40 \text{ (mV/l)}$ عمود بر ورقه نانونوار ژرمان، $\eta_i = \pm 1$ برای زیر شبکه‌های A و B ، M شدت میدان تبدلی، شدت اسپین-مدار راشبا برابر با $\lambda_R = 10.7 \text{ (meV)}$ می‌باشد [۱۱]. جمله اول جهش بین همسایه‌های اول با انرژی $t = 1.3 \text{ (eV)}$

¹ Nearest/next-nearest-neighbor Hopping

روش تابع گرین غیر تعادلی

برای مطالعه ترابرد و چگالی حالت‌های الکترون سامانه مورد مطالعه از روش تابع گرین استفاده می‌شود. تابع گرین در زیر فضای قطعه به صورت زیر است:

$$G_S(E) = [(E + i\eta)I - H_D - \Sigma_L - \Sigma_R]^{-1} \quad ۴$$

در رابطه بالا η یک مقدار خیلی کوچک و $\Sigma_{L(R)}$ خود انرژی‌های الکترون چپ و راست می‌باشد که به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\Sigma_L = H_{\cdot,1}^\dagger g_{\cdot,1}^L H_{\cdot,1} \quad ۵$$

$$\Sigma_R = H_{1,\cdot}^\dagger g_{M+1,M+1}^R H_{1,\cdot} \quad ۶$$

که در روابط ۶ و ۷، $g_{\cdot,1}^L$ و $g_{M+1,M+1}^R$ عبارتند از:

$$g_{\cdot,1}^L = [(E + i\eta)I - H_{\cdot,1} - H_{-1,\cdot}^\dagger \tilde{T}]^{-1}, \quad ۷$$

$$g_{M+1,M+1}^R = [(E + i\eta)I - H_{1,\cdot} - H_{-1,\cdot}^\dagger T]^{-1}, \quad ۸$$

که M تعداد سلول‌های واحد در سامانه است. $H_{\cdot,1}$ و $H_{-1,\cdot}^\dagger$ به ترتیب هامیلتونی سلول واحد و هامیلتونی بین دو سلول واحد در الکترودها هستند. رسانش الکترون بر اساس الگوریتم برگشت پذیر سانجو می‌باشد [۲۹] که جزئیات روش در مرجع‌های [۳۳-۳۰] بیان شده است که مطابق زیر هستند:

$$T = t_1 + \tilde{t}_1 t_1 + \tilde{t}_1 \tilde{t}_1 t_1 + \dots + \tilde{t}_1 \tilde{t}_1 \dots t_n, \quad ۹$$

$$\tilde{T} = \tilde{t}_1 + t_1 \tilde{t}_1 + t_1 t_1 \tilde{t}_1 + \dots + t_1 t_1 \dots \tilde{t}_n, \quad ۱۰$$

$$t_i = (I - t_{i-1} \tilde{t}_{i-1} - \tilde{t}_{i-1} t_{i-1})^{-1} t_{i-1}^\dagger, \quad ۱۱$$

$$\tilde{t}_i = (I - t_{i-1} \tilde{t}_{i-1} - \tilde{t}_{i-1} t_{i-1})^{-1} \tilde{t}_{i-1}, \quad ۱۲$$

$$t_\cdot = [(E + i\eta)I - H_{\cdot,1}]^{-1} H_{\cdot,1}^\dagger, \quad ۱۳$$

هامیلتونی جفت‌شدگی دولایه باهم به صورت زیر

تعریف می‌شود:

$$H_{1,2} = t_1 \sum_{(i \in B, j \in A)\alpha} (c_{i\alpha}^\dagger c_{j\alpha} + c_{j\alpha}^\dagger c_{i\alpha}) \quad ۲$$

$$+ t_2 \sum_{(i \in B, j \in B)\alpha} (c_{i\alpha}^\dagger c_{j\alpha} + c_{j\alpha}^\dagger c_{i\alpha})$$

$$+ t_2 \sum_{(i \in A, j \in B)\alpha} (c_{i\alpha}^\dagger c_{j\alpha} + c_{j\alpha}^\dagger c_{i\alpha}).$$

در معادله ۳ پارامترهای به این شکل تعریف می‌شوند:

$(c_{i\alpha}^\dagger) c_{j\alpha}$ اپراتورهای خلق (فنا) الکترون با قطبش اسپینی α در لایه اول (دوم) در سایت $i(j)$ هستند، $t_1 = 2.05$ (eV) انرژی جهش برای جفت‌شدگی بین اوربیتال‌های زیرلایه $B_1 - A_1$ ، $t_2 = 0.152$ (eV) و $t_3 = 0.616$ (eV) به ترتیب انرژی جهش برای اتصال بین زیرلایه‌های $A_1 - B_1$ و $B_1 - B_1$ می‌باشد. بنابر تئوری تابعی چگالی^۱ برای ژرمان دولایه مدل AB طول پیوند بین لایه‌ای در ژرمان دولایه برابر با $d = 2.55 \text{ \AA}$ و این طول پیوند برای سیلیسین برابر با $d = 2.41 \text{ \AA}$ می‌باشد [۲۷] با این تفاوت مقدار کم، به نظر می‌رسد تفاوت چندانی در انرژی‌های جهش بین سیلیسین و ژرمان وجود نداشته باشد.

در ادامه، برای محاسبه ساختار نواری سامانه از مدل تنگ‌بست و تئوری بلوخ استفاده می‌کنیم که در این صورت می‌توان H_k به صورت زیر بیان کرد [۲۸]:

$$H_k = H_{\cdot,1} + H_{1,\cdot} e^{ika} + H_{-1,\cdot} e^{-ika}. \quad ۳$$

که در این معادله $H_{\cdot,1}$ هامیلتونی قطعه مرکزی، $H_{-1,\cdot}$ و $H_{1,\cdot}$ به ترتیب هامیلتونی‌های اتصال الکترودهای چپ و راست می‌باشد. در معادله ۴، a ثابت شبکه است که برای ژرمان برابر با $a = 4.02 \text{ \AA}$ می‌باشد [۱۱].

