Document Type: Full length research Paper
Pages: 69-83

Nonclassical properties of quantum binomial state in inertial and accelerated motion

Seyedeh Robabeh Miry*, Fatemeh Ahmadi

Department of Engineering Sciences and Physics, Buein Zahra Technical University, Buein Zahra, Qazvin, Iran

Received: 22.08.2022 Final revised: 16.05.2023 Accepted: 10.07.2023

Doi: 10.22055/jrmbs.2023.18417

Abstract

In this article, we considered the effect of uniform acceleration on the quantum binomial state, which consists of a superposition of single-mode Fock states with binomial coefficients. In particular, we studied the nonclassical features of the quantum binomial state under Unruh effect. We obtained analytically various witnesses of nonclassicality such as squeezing, Mandel parameter, and Vogel's criterion. We found that squeezing could be increased or decreased by the Unruh effect for different observers. In addition, with the increase of the number of single-mode Fock states in the quantum binomial state, the squeezing increases. Moreover, we found the Mandel parameter and Vogel's criterion which is a sufficient condition for the nonclassicality of the state and compared the results with the inertial observer.

Keywords: Quantum binomial state, Unruh effect, Squeezing, Mandel parameter, Vogel's criterion.

* Corresponding Author: zahramiry@bzte.ac.ir

ویژگی‌های غیرکلاسیکی حالت کوآنتومی دوجمله‌ای در حرکت لخت و شتابدار

سیده ربابه میری*، فاطمه احمدی

گروه علوم مهندسی و فیزیک، مرکز آموزش عالی فنی و مهندسی بوئین زهرا، بوئین زهرا، قزوین، ایران

دریافت: ۱۴۰۱/۰۵/۳۱ ویرایش نهائی: ۱۴۰۲/۰۲/۲۶ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۲/۱۹

Doi: 10.22055/jrmbs.2023.18417

چکیده

در این مقاله ویژگی‌های غیرکلاسیکی حالت کوآنتومی دوجمله‌ای در سامانه‌ای با حرکت شتابدار مورد بررسی قرار گرفته است. حالت کوآنتومی دوجمله‌ای برهم‌نهی از حالت‌های عددی با ضرایب بسط دوجمله‌ای است و در چارچوب لخت دارای ویژگی‌های غیرکلاسیکی است. در حرکت شتابدار، طبق اثر اونرا، حالت خلأ ناظر شتابدار با ناظر لخت یکسان نیست. برای بررسی اثر اونرا بر ویژگی‌های غیرکلاسیکی حالت کوآنتومی دوجمله‌ای، چلاندگی، پارامتر مندل و سنجهٔ فوگل از دید ناظر لخت و شتابدار بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش شتاب، چلاندگی با توجه به‌شرایط می‌تواند افزایش یا کاهش یابد. افزون بر این نشان داده شده است که در حالت سکون یا شتابدار، با افزایش تعداد جملات بسط حالت کوآنتومی دوجمله‌ای، بر عمق و گسترهٔ چلاندگی افزوده می‌گردد. به‌همین ترتیب پارامتر مندل و سنجهٔ فوگل نیز برای حرکت شتابدار محاسبه شده است و نتایج با حالت غیر شتابدار مقایسه شده است.

کلیدواژگان: حالت کوآنتومی دوجمله‌ای، اثر اونرا، چلاندگی، پارامتر مندل، سنجه فوگل

مقدمه

نظریهٔ اطلاعات کوآنتومی به‌مسائلی می‌پردازد که در آنها اطلاعات در سامانه‌های کوآنتومی ذخیره، منتقل و پردازش می‌شوند. بخش مهمی از مطالعات اخیر به اثرات کوآنتومی در مقیاس‌های بزرگ پرداخته است و به‌نظر می‌رسد در آینده‌ای نزدیک این سامانه‌ها قابل دسترس باشند [۱،۲]. تحقیقاتی که همبستگی‌های کوآنتومی را در چارچوب‌های در حال حرکت و در فضا–زمان خمیده مطالعه می‌کند، نشان می‌دهد که نتایج حاصل، به‌حرکت ناظرها و میدان گرانشی بستگی دارد [۷–۳]. از این رو با توجه به‌اهمیت روزافزون پردازش و انتقال اطلاعات کوآنتومی در سامانه‌های با مقیاس‌های بزرگ و در حال حرکت، انجام تحقیق و مطالعه در این زمینه بسیار ضروری است.

کارهای انجام شده در حوزهٔ نظریهٔ اطلاع‌رسانی کوآنتومی نسبیتی را بر اساس حالت‌های مورد بررسی می‌توان به سه دستهٔ عمده تقسیم کرد: حالت‌های گسسته مانند حالت‌های درهم‌تنیدهٔ بل [۸] که مطالعات بسیاری روی آنها انجام شده است [۹،۱۰]. حالت‌هایی که ترکیبی از متغیرهای پیوسته و گسسته هستند مانند حالت هیبریدی [۱۳–۱۱] و حالت‌های متغیر پیوسته مانند حالت چلانده یا حالت کوآنتومی دوجمله‌ای

* نویسنده مسئول: zahramiry@bzte.ac.ir

[۱۴،۱۵]، که به دو مورد اخیر کمتر توجه شده است. در این مقاله به گروه سوم یعنی حالت‌های با متغیر پیوسته می‌پردازیم و ویژگی‌های حالت کوآنتومی دوجمله‌ای را در شرایط حرکت شتابدار مطالعه می‌کنیم. حالت‌های کوآنتومی به‌سبب ویژگی‌های ممتاز و منحصر به‌فرد خود نقشی تعیین کننده دارند. یکی از اساسی‌ترین و کاربردی‌ترین ویژگی حالت‌های کوآنتومی درهم‌تنیدگی است. همان‌طور که پیشتر اشاره شد، تغییرات درهم‌تنیدگی از دید ناظر متحرک، به‌طور گسترده در مقالات مورد بررسی قرار گرفته است، اما به سایر ویژگی‌های غیرکلاسیکی از این دیدگاه کمتر پرداخته شده است. از جمله این ویژگی‌ها می‌توان به چلاندگی اشاره کرد [۱۸-۱۶]. چلاندگی یک حالت کوآنتومی کاربردهای وسیعی دارد که به‌عنوان نمونه می‌توان به‌اندازه‌گیری‌های دقیق و به‌طور خاص آشکارسازی امواج ضعیف گرانشی اشاره کرد [۱۹]. افزون بر این، حالت‌های چلانده در انتقال اطلاعات کوآنتومی [۲۰] و طیف‌سنجی [۲۱] مورد استفاده قرار گرفته است. ویژگی دیگری که غیرکلاسیکی بودن یک سیستم را معین می‌کند پارامتر مندل است [۲۲،۲۳]. مقدار منفی این پارامتر نشان می‌دهد که آمار فوتون‌ها زیرپواسونی است که معادل کلاسیکی برای آن وجود ندارد. در چنین شرایطی توزیع فضای فاز را نمی‌توان با توزیع احتمال کلاسیکی توصیف کرد.

این نکته قابل توجه است که ویژگی‌هایی مانند چلاندگی و آمار زیرپواسونی شرط کافی برای غیرکلاسیکی بودن یک حالت کوآنتومی نیستند. معیارها و سنجه‌های مختلفی برای اطمینان از غیرکلاسیکی بودن حالت‌های کوآنتومی مورد استفاده قرار می‌گیرند. در این بین، سنجه فوگل[1] شرط کافی برای غیرکلاسیکی بودن یک حالت کوآنتومی را در اختیار ما قرار می‌دهد [۲۴].

در این تحقیق برای بررسی تأثیر حرکت سامانه بر ویژگی‌های غیرکلاسیکیِ حالت‌های کوآنتومی، حالت کوآنتومی دوجمله‌ای[2] را در نظر گرفته‌ایم که به‌وسیلهٔ استولر و همکاران در سال ۱۹۸۵ معرفی شده است [۲۵]. حالت کوآنتومی دوجمله‌ای از برهم‌نهی حالت‌های عددی با ابعاد حاصل شده است. این حالت، حالتی میانی بین حالت عددی (کاملاً غیرکلاسیکی) و حالت همدوس (مرز بین کوآنتوم و کلاسیک) محسوب می‌شود. یکی از جنبه‌های اهمیت این حالت بدین سبب است که در فرایندهای کوآنتومی، برهم‌نِهی‌ها نقش ویژه‌ای دارند؛ زیرا رفتارهای کوآنتومی متفاوتی از اجزاء سازنده خود بروز می‌دهند. علاوه‌براین، وجه دیگر اهمیت حالت‌های کوآنتومی دوجمله‌ای به‌این مسأله برمی‌گردد که در شرایط حدی مختلف، قابل تبدیل به‌حالت خلاء، حالت عددی و حالت همدوس هستند. با توجه به‌این نقاط قوت، حالت‌های کوآنتومی دوجمله‌ای به‌شکل‌های مختلف تعمیم داده شده و ویژگی‌های آن بررسی شده است [۲۸-۲۶]. یکی از زمینه‌های کاربردی حالت‌های کوآنتومی دوجمله‌ای در حوزهٔ محاسبات کوآنتومی است [۲۹].

