

# Numerical study of transition rate and B(E2) transition strengths for $^{17}\text{O}(p,\gamma)^{18}\text{F}$ reaction

Amir Hooman Aranpour, Hasan Khalili\*, Shahla Nahidinezhad, Maasoumeh Dalvand

Department of Physics, Faculty of Science, Arak University, Arak 8349-8-38156, Iran

Received: 19.06.2023 Final revised: 11.08.2023 Accepted: 09.10.2023

DOI: [10.22055/jrmb.2024.18898](https://doi.org/10.22055/jrmb.2024.18898)

## Abstract

The study of the astrophysical S-factor is one of the methods of analyzing proton radiation capture reactions in the theoretical framework for low temperatures. In this research, we have numerically studied the proton radiative capture reaction by  $^{17}\text{O}$  using the Woods-Saxon potential model. First, the astrophysical S-factor  $^{17}\text{O}(p,\gamma)^{18}\text{F}$  reaction was calculated at low energies, and then the reaction rate of  $^{17}\text{O}(p,\gamma)^{18}\text{F}$  was obtained from the astrophysical S-factor. Also, in this study, the electrical quadrupole transition strength (B[E2]) for excited states  $^{18}\text{F}$  nucleus has been calculated. We found that B[E2] depends on the energy and spin of the excited states. The results corresponding to the astrophysical S-factor, reaction rate and transition strength at energy range of 200-500 keV were compared with experimental data and other theoretical models and were in good agreement. Also, the astrophysical S-factor at zero energy was calculated by the extrapolation method for  $(5/2)^+$  state and  $S(0)=4/8$  keV b.

**Keywords:** Potential Model, Radiative Capturing Reaction, Astrophysical Factor S, Electrical Transition Strength

\* Corresponding authors: h-khalili@araku.ac.ir

## مطالعه عددی نرخ واکنش و شدت گذار $B(E_2)$ برای واکنش $^{18}\text{F}(p,\gamma)^{17}\text{O}$ در انرژی‌های پایین

امیرهومان آران‌پور، حسن خلیلی\*، شهلا ناهیدی‌نژاد، معصومه دالوند

گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه اراک، ۳۸۱۵۶-۸-۸۳۴۹ اراک، ایران

دریافت: ۱۴۰۲/۰۳/۲۹ ویرایش نهایی: ۱۴۰۲/۰۵/۲۰ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۷/۱۷

DOI: [10.22055/jrmb.2024.18898](https://doi.org/10.22055/jrmb.2024.18898)

### چکیده

مطالعه عامل اختریفیزیکی  $S$ ، یکی از روش‌های تجزیه و تحلیل واکنش‌های گیراندازی تابشی پروتونی در چارچوب نظری برای دماهای پایین می‌باشد. در این کار با استفاده از مدل پتانسیل وودز-ساکسون به مطالعه عددی واکنش گیراندازی تابشی پروتونی توسط اکسیژن ۱۷ پرداخته شده است. ابتدا عامل اختریفیزیکی  $S$  برای واکنش  $^{18}\text{F}(p,\gamma)^{17}\text{O}$  در انرژی‌های کم محاسبه شد و سپس با استفاده از عامل اختریفیزیکی  $S$  نرخ واکنش به دست آورده شد. همچنین در این کار شدت گذار چهارقطبی الکتريکی  $B(E_2)$  از حالت‌های برانگیخته هسته  $^{18}\text{F}$  بررسی شده است. مشخص شد که  $B(E_2)$  به انرژی و اسپین حالت‌های برانگیخته وابسته می‌باشد. نتایج به دست آمده در خصوص عامل اختریفیزیکی  $S$ ، نرخ واکنش و شدت گذار در محدوده انرژی 200-500 keV با داده‌های تجربی و سایر مدل‌های نظری مقایسه و مطابقت خوبی داشتند. همچنین عامل اختریفیزیکی  $S$  در انرژی صفر با روش برون‌یابی برای تراز  $^{+}(5/2)$  محاسبه و مقدار  $S(0) = 4.8 \text{ keV b}$  ارزیابی شد.