^۱. Density Functional Theory

اعمال میدان الکتریکی عمودی

در شکل ۲ رسانش و چگالی حالت‌های الکترون برای نانونوار ژرمانن تک‌لایه و دولایه برحسب انرژی فرودی در غیاب و حضور میدان الکتریکی برابر با میدان الکتریکی بحرانی یعنی $E_z = E_c = \lambda_{SO}/l = 130 (mV/\text{\AA})$ (در حالی که برای سیلیسین برابر با $E_c = 17 (mV/\text{\AA})$) را نشان می‌دهد [۲۴]. همان‌طور از این شکل مشخص است بدون اعمال میدان الکتریکی سامانه رفتار فلزی دارد و همچنین، طیف رسانش الکترون دارای تقارن می‌باشد. این تقارن ناشی از این امر می‌باشد که قسمت موهومی خودانرژی‌ها سامانه تابع زوجی از انرژی فرودی الکترون است [۳۷]. همچنین، این تقارن می‌تواند به دلیل برهم‌کنش اولین همسایگی هم باشد. در طیف رسانش الکترون ما شاهد پله‌هایی هستیم که همان کانال‌های عبور الکترون هستند. بنابراین، طیف رسانش الکترون کوآنتیده است و تعداد این پله‌ها وابسته به عرض نانونوار ژرمانن می‌باشد. در اینجا، ما عرض نانونوار را ۳۲ اتم در نظر گرفتیم و محدوده مورد مطالعه t تا t می‌باشد. در این محدوده و در حالت $E_z = 0$ مشاهده می‌شود که ۱۵ کانال عبور برای نانونوار ژرمانن تک لایه و ۲۵ کانال عبور برای ژرمانن دولایه وجود دارد. بنابراین، مشاهده می‌شود در حالت ژرمانن دولایه، رسانش الکترون و کانال‌های عبور الکترون افزایش یافته است. علاوه بر این، در ژرمانن دولایه، یک تغییرات یا به عبارت دیگر، پیک دیده می‌شود که این امر ناشی از برهم‌کنش بین لایه‌ای است. در نانونوار ژرمانن با لبه زیگزاگ، مشابه با گرافن، سرعت گروه $v_g = \hbar^{-1} \partial E / \partial k$ خیلی کوچک می‌باشد و چگالی بار در لبه‌های نانونوار جایگزیده می‌شود [۳۸]. اما با اعمال میدان الکتریکی عمودی، الکترون‌ها پراکنده می‌شوند و یک گاف انرژی ایجاد می‌شود. وقتی میدان

$$\tilde{t} = [(E + i\mu)I - H_{\dots}]^{-1} H_{\dots}, \quad 14$$

بنابراین، عبوردهی الکترون سامانه را می‌توان به صورت زیر بیان نمود [۳۴، ۳۵]:

$$T(E) = \text{Tr}[\Gamma_L G_S^\dagger \Gamma_R G_S], \quad 15$$

که در آن

$$\Gamma_{L(R)}(E) = i[\Sigma_{L(R)}^\dagger(E) - \Sigma_{L(R)}(E)]. \quad 16$$

با استفاده از فرمول لاندائو [۳۶] رسانش الکترون برابر با $G = (2e^2/h)T(E)$ است. همچنین، رابطه چگالی حالت‌های الکترون می‌توان به شکل زیر بیان نمود:

$$\text{DOS}(E) = -\frac{1}{\pi} \text{Im}(\text{Tr}(G_S(E))), \quad 17$$

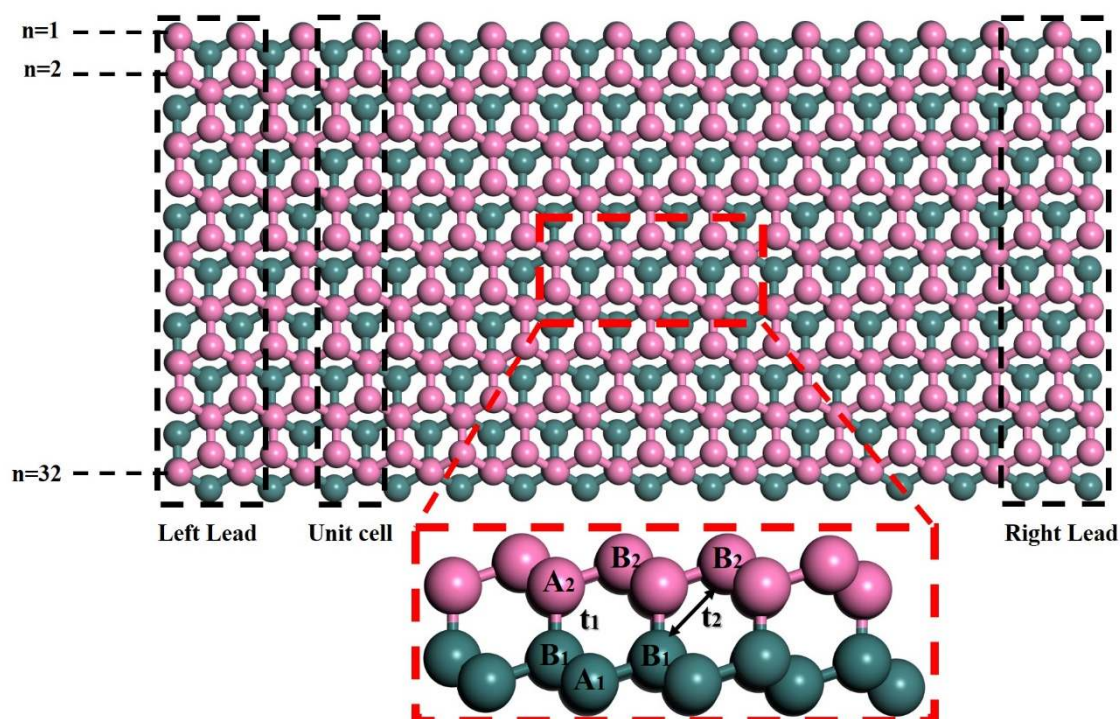
بحث و بررسی

در این قسمت، ویژگی‌های ترابرد کوآنتومی برای نانونوار ژرمانن دولایه با الکتروادهای فلزی نیمه‌متناهی مورد مطالعه قرار می‌گیرد. در این قسمت، با اعمال جفت‌شدگی اسپین-مدار ذاتی، در حضور و غیاب میدان‌های الکتریکی و تبادلی و جفت‌شدگی اسپین-مدار راشبا بررسی خواهد شد.