در این مقاله، قصد داریم ویژگی‌های غیرکلاسیکی حالت کوآنتومی دوجمله‌ای را از دید ناظر لخت و شتابدار بررسی کنیم و با مقایسهٔ آنها، تأثیر اثر اونرا را که ناشی از حرکت شتابدار است بر ویژگی غیرکلاسیکی حالت دوجمله‌ای ارزیابی کنیم.

ساختار مقاله در ادامه به‌این شرح است:

در بخش۲ میدان را از دید ناظر شتابدار بررسی و مختصات ریندلر را که مختصات مناسبی برای بررسی حرکت شتابدار است، به‌اختصار معرفی می‌کنیم. در

[1] Vogel’s criterion

[2] Quantum binomial state

بخش۳ به‌حالت کوآنتومی دوجمله‌ای می‌پردازیم. در بخش۴ و ۵ به‌ترتیب چلاندگی و پارامتر مندل را از دید ناظر شتابدار مورد بررسی قرار می‌دهیم. در بخش۶ نتایج حاصل از سنجه فوگل را بیان می‌کنیم. در نهایت، در بخش۷ به‌بحث و نتیجه‌گیری می‌پردازیم.

چارچوب مرجع شتابدار

در فضا–زمان تخت دو نوع ناظر را می‌توان در نظر گرفت، ناظر لخت که مسیر آن متناظر با خط مستقیم است و ناظری که با شتاب یکنواخت و در یک مسیر هذلولی حرکت می‌کند. تعداد ذراتی که از دید این دو ناظر برای یک میدان مشاهده می‌شود با یکدیگر متفاوت است. به‌عبارت دیگر حالت خلاء از دید ناظر شتابدار با ناظر لخت یکسان نیست. مختصات مینکوفسکی (t,x) انتخاب مناسبی برای ناظر لخت است. معادلهٔ کلاین–گوردون در این مختصات به‌صورت $(\partial_t^2-\partial_x^2)\phi=0$ بیان می‌شود که پاسخ آن امواج تخت به‌شکل زیر است [۳۰]:

$$u_k=\frac{1}{\sqrt{2\pi\omega}}e^{i(kx-\omega t)}$$
$$u_k^*=\frac{1}{\sqrt{2\pi\omega}}e^{-i(kx-\omega t)} \qquad ۱$$

که $\omega=|k|$ و $-\infty<k<\infty$. u_k پاسخ با بسامد مثبت و u_k^* پاسخ با بسامد منفی است. این پاسخ‌ها یک مجموعهٔ کامل از توابع متعامد را در فضا–زمان مینکوفسکی تشکیل می‌دهند. بنابراین می‌توان میدان ϕ را برحسب آنها بسط داد:

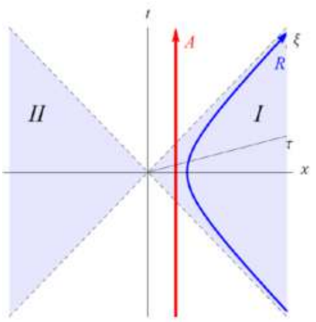
$$\phi=\int(u_k\hat{a}_k+u_k^*\hat{a}_k^\dagger)dk \qquad ۲$$

به‌طوری که عملگرهای خلق و فنا، $\hat{a}_k$ و $\hat{a}_k^\dagger$ در رابطهٔ جابه‌جایی $[\hat{a}_k,\hat{a}_{k'}^\dagger]=\delta_{k,k'}$ صدق می‌کنند. حالت خلاء نیز با رابطهٔ $\hat{a}_k|0\rangle_k=0$ تعریف می‌شود.

حال فرض کنید ناظری با شتاب یکنواخت شروع به‌حرکت می‌کند. برای توصیف ناظر شتابدار بهتر است از مختصات ریندلر (τ,ξ) استفاده کنیم. رابطهٔ مختصات ریندلر و مختصات مینکوفسکی (t,x) به‌صورت زیر است [۳۱]

$$x=\frac{e^{a\tau}}{a}\cosh(a\xi)$$
$$t=\frac{e^{a\tau}}{a}\sinh(a\xi) \qquad ۳$$

به‌طوری که $x^2-t^2=\frac{e^{a\xi}}{a}$ و a شتاب است که بدون از دست دادن کلیت مسئله فرض می‌کنیم در راستای محور x باشد. وقتی $\tau\to-\infty$، $x^2=t^2$ به‌طوری‌که متناظر با خطوط با زاویهٔ ۴۵ درجه است و افق ریندلر را مشخص می‌کند. همان‌طور که در شکل ۱ ملاحظه می‌شود، کل فضا به چهار ناحیه تقسیم می‌شود که دو ناحیه با I و II نام‌گذاری شده است. این دو ناحیه به‌طور علّی با یکدیگر رابطه‌ای ندارند و ناظر شتابدار فقط می‌تواند در ناحیه I یا II حضور داشته باشد



شکل۱. مسیر ناظرهای لخت و شتابدار به‌ترتیب با رنگ قرمز و آبی مشخص شده است. (t,x) مختصات مینکوفسکی و (τ,ξ) مختصات ریندلر را نشان می‌دهد. خطوط $x=t$ بیانگر افق ریندلر است که نواحی I و II را از هم جدا می‌کند.

تبدیلات۳ در ناحیهٔI برقرار است. ناحیهٔII با تبدیلات زیر تعریف می‌شود و فقط در یک علامت منفی با روابط۳ متفاوت است:

$$x = \frac{-e^{a\tau}}{a}\cosh(a\xi)$$
$$t = \frac{-e^{a\tau}}{a}\sinh(a\xi) \quad ۴$$

میدان در مختصات ریندلر با رابطۀ زیر بیان می‌شود:

$$\phi = \int (u_k^{I}\hat{b}_k^{I} + u_k^{II}\hat{b}_k^{II} + h.c)dk$$

به‌طوری‌که u_k^{I} و u_k^{II} پاسخ معادلۀ کلین-گوردون در ناحیۀ I و II هستند. عملگرهای $\hat{b}_k^{I}$ و $\hat{b}_k^{II}$ عملگرهای فنا هستند که حالت خلاء را در نواحی I و II تعریف می‌کنند به‌طوری‌که $\hat{b}_k^{I}|0\rangle_{I} = 0$ و $\hat{b}_k^{II}|0\rangle_{II} = 0$. در این حالت، حالت خلاء برحسب پایه‌های ریندلر عبارت است از $|0\rangle = |0\rangle_{I} \otimes |0\rangle_{II}$. اگرچه عملگرهای $\hat{b}_k^{I}$، $\hat{b}_k^{\dagger I}$ و $\hat{b}_k^{II}$، $\hat{b}_k^{\dagger II}$ در روابط جابه‌جایی مانند $\hat{a}_k$ و $\hat{a}_k^{\dagger}$ صدق می‌کنند ولی با آنها متفاوتند. ارتباط این عملگرها به‌صورت زیر قابل بیان است [۳۲]:

$$\hat{a}_k = \cosh r\,\hat{b}_k^{I} - \sinh r\,\hat{b}_k^{\dagger II}$$
$$\hat{a}_k^{\dagger} = \cosh r\,\hat{b}_k^{\dagger I} - \sinh r\,\hat{b}_k^{II} \quad ۶$$

با کمک روابط بالا، حالت خلأ مینکوفسکی برحسب پایه‌های ریندلر، یعنی $|n_k\rangle_{I}$ و $|n_k\rangle_{II}$ به‌شکل زیر به‌دست می‌آید [۳۱]:

$$|0_k\rangle = \frac{1}{\cosh r}\sum_n \tanh^n r\,|n_k\rangle_{I}\,|n_k\rangle_{II} \quad ۷$$

که در آن $\tanh r = e^{-\frac{2\pi\omega}{a}}$ و $|n_k\rangle_{I}$ و $|n_k\rangle_{II}$ پایه‌های ریندلر در نواحی I و II هستند. با توجه به‌اینکه دو ناحیۀI و II به‌صورت علی با یکدیگر رابطه ندارند، برای بررسی سامانه از دید ناظر شتابدار در ناحیۀI، لازم است روی حالت‌های ناحیۀII رد[1] بگیریم.