**کلیدواژگان:** مدل پتانسیل، واکنش گیراندازی تابشی، عامل اختریفیزیکی  $S$ ، شدت گذار الکتريکی

### مقدمه

دارد. همچنین واکنش‌های هسته‌ای برای درک ساختار و تکامل ستارگان بسیار مهم هستند [1]، آنها اجزای کلیدی در تعیین سوختن هیدروژن در ستارگان دنباله‌دار، سوزاندن هلیوم در غول‌های قرمز هستند و سوختن کربن، نئون و اکسیژن در مراحل بعدی وجود دارند. سوزاندن ستاره ممکن است واکنش‌های بسیاری از هسته‌های مختلف از سبک تا سنگین از پایدار تا غنی از نوترون را شامل شود [2].

در توضیحات یاد شده سوختن هیدروژن، تبدیل چهار پروتون به ذره  $\alpha$  در داخل ستارگان است، که مهم‌ترین

علم اختر فیزیک به بررسی موضوعاتی مانند تولد، زندگی و مرگ ستارگان، سیارات، کهکشان‌ها، سحابی‌ها و سایر اجرام در جهان می‌پردازد. تشکیل هسته‌های سنگین در تحولات ستاره‌ای شامل سه مرحله می‌باشد، که به ترتیب شامل چرخه پروتون-پروتون، چرخه CNO و سوختن هیدروژن می‌باشد، در بین دو زنجیره واکنش اختریفیزیکی زنجیره پروتون-پروتون در ستارگانی با جرمی کوچکتر یا مشابه خورشید اهمیت بیشتری دارد اما چرخه CNO نقش غالبی به عنوان منبع انرژی و تبدیل هلیوم به هیدروژن در ستاره‌های پر جرم

\* نویسنده مسئول: [h-khalili@araku.ac.ir](mailto:h-khalili@araku.ac.ir)



برانگیخته هسته‌ای و ویژگی‌های جمعی ساختار هسته به‌شمار آیند [8,9].

از این رو، در این کار، شدت گذار چهارقطبی الکتریکی  $(B(E2))$  از حالت‌های برانگیخته  $^{18}\text{F}$  که به انرژی و اسپین حالت‌های برانگیخته وابسته می‌باشد، محاسبه شده است.

در مقدمه این مقاله به‌اختصار در خصوص اهمیت واکنش  $^{17}\text{O}(p,\gamma)^{18}\text{F}$  و کارهای انجام گرفته توضیحاتی داده شد، سپس در قسمت دوم فرمولبندی به‌کار گرفته شده در این کار، پیرامون پتانسیل مورد نظر، تابع موجی که منجر به تشکیل هسته  $^{18}\text{F}$  می‌شود، سطح مقطع و عامل اختریفیزیکی  $S$  و نرخ واکنش توضیح داده شده است و در نهایت در قسمت سوم پیرامون نتایج محاسبات و مقایسه آنها با کارهای دیگران پرداخته شده است.

### چارچوب نظری

در این تحقیق از برنامه RADCAP برای اندازه‌گیری تابع موج و عامل اختریفیزیکی  $S$  در واکنش‌های گیراندازی پرتابه پروتون و نوترون استفاده شده است. این برنامه براساس مدل پتانسیل وودز-ساکسون، گاوسی یا M3Y نوشته شده است. معادله شرودینگر شعاعی برای یک دستگاه دو جسمی به‌صورت ذیل می‌باشد [10,11]:

$$\frac{-\hbar^2}{2m_N} \nabla_r^2 \psi(r) + (V(r) - E) \psi(r) = 0, \quad (1)$$

$$\nabla_r^2 \equiv \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d}{dr} \right) - \frac{\hat{L}^2}{\hbar r^2}.$$

پتانسیل هسته‌ای به‌کار رفته در هامیلتونی بالا برای واکنش  $^{17}\text{O}(p,\gamma)^{18}\text{F}$  پتانسیل وودز-ساکسون به‌عنوان یک پتانسیل معتبر که نتایج خوبی برای

منبع انرژی و همچنین عامل ایجاد چندین عنصر شیمیایی می‌باشد.