برای نمایش ساختار ابرشبکه ژرمانن متصل به دو الکتروود فلزی نیمه‌متناهی مورد مطالعه شکل ۱ ارائه شده است. در این شکل، یک ابرشبکه نانونوار ژرمانن دولایه با چینش مدل AB با لبه زیگزاگ $N = 32$ اتم را نشان می‌دهد. در شکل ۱، زیرشبکه‌های A_1 و B_1 برای لایه اول (بالایی) و زیرشبکه‌های A_2 و B_2 برای لایه دوم (پایینی) را نمایش می‌دهند.

الکتريکی عمودی برابر با میدان بحرانی باشد
 $(E_z = E_c)$ گاف انرژی برابر با
 $elE_z = 42.9 \text{ (meV)}$ در ژرمانن تک‌لایه ایجاد
 می‌شود (در حالی که این گاف انرژی در همین شرایط
 برای سیلیسین برابر با 3.91 (meV) است) و سیستم
 یک رفتار نیم‌فلز دارد. یک کانال عبور، رسانش کوآنتیده

در طیف رسانش الکترون ظاهر می‌شود. در
 نتیجه، یک کانال عبور الکترون برای هر اسپین ایجاد
 می‌شود که رسانش آن برابر با e^2/h می‌باشد. اما در
 غیاب میدان الکتريکی، نوارهای لبه با رسانش $2e^2/h$
 وجود دارد [۳۹].



شکل ۱. طرحی از ساختار نانونوار ابرشبکه ژرمانن دولایه با لبه زیگزاگ که اتم‌های سبز و صورتی به ترتیب نمایشگر لایه اول و دوم ژرمانن همراه با انرژی‌های جهش مربوطه.

با اعمال میدان الکتريکی برابر با میدان بحرانی
 $(E_z = E_c)$ ، در نانونوار ژرمانن دولایه به دلیل
 پراکندگی انرژی سهموی^۱ گاف نواری ناپدید می‌شود
 که این امر نشان‌دهنده رفتار فلزی است. در حالی که
 نانونوار ژرمانن تک‌لایه به دلیل پراکندگی خطی^۲ رفتار
 یک نیم‌فلز را دارد. این یافته‌های ما، با پیش‌بینی‌های
 از او و دی پادووا^۳ که در مورد نانونوار سیلیسین مطالعه
 نمودند، کاملاً موافق می‌باشد [۴۰، ۴۱]. همچنین، در

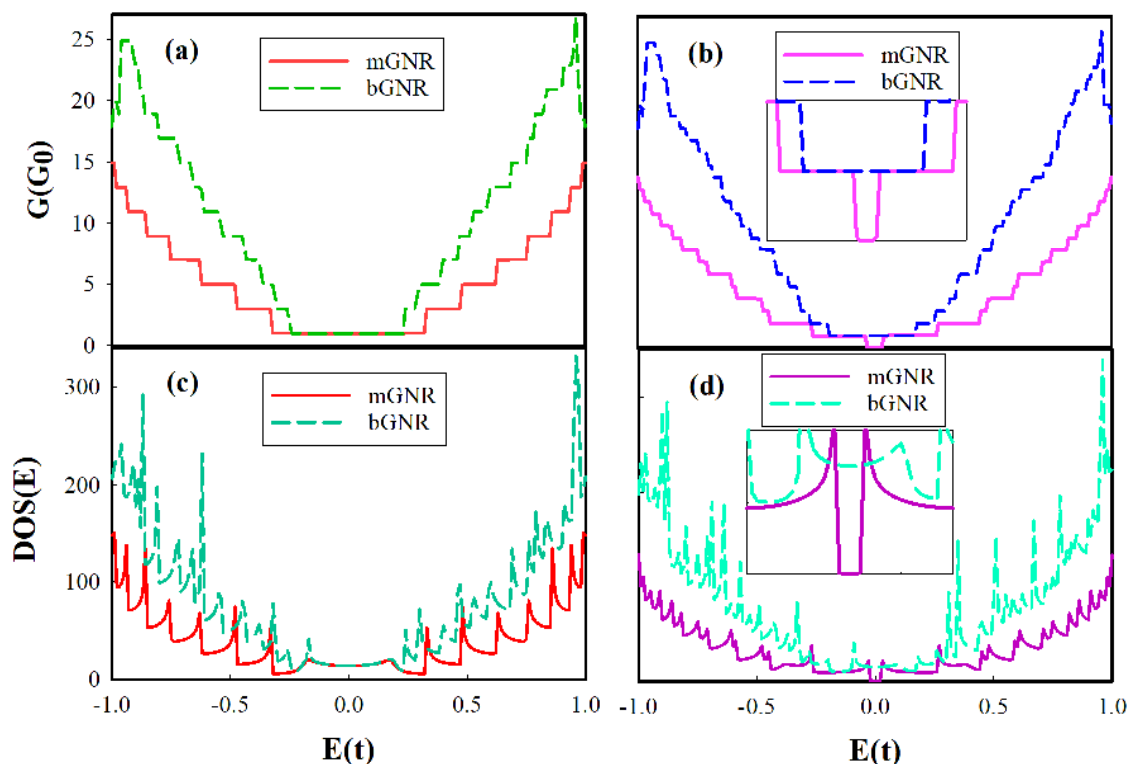
نانونوار ژرمانن دولایه به دلیل اثر تاب خوردگی مثلثی^۴
 گاف انرژی بسته می‌شود. این امر نیز با مشاهده‌های
 تجربی دی پادووا و همکاران سازگاری دارد [۴۱]. در
 نمودار چگالی حالت‌ها (قسمت ج و د) هم این امر را
 به‌نمایش می‌گذارد. در این نمودارها، پیک‌ها همان
 تکینگی‌های وان هوف در فضای مد می‌باشند که مطابق
 با پله‌های نمودار رسانش هستند.