برای روشن شدن اثر اونرا، میانگین چگالی ذرات را در پایه‌های خلأ مینکوفسکی، $\langle\hat{N}\rangle = \langle 0|\hat{b}_k^{\dagger}\hat{b}_k|0\rangle$ به‌دست می‌آوریم. با محاسبه $\langle\hat{N}\rangle$، میانگین چگالی ذرات ناظر شتابدار از دید ناظر لخت به‌صورت $\langle\hat{N}\rangle = \frac{1}{\exp(\frac{2\pi E}{a} - 1)}$ به‌دست می‌آید که E انرژی است. با مقایسه این رابطه با توزیع بوز-انیشتین، $n(E) = \frac{1}{\exp(\frac{E}{T} - 1)}$، دمای اونرا برحسب شتاب با رابطۀ $T \equiv \frac{a}{2\pi}$ تعریف می‌شود. بنابراین، تأثیر شتاب را می‌توان به‌این صورت توصیف کرد که از دید ناظر لخت، سامانه‌ای که با شتاب ثابت حرکت می‌کند به‌نظر می‌رسد در یک حمام گرمایی با دمای T قرار دارد. این اثر به اثر اونرا معروف است.

در بخش‌های آینده با معرفی حالت کوآنتومی دوجمله‌ای که حالتی غیرکلاسیکی است، تأثیر شتاب حرکت را بر ویژگی‌های آن بررسی می‌کنیم. به‌عبارت دیگر، به‌این مهم می‌پردازیم که غیرکلاسیکی بودن این حالت به ناظر بستگی دارد یا خیر.

حالت کوآنتومی دوجمله‌ای

حالت کوآنتومی دوجمله‌ای برهمنهی‌ای از کت‌های حالت عددی است و حالتی کوآنتومی بین حالت عددی و حالت همدوس محسوب می‌شود. ضرایب بسط حالت دوجمله‌ای با رابطۀ زیر بیان می‌شوند [۱۵]:

$$|\eta, N\rangle = \sum_{n=0}^{N}\sqrt{\binom{N}{n}\eta^n(1-\eta)^{N-n}}\; e^{in\phi}|n\rangle \quad ۸$$

همان‌طور که از رابطۀ۸ ملاحظه می‌شود در حالت حدی $\eta \to 0, N \to 0$، حالت کوآنتومی دوجمله‌ای بیانگر حالت خلاء $\langle 0|$است. اگر N متناهی باشد و $\eta \to 1$، حالت عددی $\langle n|$ را خواهیم داشت. در صورتی‌که $\eta \to 0, N \to \infty$ به‌طوری‌که داشته باشیم $\eta N = \alpha^2$

---
[1] Trace

که در آن α مقدار ثابتی است، حالت همدوس $|\alpha\rangle$ با ضرایب حقیقی را خواهیم داشت. حالت‌های دوجمله‌ای به‌ازای N=1 و N=2 با روابط زیر بیان می‌شوند:

$$|\eta,1\rangle=\sqrt{1-\eta}|0\rangle+\sqrt{\eta}\ e^{i\phi}|1\rangle \quad ۹$$

$$|\eta,2\rangle=(1-\eta)|0\rangle+\sqrt{2\eta\ (1-\eta)}\ e^{i\phi}|1\rangle +\eta\ e^{2i\phi}|2\rangle \quad ۱۰$$

در قسمت‌های بعدی ویژگی‌های غیرکلاسیکی حالت کوآنتومی دوجمله‌ای را از دید ناظر شتابدار مورد بررسی قرار می‌دهیم.

چلاندگی حالت کوآنتومی دوجمله‌ای در چارچوب‌های لخت و شتابدار

در فیزیک کلاسیک در اندازه‌گیری همزمان کمیت‌های فیزیکی عدم قطعیتی وجود ندارد، اما از ویژگی‌های بارز فیزیک کوآنتومی وجود عدم قطعیت در اندازه‌گیری همزمان برخی از کمیت‌ها از جمله مکان و تکانه است. در این بین، حالت همدوس که به‌عنوان مرز بین کوآنتوم و کلاسیک شناخته می‌شود، دارای کمترین میزان عدم قطعیت است.

چنانچه اندازه‌گیری یکی از کمیت‌های مکان و تکانه منجر به‌مقداری کمتر از عدم قطعیتِ کمینه شود، می‌گوییم چلاندگی روی داده است و حالت کوآنتومی مورد نظر را حالت چلانده می‌نامیم. البته قابل توجه است که اگر مقدار اندازه‌گیری شده یک مؤلفه کمتر از میزان پیش‌بینی شده اصل عدم قطعیت شود، میزان اندازه‌گیری مؤلفهٔ دیگر قطعاً افزایش خواهد یافت.

برای بررسی چلاندگی حالت کوآنتومی دوجمله‌ای در شرایط سکون و حرکت شتابدار، عملگرهای مکان و تکانه را با روابط زیر در نظر می‌گیریم:

$$\hat{X}=\frac{\hat{a}+\hat{a}^{\dagger}}{2},\quad \hat{Y}=\frac{\hat{a}-\hat{a}^{\dagger}}{2i} \quad ۱۱$$

که در رابطهٔ جابه‌جایی زیر صدق می‌کنند:

$$\left[\hat{X},\hat{Y}\right]=\frac{i}{2} \quad ۱۲$$

پارامترهای S_X و S_Y را با تعریف‌های زیر در نظر می‌گیریم:

$$S_X=\frac{\left(\left\langle \hat{X}^2\right\rangle-\left\langle \hat{X}\right\rangle^2\right)-1/4}{1/4},\quad S_Y=\frac{\left(\left\langle \hat{Y}^2\right\rangle-\left\langle \hat{Y}\right\rangle^2\right)-1/4}{1/4} \quad ۱۳$$

در شرایطی که داشته باشیم $-1\le S_{X(Y)}\le 0$، نشانگر این است که در اندازه‌گیری کمیت‌های مکان یا تکانه چلاندگی وجود دارد.

در این قسمت می‌خواهیم تأثیر حرکت سامانه را بر میزان چلاندگی حالت کوآنتومی دوجمله‌ای مورد بررسی قرار دهیم. برای دستیابی به‌این هدف، ابتدا سامانه را در حالت سکون در نظر می‌گیریم و پارامترهای S_X و S_Y را برای حالت‌های $|\eta,1\rangle$ و $|\eta,2\rangle$ محاسبه و رسم می‌کنیم. پس از آن، سامانه را در شرایط حرکت شتابدار مطالعه خواهیم کرد.

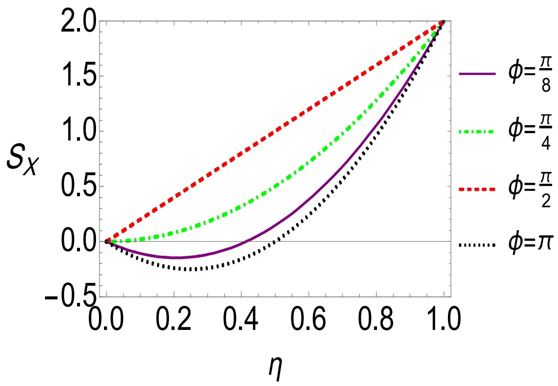
نتایج محاسبات برای حالت دوجمله‌ای $|\eta,1\rangle$ در روابط زیر بیان شده است:

$$\left\langle \hat{X}\right\rangle=\sqrt{\eta\ (1-\eta)}\cos\phi,\quad \left\langle \hat{X}^2\right\rangle=\frac{1}{4}(1+2\eta) \quad ۱۴$$

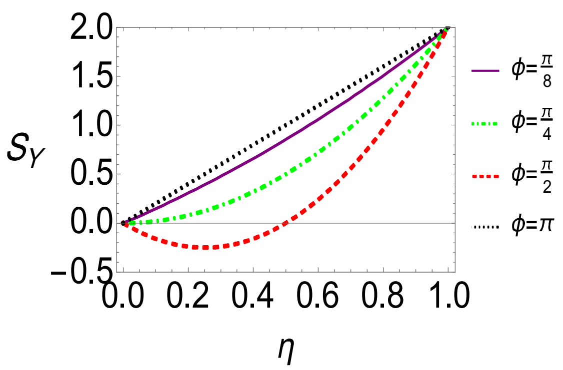
$$\left\langle \hat{Y}\right\rangle=\sqrt{\eta\ (1-\eta)}\ \sin\phi,$$

$$\left\langle \hat{Y}^2 \right\rangle = \frac{1}{4}(1+2\eta) \qquad (۱۵)$$

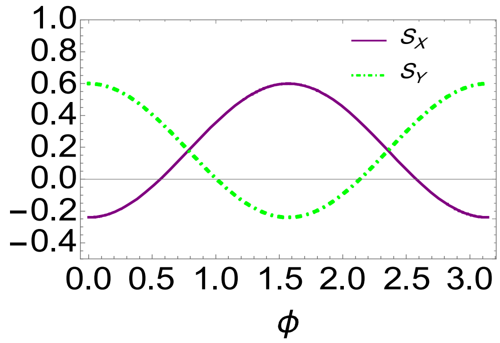
با بهره‌گیری از روابط به‌دست آمده، نحوهٔ رفتار S_X و S_Y را مورد مطالعه قرار می‌دهیم. در شکل۲، تابع S_X برحسب η و به‌ازای مقادیر مختلف ϕ رسم شده است. همان‌طورکه از شکل پیداست، حالت کوآنتومی دوجمله‌ای $|\eta,1\rangle$ به‌ازای برخی از مقادیر ϕ حالتی چلانده است. در شکل۳ رفتار تابع S_Y برحسب η و به‌ازای مقادیر مختلف ϕ نشان داده شده است. با توجه به‌نمودار، به‌ازای برخی از مقادیر ϕ، حالت کوآنتومی دوجمله‌ای $|\eta,1\rangle$ در اندازه‌گیری عملگر تکانه نیز از خود چلاندگی نشان می‌دهد.



شکل۲. منحنی تغییرات S_X برحسب η برای حالت کوآنتومی دوجمله‌ای $|\eta,1\rangle$. منحنی توپر (بنفش) به‌ازای $\phi=\frac{\pi}{8}$، منحنی خط‌–نقطه (سبز) به‌ازای $\phi=\frac{\pi}{4}$، منحنی خط‌چین (قرمز) به‌ازای $\phi=\frac{\pi}{2}$، منحنی نقطه‌چین (سیاه) به‌ازای $\phi=\pi$ رسم شده است.



شکل۳. منحنی تغییرات S_Y برحسب η برای حالت کوآنتومی دوجمله‌ای $|\eta,1\rangle$ منحنی توپر (بنفش) به‌ازای $\phi=\frac{\pi}{8}$، منحنی خط‌–نقطه (سبز) به‌ازای $\phi=\frac{\pi}{4}$، منحنی خط‌چین (قرمز) به‌ازای $\phi=\frac{\pi}{2}$، منحنی نقطه‌چین (سیاه) به‌ازای $\phi=\pi$ رسم شده است.



شکل۴. منحنی تغییرات S_X و S_Y برحسب ϕ، به‌ازای $\eta=0.3$ برای حالت کوآنتومی دوجمله‌ای $|\eta,1\rangle$. منحنی توپر (بنفش) S_X و منحنی خط‌–نقطه (سبز) S_Y است.

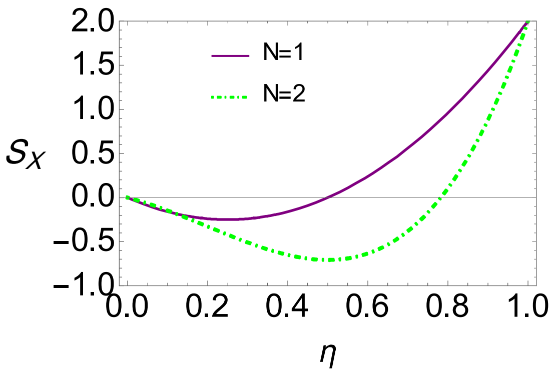
چنانچه پارامترهای S_X و S_Y را به‌ازای یک η معین و مقادیر مختلف فاز مورد بررسی قرار دهیم درمی‌یابیم که چلاندگی مؤلفه‌های X و Y در زوایای متفاوتی روی می‌دهد و این نواحی با یکدیگر همپوشانی ندارند که با توجه به‌اصل عدم قطعیت این نتیجه مورد انتظار است (شکل۴).

برای بررسی تأثیر تعداد جملات بسط حالت دوجمله‌ای بر میزان چلاندگی، اندازه‌گیری‌های حاصل از حالت $|\eta,2\rangle$ را با نتایج قبلی مقایسه می‌کنیم. در این راستا کمیت‌های زیر از محاسبات به‌دست می‌آیند:

$$\left\langle \hat{X} \right\rangle = \sqrt{\eta\,(1-\eta)}\cos\phi\left[\sqrt{2}(1-\eta)+2\eta\right], \qquad (۱۶)$$
$$\left\langle \hat{X}^2 \right\rangle = \frac{1}{4}(1+4\eta-2\eta^2+2\sqrt{2}\,\eta(1-\eta)\cos 2\phi)$$

$$\left\langle \hat{Y} \right\rangle = \sqrt{\eta\,(1-\eta)}\sin\phi\left[\sqrt{2}(1-\eta)+2\eta\right], \qquad (۱۷)$$
$$\left\langle \hat{Y}^2 \right\rangle = \frac{1}{4}(1+4\eta-2\eta^2-2\sqrt{2}\,\eta(1-\eta)\cos 2\phi)$$

در شکل۵ پارامتر S_X مربوط به‌حالت $|\eta,2\rangle$ (N=2) برحسب η و مقدار $\phi = \pi$ رسم شده است. نمودار مربوط به‌حالت $|\eta,1\rangle$ (N=1) نیز برای مقایسه رسم شده است. همان‌طور که در شکل واضح است با افزایش تعداد جملات در بسط حالت کوآنتومی دوجمله‌ای، گستردگی ناحیهٔ چلاننده و عمق چلاندگی افزایش می‌یابد.



شکل۵. منحنی تغییرات S_X برحسب η، به‌ازای $\phi = \pi$ برای حالت‌های کوآنتومی دوجمله‌ای $|\eta,1\rangle$ (N=1) (منحنی توپر (بنفش)) و $|\eta,2\rangle$ (N=2) (منحنی خط-نقطه (سبز)).

اکنون فرض می‌کنیم سامانه در شرایط حرکت شتابدار قرار می‌گیرد. در ابتدا حالت کوآنتومی دوجمله‌ای $|\eta,1\rangle$ را در نظر می‌گیریم. با بهره‌گیری از روابط ۶ و ۷، این حالت را در شرایط حرکت شتابدار به‌صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$|\eta,1\rangle_r = \hat{a}^\dagger|0\rangle = \frac{\sqrt{1-\eta}}{\cosh r}\sum_{n=0}^{\infty}\tanh^n r\,|n,n\rangle + \frac{\sqrt{\eta}\,e^{i\phi}}{\cosh^2 r}\sum_{n=0}^{\infty}\tanh^n r\,\sqrt{n+1}\,|n+1,n\rangle \qquad ۱۸$$

که در آن از رابطهٔ زیر نیز استفاده شده است:

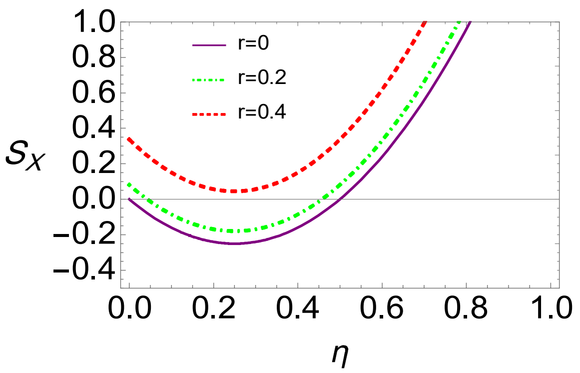
$$|1\rangle = \hat{a}^\dagger|0\rangle = \frac{1}{\cosh^2 r}\sum_{n=0}^{\infty}\tanh^n r\,\sqrt{n+1}\,|n+1,n\rangle \qquad ۱۹$$