³. De Padova

⁴. Trigonal Warping Effect

¹. Parabolic Energy Dispersion

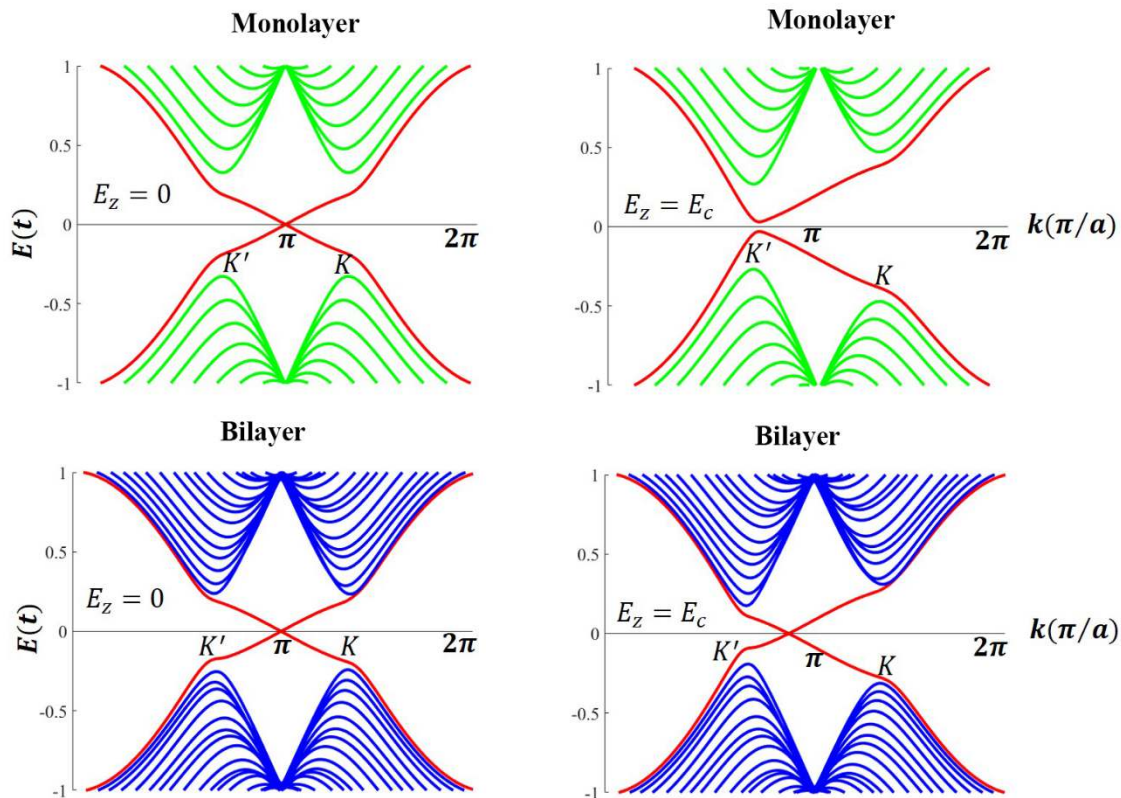
². Linear Dispersion



شکل ۲. رسانش و چگالی الکترون برحسب انرژی فرودی برای نانونوار ژرمانن تک‌لایه و دولایه در غیاب (الف و ج) و حضور میدان الکتریکی برابر با میدان الکتریکی بحرانی (ب و د).

الکتریکی ($E_z = 0$) ما شاهد بسته شدن گاف نواری هستیم و به عبارت دیگر، مدهای لبه (رنگ قرمز) در نوارهای رسانش و ظرفیت همدیگر را قطع کرده‌اند. از این شکل می‌توان مشاهده کرد که پایین‌ترین دو نوار فرعی در $E_F = 0$ با همدیگر تلاقی می‌کنند. بنابراین، سامانه رفتار فلزی از خود نشان می‌دهد.

برای نمایش بهتر ایجاد گاف انرژی و گذار فاز، ساختار نواری نانونوارهای ژرمانن تک‌لایه و دولایه در شکل ۳ ارائه می‌شود. در این شکل، با قدرت جفت‌شدگی اسپین-مدار ذاتی برابر با $\lambda_{SO} = 0.2t$ در نظر گرفته شده است. برای محاسبه ساختار نواری ما از محدوده $0 \leq k \leq 2\pi$ برای نمایش بهتر استفاده کردیم. همان‌طور که در شکل ۳ مشاهده می‌شود در غیاب میدان



شکل ۳. ساختار نواری برای ابرشبکه نانونوار ژرمان تک لایه و دولایه در حالت های $E_z = E_c$ و $E_z = 0$. نوارهای قرمز مربوط به نوارهای لبه و نوارهای آبی و سبز رنگ مربوط به نوارهای توده می باشد.

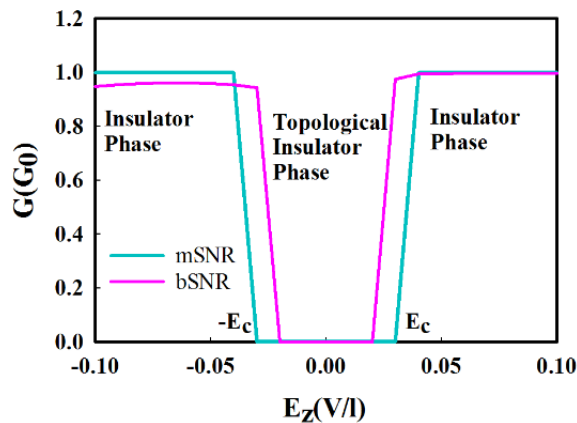
نقاط K' و K مشاهده می شود. همچنین، رابطه پراکندگی انرژی در نوارهای توده به فرم $E_{s_z}^{\eta}(N) = \sqrt{(\hbar \omega_c)^2 N + (\Delta_{s_z}^{\eta})^2}$ که در آن $\Delta_{s_z}^{\eta} = \lambda_{SO}$ هست، می باشد. اما برای نوارهای لبه با رابطه پراکندگی انرژی $E = \pm \lambda_{SO} \hbar v_F k_x / t$ بیان می شود [۴۵]. در شکل ۳ به وضوح می توان دید که نوارهای لبه با انرژی صفر ظاهر شدند و نوارهای توده در $\lambda_{SO} \neq 0$ یک عایق توپولوژیکی هستند که این مطابق پیش بینی های از او و ناگائوسا^۱ می باشد [۴۵]. همچنین، مشاهده می شود که نوارهای لبه در $k_x = \pi$ برای حالتی که $E_z = 0$ باهم تلاقی دارند. برطبق رابطه پراکندگی انرژی $(E = \pm \lambda_{SO} \hbar v_F k_x / t)$ سرعت الکترون در نوارهای لبه تقریباً ثابت و متناسب با