قصد داریم شرایط سامانه را از دید ناظری که در ناحیهٔ I حضور دارد، مورد بررسی قرار دهیم. برای اندازه‌گیری ویژگی‌های سامانه از دید این ناظر، ماتریس چگالی کاهش یافته محیط I را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho_I = Tr_{II}(\rho) = \frac{1-\eta}{\cosh^2 r}\sum_{n=0}^{\infty}\tanh^{2n} r\,|n\rangle\langle n| + \frac{\sqrt{\eta(1-\eta)}\,e^{-i\phi}}{\cosh^3 r}\sum_{n=0}^{\infty}\tanh^{2n} r\,\sqrt{n+1}\,|n\rangle\langle n+1| + \frac{\sqrt{\eta(1-\eta)}\,e^{i\phi}}{\cosh^3 r}\sum_{n=0}^{\infty}\tanh^{2n} r\,\sqrt{n+1}\,|n+1\rangle\langle n| + \frac{\eta}{\cosh^4 r}\sum_{n=0}^{\infty}\tanh^{2n} r\,(n+1)\,|n+1\rangle\langle n+1| \qquad ۲۰$$

با بهره‌گیری از ماتریس چگالی کاهش‌یافته، مقدار چشمداشتی عملگرها به‌صورت $\langle\hat{O}\rangle = Tr(\rho_I\hat{O})$ قابل محاسبه است. در نهایت، از دید ناظر I روابط زیر حاصل می‌شوند:

$$\langle\hat{X}\rangle_r = \sqrt{\eta\,(1-\eta)}\,\cos\phi\cosh r,$$
$$\langle X^2\rangle_r = \frac{1}{4}\left[1+2(1-\eta)\,(\cosh^2 r-1) + 2\eta\,(2\cosh^2 r-1)\right] \qquad ۲۱$$



شکل۶. منحنی تغییرات S_X برحسب η، به‌ازای $\phi = \pi$ و مقادیر مختلف r برای حالت کوآنتومی دوجمله‌ای $|\eta,1\rangle$ در حرکت شتابدار در ناحیه I. منحنی توپر (بنفش) به‌ازای $r = 0$ ، منحنی خط-نقطه (سبز) به‌ازای r=0.2 ، منحنی خطچین (قرمز) به‌ازای r=0.4 رسم شده است.

در شکل۶ پارامتر S_X برحسب η و مقادیر مختلف r رسم شده است. حالت سکون سامانه که با $r=0$ مشخص شده است، برای مقایسه رسم شده است.

همان‌طور که شکل نشان می‌دهد، با افزایش پارامتر r از میزان گستردگی ناحیهٔ چلانده و عمق آن کاسته می‌شود. از این رو حرکت شتابدار اثر مخرب بر روی چلاندگی حالت کوآنتومی دارد. با این وجود، حالت $|\eta,1\rangle$ تا مقادیر $r=0.3$ همچنان حالتی چلانده باقی می‌ماند و به‌ازای مقادیر بزرگتر از $r=0.35$ ویژگی چلاندگی را به‌طور کامل از دست می‌دهد.

چنانچه از دید ناظر ناحیهٔII، سامانه را مورد بررسی قرار دهیم به‌نتیجه‌ای قابل توجه دست می‌یابیم. برای بررسی سامانه از دید ناظر ناحیهٔII ابتدا لازم است ماتریس چگالی کاهش‌یافته آن را به‌دست آوریم که در رابطهٔ زیر آمده است:

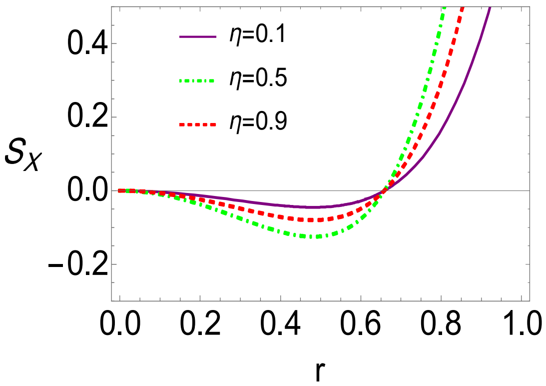
$$
\begin{aligned}
\rho_{II} = Tr_I(\rho) &= \frac{1-\eta}{\cosh^2 r}\sum_{n=0}^{\infty}\tanh^{2n} r\,|n\rangle\langle n| \\
&+\frac{\eta}{\cosh^4 r}\sum_{n=0}^{\infty}\tanh^{2n} r\,(n+1)|n\rangle\langle n| \\
&+\frac{\sqrt{\eta(1-\eta)}\,e^{-i\phi}}{\cosh^3 r}\sum_{n=0}^{\infty}\tanh^{2n+1} r\,\sqrt{n+1}\,|n\rangle\langle n+1| \\
&+\frac{\sqrt{\eta(1-\eta)}\,e^{i\phi}}{\cosh^3 r}\sum_{n=0}^{\infty}\tanh^{2n+1} r\,\sqrt{n+1}\,|n+1\rangle\langle n|
\end{aligned}
\tag{۲۲}
$$

با کمک ماتریس ρ_{II} و انجام محاسبات تکمیلی نتایج زیر به‌دست می‌آیند:

$$
\begin{aligned}
\langle X\rangle_r &= \sqrt{\eta\,(1-\eta)}\cos\phi\sinh r, \\
\langle X^2\rangle_r &= \frac{1}{4}\big[1+2(1-\eta)\,(\cosh^2 r-1) \\
&\quad +2\eta\,(2\cosh^2 r-2)\big]
\end{aligned}
\tag{۲۳}
$$

از روابط بالا بهره می‌بریم تا پارامتر چلاندگی در ناحیهٔII را مورد بررسی قرار دهیم. در شکل۷ منحنی S_X برحسب r و مقادیر مختلف η رسم شده است.

آنچه در شکل، در خور توجه است افزایش میزان چلاندگی با افزایش پارامتر r است. در واقع ناظر ناحیهٔII نتیجه‌ای متفاوت از ناظر ناحیه I درک می‌کند. البته همان‌طور که از شکل پیداست به‌ازای مقادیر بزرگ r اثرات چلاندگی از بین می‌رود.



شکل۷. منحنی تغییرات S_X برحسب r، به‌ازای $\phi=\pi$ و مقادیر مختلف η برای حالت کوآنتومی دوجمله‌ای $|\eta,1\rangle$ از دید ناظر شتابدار در ناحیهٔII. منحنی توپر (بنفش) به‌ازای $\eta=0.1$ ، منحنی خط-نقطه (سبز) به‌ازای $\eta=0.5$، منحنی خطچین (قرمز) به‌ازای $\eta=0.9$ رسم شده است.

از دیگر سو، همان‌طور که در شکل۵ نشان داده شد، حالت دوجمله‌ای با N بزرگتر دارای ناحیهٔ چلانده گسترده‌تر و با عمق بیشتر است. حال برای مقایسه چلاندگی حالت‌های دوجمله‌ای با Nهای متفاوت در شرایط حرکت شتابدار، ابتدا حالت $|\eta,2\rangle_r$ را در سامانه شتابدار محاسبه می‌کنیم که به‌شکل زیر به‌دست می‌آید:

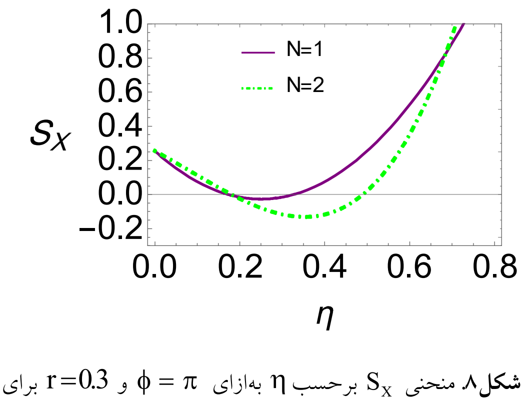
$$
\begin{aligned}
|\eta,2\rangle_r &= \frac{1-\eta}{\cosh r}\sum_{n=0}^{\infty}\tanh^n r\,|n,n\rangle \\
&+\frac{\sqrt{2\eta(1-\eta)}\,e^{i\phi}}{\cosh^2 r}\sum_{n=0}^{\infty}\tanh^n r\,\sqrt{n+1}\,|n+1,n\rangle \\
&+\frac{\eta\,e^{2i\phi}}{\sqrt{2}\cosh^3 r}\sum_{n=0}^{\infty}\tanh^n r\,\sqrt{n+1}\sqrt{n+2}\,|n+2,n\rangle
\end{aligned}
\tag{۲۴}
$$

چنانچه بخواهیم از دید ناظر ناحیهٔI، سامانه را مورد مطالعه قرار دهیم باید ماتریس چگالی کاهش‌یافته را با ردگیری روی ناحیهٔII به‌صورت زیر به‌دست آوریم:

$$\begin{aligned}
\rho_I &= Tr_{II}(\rho) = \frac{(1-\eta)^2}{\cosh^2 r}\sum_{n=0}^{\infty}\tanh^{2n} r\,|n\rangle\langle n| \\
&+\frac{(1-\eta)\sqrt{2\eta(1-\eta)}\,e^{-i\Phi}}{\cosh^3 r}\sum_{n=0}^{\infty}\tanh^{2n} r\,\sqrt{n+1} \\
&\times\left[e^{-i\Phi}|n\rangle\langle n+1| + H.C.\right] \\
&+\frac{\eta(1-\eta)}{\sqrt{2}\cosh^4 r}\sum_{n=0}^{\infty}\tanh^{2n} r\,\sqrt{n+1}\sqrt{n+2} \\
&\times\left[e^{-2i\Phi}|n\rangle\langle n+2| + H.C.\right] \\
&+\frac{2\eta(1-\eta)}{\cosh^4 r}\sum_{n=0}^{\infty}\tanh^{2n} r\,(n+1)|n+1\rangle\langle n+1| \\
&+\frac{\eta\sqrt{\eta(1-\eta)}}{\cosh^5 r}\sum_{n=0}^{\infty}\tanh^{2n} r\,(n+1)\sqrt{n+2} \\
&\times\left[e^{-i\Phi}|n+1\rangle\langle n+2| + H.C.\right] \\
&+\frac{\eta^2}{2\cosh^6 r}\sum_{n=0}^{\infty}\tanh^{2n} r\,(n+1)(n+2)|n+2\rangle\langle n+2|
\end{aligned} \tag{۲۵}$$

نتایج اندازه‌گیری از دید ناظر I عبارت است از:

$$\begin{aligned}
\langle X\rangle_r &= \sqrt{\eta(1-\eta)}\left(\sqrt{2}(1-\eta)+2\eta\right)\cosh r\cos\phi \\
\langle X^2\rangle_r &= \frac{1}{4}\Big[1+2\sqrt{2}\,\eta(1-\eta)\cosh^2 r \\
&+2(1-\eta)^2(\cosh^2 r-1)+4\eta(1-\eta)(2\cosh^2 r-1) \\
&+2\eta^2(3\cosh^2 r-1)\Big]
\end{aligned} \tag{۲۶}$$



شکل۸ منحنی S_X برحسب η به‌ازای $\phi=\pi$ و $r=0.3$ برای حالت‌های کوآنتومی دوجمله‌ای $|\eta,1\rangle$ (N=1) (منحنی توپر (بنفش)) و $|\eta,2\rangle$ (N=2) منحنی خط-نقطه (سبز)).

در شکل۸ پارامتر S_X مربوط به‌حالت‌های $|\eta,1\rangle$ (N=1) و $|\eta,2\rangle$ (N=2) برحسب η رسم شده است. در رسم منحنی مقادیر $\phi=\pi$ و $r=0.3$ در نظر گرفته شده است. همان‌طور که از شکل واضح است، در شرایط حرکت شتابدار با $r=0.3$ حالت کوآنتومی دوجمله‌ای $|\eta,1\rangle$ دیگر حالتی چلانده نخواهد بود، اما حالت $|\eta,2\rangle$ همچنان حالتی چلانده است و ناحیهٔ چلانده آن گستره $0.2 \prec \eta \prec 0.5$ را در برمی‌گیرد.

پارامتر مندل حالت کوآنتومی دوجمله‌ای در چارچوب‌های لخت و شتابدار

پارامتر مندل سنجه‌ای است که انحراف آمار یک حالت کوآنتومی را از آمار پواسونی اندازه می‌گیرد [۱۳]. میزان پارامتر مندل برای حالت همدوس که از آمار پواسونی تبعیت می‌کند، صفر است. در مقایسه با آن، اندازهٔ این پارامتر برای حالت‌های کلاسیکی بزرگتر از صفر خواهد بود. از این رو، آمار حالت‌های کلاسیکی فراپواسونی است. در نهایت، چنانچه این سنجه برای حالت‌های غیرکلاسیکی محاسبه شود مقداری منفی حاصل می‌شود که نشانگر زیرپواسونی بودن آمار این حالت‌ها است.

پارامتر مندل با رابطهٔ زیر تعریف می‌شود:

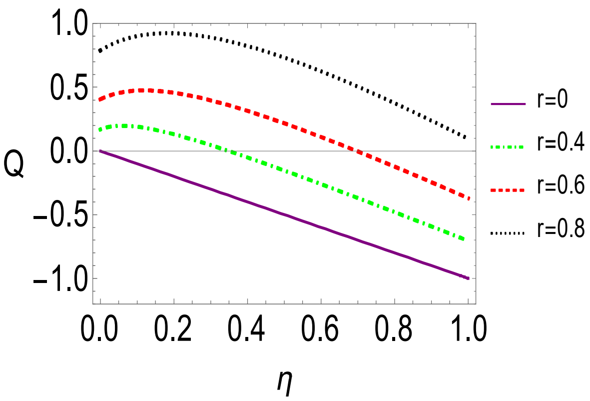
$$Q = \frac{\left(\langle n^2\rangle - \langle n\rangle^2\right)}{\langle n\rangle} - 1,\quad \langle n\rangle = \left\langle \hat{a}^{\dagger}\hat{a}\right\rangle \tag{۲۷}$$

چنانچه پارامتر مندل را برای حالت‌های کوآنتومی دوجمله‌ای با Nهای مختلف محاسبه کنیم در همگی موارد نتیجه مقداری منفی خواهد شد که نشانگر آمار زیرپواسونی حالت دوجمله‌ای به‌ازای همهٔ پارامترهای آن است.

برای بررسی تأثیر حرکت سامانه بر آمار حالت دوجمله‌ای، ماتریس چگالی کاهش‌یافته۲۰ را در نظر می‌گیریم و با بهره‌گیری از آن پارامتر مندل را محاسبه می‌کنیم. نتایج محاسبه به‌صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned}&\langle n\rangle_r = (1-\eta)(\cosh^2 r - 1) + \eta\,(2\cosh^2 r - 1),\\ &\langle n^2\rangle_r = (1-\eta)(2\cosh^4 r - 3\cosh^2 r + 1)\\ &+\eta\,(6\cosh^4 r - 6\cosh^2 r + 1)\end{aligned} \qquad ۲۸$$

در شکل۹ پارامتر مندل برای حالت کوآنتومی دوجمله‌ای $|\eta,1\rangle$ در حرکت شتابدار رسم شده است. همان‌طور که از شکل پیداست، با افزایش پارامتر شتاب، یعنی r، پارامتر مندل به‌مقادیر مثبت نزدیک می‌شود. با افزایش r، این ناحیه افزایش می‌یابد تا جایی‌که در حوالی r=0.8 حالت دوجمله‌ای به‌طور کامل حالتی با آمار فراپواسونی می‌گردد. در شکل۹، حالت بدون شتاب یعنی r=0 نیز نشان داده شده است.



شکل۹. منحنی تغییرات پارامتر مندل برحسب η و مقادیر مختلف r برای حالت کوآنتومی دوجمله‌ای $|\eta,1\rangle$ در حرکت شتابدار در ناحیهٔI. منحنی توپر (بنفش) به‌ازای $r = 0$، منحنی خط-نقطه (سبز) به‌ازای r=0.4 ، منحنی خطچین (قرمز) به‌ازای r=0.6 و منحنی نقطه‌چین به‌ازای r=0.8 رسم شده است.

نتایج محاسبات تکمیلی از دید ناظر II نشان می‌دهد که به‌ازای تمامی مقادیر پارامتر r، سامانه دارای آمار فراپواسونی است.

سنجه فوگل

یکی از سنجه‌هایی که برای تشخیص غیرکلاسیکی بودن حالت کوآنتومی به‌کار گرفته می‌شود، سنجه فوگل است. این سنجه معیاری کلی است و شرط کافی برای غیرکلاسیکی بودن را در اختیار ما قرار می‌دهد. سنجه فوگل مجموعه‌ای از دترمینان‌ها با ابعاد مختلف است که به‌شکل زیر تعریف می‌شود:

$$d_{vN} = \begin{vmatrix} 1 & \langle\hat a\rangle & \langle\hat a^{\dagger}\rangle & \langle\hat a^{2}\rangle & \cdots \\ \langle\hat a^{\dagger}\rangle & \langle\hat a^{\dagger}\hat a\rangle & \langle\hat a^{\dagger 2}\rangle & \langle\hat a^{\dagger}\hat a^{2}\rangle & \cdots \\ \langle\hat a\rangle & \langle\hat a^{2}\rangle & \langle\hat a^{\dagger}\hat a\rangle & \langle\hat a^{3}\rangle & \cdots \\ \langle\hat a^{\dagger 2}\rangle & \langle\hat a^{\dagger 2}\hat a\rangle & \langle\hat a^{\dagger 3}\rangle & \langle\hat a^{\dagger 2}\hat a^{2}\rangle & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{vmatrix}_{N\times N} \qquad ۲۹$$

که در آن N از ۳ آغاز می‌شود.