مشابه با گرافن، در ژرمان نیز نوارهای انرژی در اطراف انرژی صفر تقریباً تخت در $ka = 2\pi$ [۴۲] هستند که به حالت های لبه مشهور هستند [۴۳، ۴۴]. در این حالت، سرعت گروه $v_g = \hbar^{-1} \partial E / \partial k$ خیلی کوچک می باشد و چگالی بار در لبه های زیگزاگ نانونوار ژرمان جایگزیده می شود. پارامتر λ_{SO} تأثیر قابل توجهی بر ساختار نواری ندارد، اما سرعت گروه در $\lambda_{SO} = 0$ در نقطه $ka = 2\pi$ ناپدید می شود [۲۹] که تفاوت بین نانونوار گرافن و ژرمان را نشان می دهد. از این شکل مشخص است که با افزودن لایه، تعداد نوارهای فرعی برای نانونوار دولایه افزایش می یابد. در مرجع [۴۵] نشان داده شده است که ژرمان در حالت $E_z = M_z = 0$ یک عایق حال اسپینی کوانتومی می باشد و پایین ترین نوارهای فرعی از طیف توده در

¹ Nagaosa

جفت‌شدگی اسپین-مدار λ_{SO} می‌باشد. اما وقتی میدان الکتریکی عمودی برابر با میدان الکتریکی بحرانی ($E_z = E_c = \lambda_{SO}/l = 130 (mV/\text{\AA})$) اعمال می‌شود، نانونوار ژرمانن تک‌لایه به دلیل رابطه پراکندگی خطی رفتار یک نیم‌فلز را دارد. در حالی که در همین شرایط، در نانونوار ژرمانن دولایه به دلیل رابطه پراکندگی سهموی گاف انرژی ناپدید می‌شود که این امر نشان‌دهنده رفتار فلزی در سامانه است.

در شکل ۴ رسانش الکترون برحسب پتانسیل الکتریکی ایجاد شده را برای نانونوارهای ژرمانن تک‌لایه و دولایه نشان می‌دهد. گاف انرژی برای معادله ۱ در نانونوار ژرمانن تک‌لایه با اعمال میدان الکتریکی به صورت معمولی دارد [۴۶].



شکل ۴. رسانش الکترون برحسب میدان الکتریکی عمودی برای تک‌لایه (رنگ سبز) و دولایه (رنگ صورتی) نانونوار ژرمانن همراه با گذار فاز ایجاد شده از فاز عایق به عایق توپولوژیکی.

برای نانونوار ژرمانن دولایه، در $E_z \neq \pm E_c$ که میدان الکتریکی بحرانی برابر با $E_c = s\lambda_{SO}/L$ است، یک رفتار عایق دارد. اما در $|E_z| > E_c$ ، گاف انرژی برابر با $\Delta = 2\lambda_{SO} - 2L|E_z|$ باز می‌شود [۴۰]. این رفتار مشابه رفتار یک عایق توپولوژیکی است بنابراین، منطقی به نظر می‌رسد که این رفتار را عایق شبه‌توپولوژیکی نام‌گذاری شود. در نتیجه، در ژرمانن

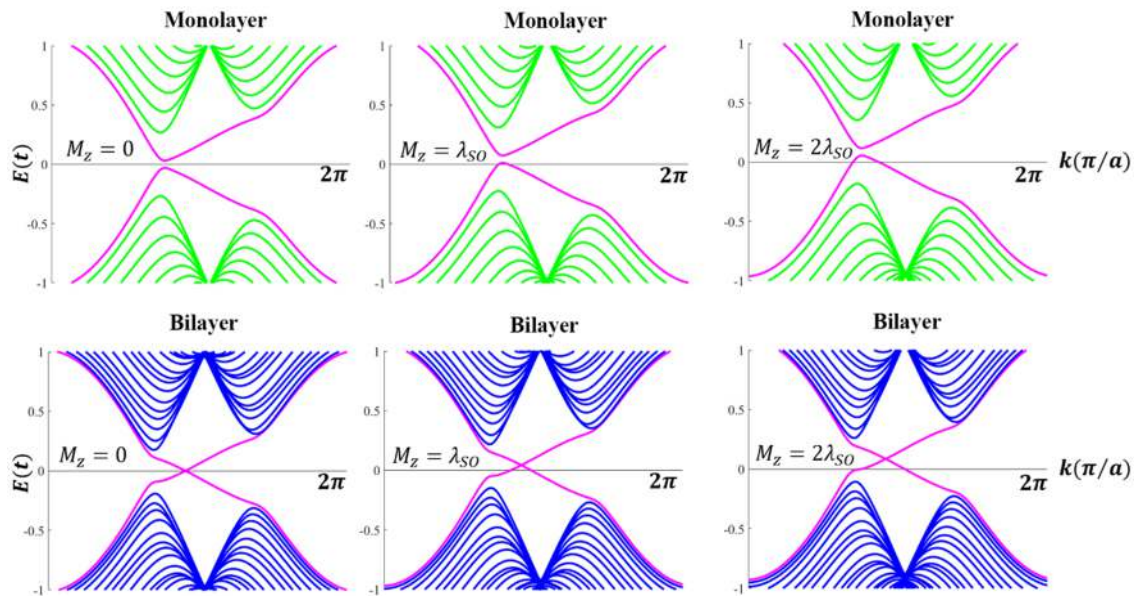
دولایه ما شاهد گذار فاز از عایق شبه‌توپولوژیکی به عایق معمولی هستیم.

اعمال میدان تبدلی

در شکل ۵ ساختار نواری نانونوار ژرمانن تک‌لایه و دولایه با در نظر گرفتن میدان الکتریکی عمودی و در مقادیرهای متفاوت میدان تبدلی (M_z) را نشان می‌دهد. در این شکل، مشاهده می‌شود که با افزایش میدان تبدلی M_z ، برای اسپین بالا، مخروط‌های دیراک

برای اسپین بالا، مخروط‌های دیراک

به سمت بالا رانده می‌شوند. یا به عبارت دیگر، جمعیت اسپینی را به سمت بالا متمرکز می‌کند. برطبق مرجع [۱۱]، وقتی که $|M| \leq \lambda_{SO} (1 + a^2 \lambda_R^2 / \hbar^2 v_F^2)$ ، در $k = 0$ گاف نواری برابر با $\Delta = |M - s \lambda_{SO}|$ می‌شود.