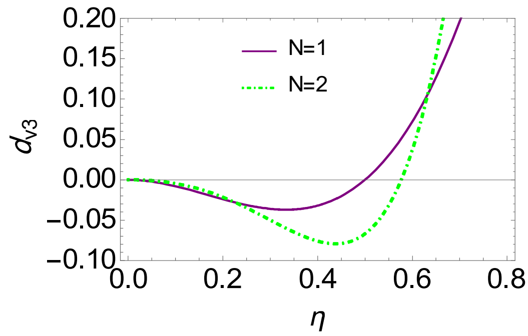
چنانچه برای یک حالت کوآنتومی مقدار یکی از این دترمینان‌ها کوچکتر از صفر شود نشانگر غیرکلاسیکی بودن آن حالت کوآنتومی خواهد بود.

در این قسمت دترمینان d_{v3} را برای حالت کوآنتومی دوجمله‌ای محاسبه می‌کنیم. در ابتدا فرض می‌کنیم سامانه در شرایط سکون قرار دارد. نتایج محاسبات عبارت است از:

$$\begin{aligned}&d_{v3} = \begin{vmatrix} 1 & A_i & A_i^{*} \\ A_i^{*} & C_i & B_i^{*} \\ A_i & B_i & C_i \end{vmatrix},\quad i = 1,2\\ &A_1 = \sqrt{\eta\,(1-\eta)}\,e^{i\phi}\\ &A_2 = \sqrt{\eta\,(1-\eta)}\left[\sqrt{2}(1-\eta) + 2\eta\right]e^{i\phi}\\ &B_1 = 0\\ &B_2 = (1-\eta)\sqrt{2\eta}\;e^{2i\phi}\\ &C_1 = \eta,\quad C_2 = 2\eta\end{aligned} \qquad ۳۰$$

در این رابطه مقادیر با اندیس i=1,2 به‌ترتیب مربوط به‌حالت‌های $|\eta,1\rangle$ و $|\eta,2\rangle$ است.

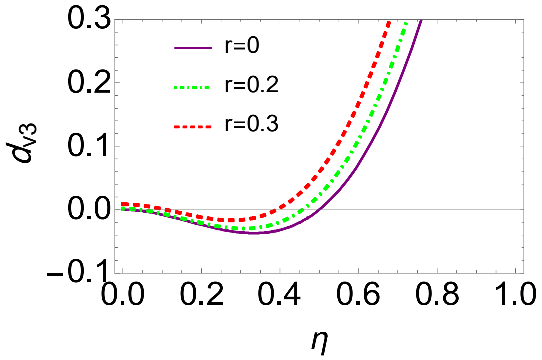
در شکل ۱۰ نمودار d_{v3} برحسب η و مقادیر مختلف N رسم شده است. در شکل نمایان است که حالت کوآنتومی دوجمله‌ای حالتی غیرکلاسیکی است. افزون بر این قابل مشاهده است که با افزایش N عمق و گسترهٔ ناحیهٔ غیرکلاسیکی افزایش می‌یابد.



شکل ۱۰. منحنی d_{v3} برحسب η و مقادیر مختلف N برای حالت کوآنتومی دوجمله‌ای در حرکت بدون شتاب. حالت‌های کوآنتومی دوجمله‌ای $|\eta,1\rangle$ (N=1) (منحنی توپر (بنفش)) و $|\eta,2\rangle$ (N=2) منحنی خط-نقطه (سبز)).

اکنون برای بررسی میزان سنجهٔ فوگل در شرایط حرکت شتابدار، d_{v3} را از دید ناظر شتابدار ناحیهٔ I محاسبه می‌کنیم. برای محاسبهٔ مقادیر چشمداشتی از ماتریس چگالی کاهش‌یافته ۲۰ بهره می‌بریم:

$$d_{v3} = \begin{vmatrix} 1 & A_1 & A_1^* \\ A_1^* & C_1 & B_1^* \\ A_1 & B_1 & C_1 \end{vmatrix},$$
$$A_1 = \sqrt{\eta(1-\eta)}\cosh r\, e^{i\phi}$$
$$B_1 = 0$$
$$C_1 = (1-\eta)(\cosh^2 r - 1) + \eta(2\cosh^2 r - 1) \qquad ۳۱$$



شکل ۱۱. منحنی d_{v3} برحسب η و مقادیر مختلف r برای حالت کوآنتومی دوجمله‌ای $|\eta,1\rangle$ از دید ناظر ناحیه I در حرکت شتابدار. منحنی توپر (بنفش) به‌ازای $r = 0$، منحنی خط-نقطه (سبز) به‌ازای r=0.2، منحنی خطچین (قرمز) به‌ازای r=0.3 رسم شده است.

در شکل ۱۱ نمودار d_{v3} برحسب η و مقادیر مختلف r رسم شده است. با توجه به‌شکل درمی‌یابیم که به‌ازای مقادیر کوچک پارامتر r، حالت کوآنتومی دوجمله‌ای همچنان حالتی غیرکلاسیکی است. با افزایش r از عمق و گستره ناحیهٔ غیرکلاسیکی کاسته می‌شود.

نتیجه گیری

در این مقاله، ویژگی‌های غیرکلاسیکی حالت کوآنتومی دوجمله‌ای از دید ناظر لخت و شتابدار مورد بررسی قرار گرفته است. حالت کوآنتومی دوجمله‌ای از برهمنهی حالت‌های عددی با ضرایب بسط دوجمله‌ای به‌دست می‌آید و دارای ویژگی‌های غیرکلاسیکی مختلفی از جمله چلاندگی و آمار زیرپواسونی است. از جمله مواردی که در محاسبات کوآنتومی همیشه مورد توجه بوده است، انتخاب حالتی است که قابلیت دسترسی و تولید و پردازش آن نسبتاً آسان باشد. این امر به‌ویژه در محاسبات کوآنتومی که در مقیاس‌های بزرگ و در فضا انجام می‌شود حائز اهمیت است [۳۴،۳۵]. حالت کوآنتومی دوجمله‌ای انتخاب مناسبی است به‌لحاظ اینکه بین حالت همدوس و حالت عددی که کاملاً غیر کلاسیکی است قرار دارد. به‌همین لحاظ

ویژگی‌های غیر کلاسیکی آن در این مقاله تحت اثر اونرا بررسی شده است.

نتایج نشان می‌دهد حالت کوآنتومی دوجمله‌ای در شرایط سکون در اندازه‌گیری عملگرهای X و Y چلاندگی دارد و عمق و گسترهٔ ناحیهٔ چلانده با افزایش N زیاد می‌شود. چنانچه حالت کوآنتومی دوجمله‌ای در سامانه‌ای با حرکت شتابدار قرار بگیرد، از دید ناظر متحرک در ناحیهٔI، با افزایش پارامتر r از عمق و گستره چلاندگی کاسته می‌شود و برای مقادیر بزرگ r حالت دوجمله‌ای دیگر حالتی چلانده نخواهد بود. این موضوع با نتایج [۳۶] که برای حالت هیبریدی به‌دست آمده است مطابقت دارد. قابل توجه است که از دید ناظر متحرک در ناحیهٔII با افزایش پارامتر r بر میزان چلاندگی افزوده می‌گردد. در نهایت، از دید ناظر متحرک در ناحیهٔII نیز به‌ازای مقادیر بزرگ پارامترr اثرات چلاندگی از بین می‌رود.

در ادامه، آمار فوتونی حالت کوآنتومی دوجمله‌ای با بهره‌گیری از پارامتر مندل مورد بررسی قرار گرفته است. با توجه به‌نتایج، حالت کوآنتومی دوجمله‌ای در سامانهٔ ساکن به‌ازای تمامی مقادیر η حالتی با آمار زیرپواسونی است. در سامانهٔ شتابدار، از دید ناظر متحرک در ناحیهٔI، با افزایش r پارامتر مندل از سمت ηهای کوچک به‌سمت مقادیر مثبت میل می‌کند که نشان‌دهندهٔ آمار فراپواسونی است.

در نهایت، تغییر رفتار سنجهٔ فوگل در شرایط سکون و حرکت شتابدار مورد مطالعه قرار گرفته است. مقادیر منفی این سنجه شرط کافی برای غیرکلاسیکی بودن یک حالت کوآنتومی است. با توجه به‌نتایج حاصل، حالت کوآنتومی دوجمله‌ای در شرایط سکون حالتی غیرکلاسیکی است و با افزایش N بر عمق و گسترهٔ ناحیهٔ غیرکلاسیکی آن افزوده می‌گردد. حال اگر حالت کوآنتومی دوجمله‌ای را در شرایط حرکت شتابدار در نظر بگیریم، با افزایش r از عمق و گستردگی ناحیهٔ غیرکلاسیکی کاسته می‌شود و به‌ازای مقادیر بزرگ r حالت دوجمله‌ای دیگر حالتی غیرکلاسیکی نخواهد بود.

مرجع‌ها

[1] S. Pirandola, et al., Advances in quantum cryptography, Advances in Optics and Photonics 12 (2020) 1012-1236. https://doi.org/10.1364/AOP.361502

[2] L. Calderaro, et al., Towards quantum communication from global navigation satellite system, Quantum Science and Technology 4 (2018) 015012. https://doi.org/10.1088/2058-9565/aaefd4

[3] P.M. Alsing, I. Fuentes, Observer-dependent entanglement, Classical and Quantum Gravity 29 (2012) 224001. https://doi.org/10.1088/0264-9381/29/22/224001

[4] S. Aggarwal, B. Mukhopadhyay, G. Gregori, Relativistic Landau quantization in non-uniform magnetic field and its applications to white dwarfs and quantum information, SciPost Physsics 11 (2021) 093. https://doi.org/10.21468/SciPostPhys.11.5.093

[5] S.H. Wu, H.S. Zeng, T. Liu, Quantum correlation between a qubit and a relativistic boson in an expanding spacetime, Classical and Quantum Gravity 39 (2022) 135016. https://doi.org/10.1088/1361-6382/ac7508

[6] X. Liu, J. Jing, Z. Tian, W. Yao, Does relativistic motion always degrade quantum Fisher information?, Physical Review D 103 (2021)125025. https://doi.org/10.1103/PhysRevD.103.125025

[7] X. Huang, J. Feng, Y.Z. Zhang, H. Fan, Quantum estimation in an expanding spacetime, Annals of Physics 397 (2018)

advances and current perspectives, Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical 40 (2007) 7821. https://doi.org/10.1088/1751-8113/40/28/S01

[15] G. Adesso, S. Ragy, D. Girolami, Continuous variable methods in relativistic quantum information: characterization of quantum and classical correlations of scalar field modes in noninertial frames, Classical and Quantum Gravity 29 (2012) 224002. https://doi.org/10.1088/0264-9381/29/22/224002

[16] D. Stoler, Equivalence classes of minimum uncertainty packets, Physical Review D 1 (1970) 3217. https://doi.org/10.1103/PhysRevD.1.3217

[17] R.E. Slusher, L.W. Hollberg, B. Yurke, J.C. Mertz, J.F. Valley, Observation of squeezed states generated by four-wave mixing in an optical cavity, Physical Review Letters 55 (1985) 2409. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.55.2409

[18] M.E. Farzan, M.J. Faghihi, G. Honarasa, Properties of excited squeezed Kerr states, Journal of Research on Many-body Systems 11 (2021) 98-109. [In Persian] https://doi.org/10.22055/JRMBS.2021.16987

[19] F. Acernese, et al., Increasing the astrophysical reach of the advanced Virgo detector via the application of squeezed vacuum states of light, Physical Review Letters 123 (2019) 231108. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.123.231108

[20] A.M. Branczyk, T.C. Ralph, Teleportation using squeezed single photons, Physical Review A 78 (2008) 052304. https://doi.org/10.1103/PhysRevA.78.052304

336-350. https://doi.org/10.1016/j.aop.2018.08.021

[8] G. Samuels, D. Dutta, P. Nikam Mahon, The Importance of Bell States in Quantum Computing, 16th International Conference on Information Technology-New Generations (ITNG), Advances in Intelligent Systems and Computing, Springer, 2019, 581-585. https://doi.org/10.1007/978-3-030-14070-0_82

[9] D.E. Bruschi, I. Fuentes-Schuller, J. Louko, Voyage to alpha centauri: entanglement degradation of cavity modes due to motion, Physical Review D 85 (2012) 061701. https://doi.org/10.1103/PhysRevD.85.061701

[10] R.B. Mann, V.M. Villalba, Speeding up entanglement degradation, Physical Review A 80 (2009) 022305.

http://doi.org/10.1103/PhysRevA.80.022305

[11] F. Ahmadi, S.R. Miry, Entanglement of hybrid state by a constant electric field, Quantum Information Processing 20 (2021) 301. https://doi.org/10.1007/s11128-021-03224-8

[12] K. Nemoto, W.J. Munro, Nearly deterministic linear optical controlled-NOT gate, Physical Review Letters 93 (2004) 250502. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.93.250502

[13] R. Pakniat, M.K. Tavassoly, M.H. Zandi, Entanglement swapping and teleportation based on cavity QED method using the nonlinear atom-field interaction: Cavities with a hybrid of coherent and number states, Optics Communications 382 (2017) 381-385. https://doi.org/10.1016/j.optcom.2016.08.021

[14] G. Adesso, F. Illuminate, Entanglement in continuous-variable systems: recent

[21] L. Bai, L. Zhang, Y. Yang, R. Chang, Y. Qin, J. He, X. Wen, J. Wang, Enhancement of spin noise spectroscopy of rubidium atomic ensemble by using the polarization squeezed light, Optics Express 30 (2022) 1925-1935. https://doi.org/10.1364/OE.448084

[22] L. Mandel, Sub-Poissonian photon statistics in resonance fluorescence, Optics Letters 4 (1979) 205-207. https://doi.org/10.1364/OL.4.000205

[23] A. Dehghani, B. Mojaveri, A.A. Alenabi, Photon Added Qutrit Like Entangled Coherent States of Light, Journal of Research on Many-body Systems 11 (2021) 37-50. [In Persian] 10.22055/JRMBS.2021.17268

[24] E.V. Shchukin, W. Vogel, Nonclassical moments and their measurement, Physical Review A 72 (2005) 043808. https://doi.org/10.1103/PhysRevA.72.043808

[25] D. Stoler, B.E.A. Saleh, M.C. Teich, Binomial states of the quantized radiation field, Optica Acta 32 (1985) 345–355. https://doi.org/10.1080/713821735

[26] G.S. Agarwal, Negative binomial states of the field-operator representation and production by state reduction in optical processes, Physical Review A 45 (1992) 1787. https://doi.org/10.1103/PhysRevA.45.1787

[27] H.Y. Fan, N.L. Liu, New generalized binomial states of the quantized radiation field, Physics Letters A 264 (1999) 154–161. https://doi.org/10.1016/S0375-9601(99)00777-X

[28] M.H.Y. Moussa and B. Baseia, Generation of the reciprocal-binomial state, Physics Letters A 238 (1998) 223–226. https://doi.org/10.1016/S0375-9601(97)00899-2

[29] R. Lo Franco, G. Compagno. A. Messina, A. Napoli, Quantum computation with generalized binomial states in cavity quantum electrodynamics, International Journal of Quantum Information 7 (2009) 155–162. https://doi.org/10.1142/S0219749909004803

[30] M.E. Peskin, An Introduction to Quantum Field Theory, CRC Press, 2018. https://doi.org/10.1201/9780429503559

[31] S. Winitzki, Lecture notes on Elementary Introduction to Quantum Fields in Curved Spacetime, Heidelberg, 2006.

[32] N.D. Birrell, P.C.W. Davies, Quantum Fields in Curved Space, Cambridge University Press, 1982. https://doi.org/10.1017/CBO9780511622632

[33] I. Fuentes, Lecture series on relativistic quantum information, In Diversities in quantum Computation and quantum Information, World Scientific (2013) 107–147. 10.1142/9789814425988_0004

[34] T.C. Ralph, G.J. Milburn, T. Downes, Quantum connectivity of space-time and gravitationally induced decorrelation of entanglement, Physical Review A 79 (2009) 022121. https://doi.org/10.1103/PhysRevA.79.022121

[35] J.S. Sidhu, et al., Advances in space quantum communications, IET Quantum Communication 2 (2021) 182–217. https://doi.org/10.1049/qtc2.12015

[36] S.R. Miry, F. Ahmadi, Entanglement, QFI and squeezing of hybrid state in non-inertial frame, Journal of Interfaces, Thin films, and Low dimensional systems 5 (2022) 525-535. 10.22051/JITL.2023.42294.1079