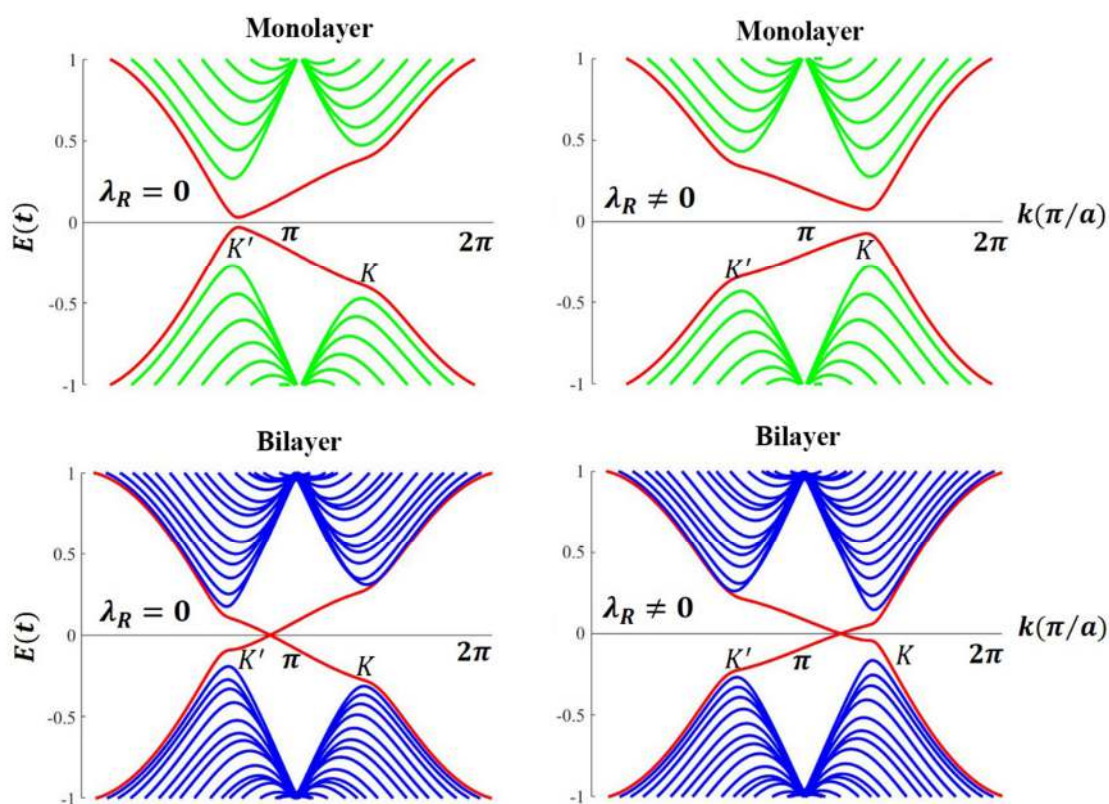


شکل ۵. ساختار نواری نانونوار ژرمانن تک‌لایه و دولایه با اعمال میدان الکتریکی و در حضور و غیاب میدان تبادل. نوارهای آبی و سبز مربوط به نوارهای توده و نوارهای صورتی برای نوارهای لبه می‌باشد.

اعمال جفت‌شدگی راشبا

برای درک بهتر نقش جفت‌شدگی اسپین-مدار راشبا برای ژرمانن تک‌لایه و دولایه شکل ۶ نشان داده شده است. این شکل مربوط به نوارهای اسپین بالا برای ژرمانن تک‌لایه و دولایه در $E_z = E_c$ و $\lambda_{SO} = 0.7t$ در غیاب و حضور جفت‌شدگی اسپین-مدار راشبا را نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود یک تغییر در قطبش اسپین در حضور جفت‌شدگی راشبا اتفاق افتاده است. به دلیل قفل‌شدگی اسپین-دره در ژرمانن، هر دره مؤلفه متفاوتی از

حالت اسپین را دارند. به همین دلیل، وقتی انرژی گاف نواری در این دره‌ها متفاوت باشد، این عدم تعادل جمعیت اسپینی و یا قطبش اسپینی در سیستم به وجود می‌آید، را نشان می‌دهد. علاوه بر این، در این شکل با اعمال جفت‌شدگی راشبا یک گاف انرژی در نوارهای لبه برای تک‌لایه که گاف انرژی تقریباً برابر با $\Delta(E_z) = -s \lambda_{SO} + (\sqrt{2}) (l E_z + \sqrt{(l E_z)^2 + \lambda_R^2})$ ایجاد می‌شود [۴۷].



شکل ۶. ساختار نواری ژرمانن تک‌لایه و دولایه با اعمال میدان الکتریکی بحرانی در غیاب و حضور جفت‌شدگی اسپین-مدار راشبا. نوارهای آبی و سبز نشان‌دهنده نوارهای توده و نوارهای قرمز مربوط به نوارهای لبه می‌باشد.

نتیجه‌گیری

در این پژوهش، ابتدا به مطالعه تأثیر اعمال میدان الکتریکی (با در نظر گرفتن برهم‌کنش اسپین-مدار ذاتی) بر روی نانوساختارهای ژرمانن تک‌لایه و دولایه پرداختیم. در این مقاله، محاسبات ما براساس مدل تنگ‌بست و رهیافت تابع گرین غیرتعادلی صورت گرفت. ما مشاهده کردیم که بدون اعمال میدان الکتریکی سامانه رفتار فلزی دارد. اما با اعمال میدان الکتریکی در نانونوار ژرمانن، شاهد گذار فاز به حالت عایق توپولوژیکی خواهیم بود. همچنین، با افزایش لایه در نانونوار ژرمانن دولایه تعداد زیرنوارها در ساختار نواری افزایش می‌یابد. با اعمال میدان تبدلی (اثر زیمان) مشاهده می‌شود که جمعیت اسپین‌ها را در

مخروط‌های دیراک می‌توان کنترل کرد. با دقت در مقدار گاف انرژی در ژرمانن تک‌لایه و دولایه در اعمال میدان الکتریکی برابر با میدان الکتریکی بحرانی ($E_z = E_c$) شاهد تغییرات چشمگیری هستیم. در این حالت، ژرمانن تک‌لایه به دلیل رابطه پراکندگی خطی دارای رفتار نیم‌فلز می‌باشد. در حالی که در همین شرایط ژرمانن دولایه به دلیل رابطه پراکندگی سهموی دارای رفتار فلز می‌باشد. با اعمال الکتریکی بحرانی ($E_z = E_c$)، ما گذار فاز از یک عایق توپولوژیکی به فاز عایق را در ژرمانن تک‌لایه شاهد بودیم. اما در همین شرایط، ژرمانن دولایه یک گذار فاز از عایق شبه‌توپولوژیکی به عایق را از خود نشان داد. علاوه براین، اثر جفت‌شدگی اسپین-مدار راشبا در سامانه مورد بررسی قرار گرفت. در حضور جفت‌شدگی راشبا

<https://doi.org/10.1103/PhysRevB.94.045443>.

[6] M. Tahir, Q.Y. Zhang, U. Schwingenschlögl, Floquet edge states in germanene nanoribbons, *Scientific Reports* **6** (2016) 31821. [doi: 10.1038/srep31821](https://doi.org/10.1038/srep31821).

[7] K. Takeda, K. Shiraishi, Theoretical possibility of stage corrugation in Si and Ge analogs of graphite, *Physical Review B* **50** (1994) 14916. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.50.1491>.

[8] G.G. Guzmán-Verri, L.C. Lew Yan Voon, Electronic structure of silicon-based nanostructures, *Physical Review B* **76** (2007) 075131. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.76.075131>.

[9] S. Cahangirov, M. Topsakal, E. Aktürk, H. Şahin, S. Ciraci, Two- and One-Dimensional Honeycomb Structures of Silicon and Germanium, *Physical Review Letter* **102** (2009) 236804. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.102.236804>.

[10] A. Acun, L. Zhang, P. Bampoulis, M.V. Farmanbar, A. van Houselt, A.N. Rudenko, H.J. Zandvliet, Germanene: the Germanium Analogue of Graphene, *Journal of Physics: Condensed Matter* **27** 44 (2015) 443002. [doi:10.1088/0953-8984/27/44/443002](https://doi.org/10.1088/0953-8984/27/44/443002).

[11] M. Ezawa, Monolayer Topological Insulators: Silicene, Germanene, and Stanene, *Journal of the Physical Society of Japan* **84** (2015) 121003. <https://doi.org/10.7566/JPSJ.84.121003>.

[12] L. Matthes, F. Bechstedt, Influence of edge and field effects on topological states of germanene nanoribbons from self-consistent calculations, *Physical Review B* **90** (2014) 165431. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.90.165431>.

[13] M.Z. Hasan, L.K. Charles, Colloquium: topological insulators, *Reviews of Modern*

جریان اسپینی در سامانه معکوس شد، یعنی با اعمال جفت‌شدگی راشبا می‌توان جریان اسپینی را کنترل کرد. در نتیجه، این یافته‌های ما یک گامی مهم برای توسعه دانش اسپیترونیک ارائه می‌دهد و همچنین، می‌توان در تولید نانوقطعات الکترونیکی و ترانزیستورهای مبتنی بر ژرمانن از این نتیجه بهره جست.

سیاس‌گذاری

از دانشگاه تربیت دبیری شهید رجائی برای حمایت در تحقق این پژوهش سپاس‌گزاریم.

مرجع‌ها

[1] Y. Xu, G. Jin, Manipulating topological inner-edge states in hybrid silicene nanoribbons, *Physical Review B* **95** (2017) 155425.

<https://doi.org/10.1103/PhysRevB.95.155425>.

[2] A. Hattori, S. Tanaya, K. Yada, M. Araidai, M. Sato, Y. Hatsugai, K. Shiraishi, Y. Tanaka, Edge states of hydrogen terminated monolayer materials: silicene, germanene and stanene ribbons, *Journal of Physics: Condensed Matter* **29** (2017) 11. [DOI: 10.1088/1361-648x/aa57e0](https://doi.org/10.1088/1361-648x/aa57e0).

[3] Y. Ding, Y. Wang, Electronic structures of zigzag silicene nanoribbons with asymmetric $sp^2 - sp^3$ edges, *Applied Physics Letters* **102** (2013) 143115. <https://doi.org/10.1063/1.4801948>.

[4] D.Z. Jakovljevi, M.M. Gruji, M.Z. Tadi, F.M. Peeters, Helical edge states in silicene and germanene nanorings in perpendicular magnetic field, *Journal of Physics: Condensed Matter* **30** (2017) 3, <https://doi.org/10.1088/1361-648X/aa9e67>.

[5] M. Zare, F. Parhizgar, R. Asgari, Topological phase and edge states dependence of the RKKY interaction in zigzag silicene nanoribbon, *Physical Review B* **94** (2016) 045443.

- 0.
- [21] J. Zheng, F. Chi, Y. Guo, Spin-current diodes based on germanene and stanene subjected to local exchange fields, *Applied Physics Letters* **113** (2018) 112404. <https://doi.org/10.1063/1.5041899>.
- [22] J. Zheng, F. Chi, Y. Guo, Thermal Spin Generator Based on a Germanene Nanoribbon Subjected to Local Noncollinear Exchange Fields, *Physical Review Applied* **9** (2018) 024012. <https://doi.org/10.1103/PhysRevApplied.9.024012>.
- [23] S. Mohammadi, A. Phirouznia, M. Esmailpour, Topological phases in few-layer silicene nanoribbon induced by normally applied electric field and Rashba spin-orbit coupling, *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures* **133** (2021) 114803. <https://doi.org/10.1016/j.physe.2021.114803>.
- [24] M. Ezawa, Valley-Polarized Metals and Quantum Anomalous Hall Effect in Silicene, *Physical Review Letter* **109** (2012) 055502. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.109.055502>.
- [25] W.K. Tse, Z. Qiao, Y. Yao, A.H. MacDonald, Q. Niu. Quantum anomalous Hall effect in single-layer and bilayer graphene. *Physical Review B* **83** (2011) 155447. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.83.155447>.
- [26] S. Yuan, H. De Raedt, M.I. Katsnelson, Electronic Transport in Disordered Bilayer and Trilayer Graphene. *Physical Review B* **82** (2010) 235409. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.82.235409>.
- [27] C. Huang, J. Zhou, H. Wu, K. Deng, P. Jena, E. Kan, Quantum Phase Transition in Germanene and Stanene Bilayer: From Normal Metal to Topological Insulator, *The Journal of Physical Chemistry Letters* **7** (2016) 1919-1924. <https://doi.org/10.1021/acs.jpcllett.6b00651>.
- Physics* **82** (2010) 3045. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.82.3045>.
- [14] X.L. Qi, S.C. Zhang, Topological insulators and superconductors, *Reviews of Modern Physics* **83** (2011) 1057. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.83.1057>.
- [15] M. Ezawa, Dirac Theory and Topological Phases of Silicon Nanotube, *Europhysics Letters* **98** (2012) 6. <http://iopscience.iop.org/0295-5075/98/6/67001>.
- [16] C. Wu, B.A. Bernevig, S.C. Zhang, Helical Liquid and the Edge of Quantum Spin Hall Systems, *Physical Review Letter* **96** (2006) 106401. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.96.106401>.
- [17] C.L. Kane, E.J. Mele, Quantum Spin Hall Effect in Graphene, *Physical Review Letter* **95** (2005) 226801. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.95.226801>.
- [18] H. Min, J.E. Hill, N.A. Sinitsyn, B.R. Sahu, L. Kleinman, A.H. MacDonald, Intrinsic and Rashba spin-orbit interactions in graphene sheets, *Physical Review B* **74** (2006) 165310. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.74.165310>.
- [19] Y. Yao, F. Ye, X. L. Qi, S. C. Zhang, Z. Fang. Spin-orbit gap of graphene: First-principles calculations, *Physical Review B* **75** (2007) 041401. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.75.041401>.
- [20] C.C. Liu, H. Jiang, Y. Yao. Low-energy effective hamiltonian involving spin-orbit coupling in silicene and two-dimensional germanium and tin, *Physical Review B* **84** 19 (2011) 195430. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.84.195430>

- [36] S. Datta, *Quantum Transport: Atom to Transistor*. Cambridge University Press. England (2005).
- [37] N.V. Grib, D.A. Ryndyk, R. Gutierrez, G. Cuniberti, Distance-dependent coherent charge transport in DNA: crossover from tunneling to free propagation. *Journal of Biophysical Chemistry* **1** (2010) 77. [doi:10.4236/jbpc.2010.12010](https://doi.org/10.4236/jbpc.2010.12010).
- [38] K. Nakada, M. Fujita, G. Dresselhaus, M.S. Dresselhaus, Edge state in graphene ribbons: nanometer size effect and edge shape dependence, *Physical Review B* **54** (1996) 17954. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.54.17954>
- [39] M. Ezawa, Quantized conductance and field-effect topological quantum transistor in silicene nanoribbons, *Applied Physics Letters* **102** (2013) 172103. <https://doi.org/10.1063/1.4803010>.
- [40] M. Ezawa, Quasi-Topological Insulator and Trigonal Warping in Gated Bilayer Silicene, *Journal of The Physical Society of Japan* **81** (2012) 104713. <https://doi.org/10.1143/JPSJ.81.104713>.
- [41] P.D. Padova, P. Vogt, A. Resta, J. Avila, I. Rizado-Colambo, C. Quaresima, C. Ottaviani, B. Olivieri, T. Bruhn, T. Hirahara, T. Shirai, S. Hasegawa, M.C. Asensio, G.L. Lay, Evidence of Dirac fermions in multilayer silicene, *Applied Physics Letters* **102** (2013) 163106. <https://doi.org/10.1063/1.4802782>.
- [42] Y.L. Song, Y. Zhang, J.M. Zhang, D.B. Lu, Effects of the edge shape and the width on the structural and electronic properties of silicene nanoribbons. *Applied Surface Science* **256** (2010) 6313-7. <https://doi.org/10.1016/j.apsusc.2010.04.009>.
- [43] M. Fujita, K. Wakabayashi, K. Nakada, K. Kusakabe, Peculiar Localized State at Zigzag Graphite Edge, *Journal of the Physical Society of Japan* **65** (1996) 1920-3. <https://doi.org/10.1143/jpsj.65.1920>.
- [44] Y. Miyamoto, K. Nakada, M. Fujita, First-principles study of edge states of H-terminated graphitic ribbons, *Physical*
- [28] K. Shakouri, H. Simchi, M. Esmailzadeh, H. Mazidabadi, F.M. Peeters, Tunable spin and charge transport in silicene nanoribbons, *Physical Review B* **92** (2015) 035413. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.92.035413>.
- [29] M.P.L. Sancho, J.M.L. Sancho, J. Rubio, Quick iterative scheme for the calculation of transfer matrices: application to Mo (100), *Journal of Physics F: Metal Physics*, **14** (1984) 1205. <http://iopscience.iop.org/0305-4608/14/5/016>.
- [30] S. Mohammadi, F. Khoeini, M. Esmailpour, M. Khalkhali, Investigation of electrical properties in AB-Stacked bilayer Graphene-DNA nanostructures, *Superlattices and Microstructures* **130** (2019) 182. <https://doi.org/10.1016/j.spmi.2019.04.029>.
- [31] T.C. Li, S.P. Lu, Quantum conductance of graphene nanoribbons with edge defects, *Physical Review B* **77** (2008) 085408. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.77.085408>.
- [32] F. Khoeini, A.A. Shokri, F. Khoeini, Electronic transport through superlattice-graphene nanoribbons, *The European Physical Journal B* **75** (2010) 505. <https://doi.org/10.1140/epjb/e2010-00159-5>.
- [33] S. Mohammadi, M. Esmailpour, F. Khoeini. Investigation of Graphene and Silicene-DNA nanostructures: DNA Sensing, *Journal of Research on Many-body Systems* **10** 2 (2020) 1-12. doi:[10.22055/jrmbms.2020.15567](https://doi.org/10.22055/jrmbms.2020.15567)
- [34] S. Datta, *Electronic Transport in Mesoscopic Systems*, Cambridge University Press. Cambridge (1997).
- [35] S. Mohammadi, F. Khoeini, M. Esmailpour, A. Esmailpour, M. Akbari-Moghanjoughi, Tunable transport properties in graphene-DNA and silicene-DNA by controlling the thickness of nanopores. *Chemical Physics* **541** (2021) 111048. <https://doi.org/10.1016/j.chemphys.2020.111048>.

in Physics **79** (2016) 126501.
<http://iopscience.iop.org/0034-4885/79/12/126501>.

[47] M. Ezawa, Topological Phase Transition and Electrically Tunable Diamagnetism in Silicene, *The European Physical Journal B* **85** (2012) 363. doi: [10.1140/epjb/e2012-30577-0](https://doi.org/10.1140/epjb/e2012-30577-0).

Review B **60** (1999) 16211.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevB.59.985>.

[45] M. Ezawa, N. Nagaosa, Interference of topologically protected edge states in silicene nanoribbons, *Physical Review B* **88** (2013) 121401(R).
<https://doi.org/10.1103/PhysRevB.88.121401>.

[46] S. Chowdhury, D. Jana, A theoretical review on electronic, magnetic and optical properties of silicone, *Reports on Progress*