مواد شیمیایی ترکیب پلاسمای ستاره‌ای، چرخه‌های مختلف CNO بسته به دما می‌تواند شامل ایزوتوپ‌های کربن، نیتروژن، اکسیژن و فلورور باشد [3,4].

هسته‌های مرکب و واکنش‌های مستقیم دو تا از مهم‌ترین واکنش‌های اختریفیزیک در نوکلئوسنتز ستاره‌ای هستند [5,6] از طرف دیگر، بررسی تجربی آنها پرهزینه و زمان‌بر است. در این زمینه، واکنش‌های گیراندازی تابشی یکی از فرآیندهای مهم در انرژی‌های اختریفیزیکی می‌باشند. یکی از واکنش‌های گیراندازی تابشی پروتونی، واکنش  $^{17}\text{O}(p,\gamma)^{18}\text{F}$  در چرخه CNO می‌باشد که بخش‌های مختلف چرخه را به‌هم متصل می‌کند. برای شناخت ما از نوکلئوسنتز ستاره‌ای محاسبه نرخ گذار برای این واکنش ضروری است.

با محاسبه مقدار عامل اختریفیزیکی  $S$  و سطح مقطع گیراندازی تابشی در انرژی‌های کم می‌توانیم نرخ گذار را برای واکنش‌ها تعیین نمود. به‌این دلیل محاسبه عامل اختریفیزیکی  $S$  ضروری است، چون ذرات باردار وقتی به یک هسته نزدیک می‌شوند به‌دلیل دافعه کولنی پرتابه، باید انرژی کافی برای عبور از سد کولونی را داشته باشند و همچنین به‌دلیل سطح مقطع پایین، اندازه‌گیری سطح مقطع در انرژی‌های کم به‌صورت تجربی دشوار می‌باشد [1].

از آنجایی که در این واکنش گسیل  $\gamma$  رخ می‌دهد، بررسی شدت گذار الکترومغناطیسی برای درک این واکنش ضروری و مهم می‌باشد. اندازه‌گیری و تجزیه و تحلیل شدت گذار الکترومغناطیسی هسته‌های اتمی است که نقش مهمی در توسعه فیزیک هسته‌ای ایفا می‌نماید [7].

اندازه‌گیری شدت گذارهای کاهش یافته می‌تواند شاهد بسیار قابل اعتمادی برای درک ویژگی‌های حالت‌های

که در آن  $V_{sl}$  ثابت جفت‌شدگی اسپین پروتون و تکانه مداری هدف می‌باشد و  $f_{s0}$  به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$f_{s0}(r) = \frac{1}{1 + \exp[(r - R_{s0})/a_{s0}]}, \quad 6$$

که  $R_{s0}$  در آن شعاع اسپین-مدار نامیده می‌شود.  $V_C$  پتانسیل کولونی پروتون‌هاست که بر مبنای پتانسیل کولنی توزیع بار کروی به شعاع  $R_C$  نوشته می‌شود:

$$V_C(r) = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \begin{cases} \frac{3 - (r/R_C)^2}{2R_C}, & r \leq R_C \\ \frac{1}{r}, & r \geq R_C \end{cases} \quad 7$$

که  $r$  فاصله بین مراکز و  $R_C$  شعاع کولنی بین پروتون و اکسیژن است [14]. شعاع‌های  $R_C$ ,  $R_{s0}$ ,  $R_0$  معمولاً از رابطه  $R_i = r_i A^{1/3}$  پیروی می‌کنند.

### احتمال گذار کاهش یافته برای واپاشی گاما

برهم‌کنش میدان الکترومغناطیسی با نوکلئون را می‌توان برحسب جمع عملگرهای تانسوری رتبه  $\lambda$  چند قطبی الکتریکی و مغناطیسی به دست آورد:

$$\hat{O} = \sum_{\lambda, \mu} [\hat{O}(E\lambda)_\mu + \hat{O}(M\lambda)_\mu], \quad 8$$

که در آن  $\lambda$  مرتبه قطبیدگی و  $\mu$  عدد کوآنتومی هماهنگ‌های کروی را نشان می‌دهند و گذارهای الکتریکی و مغناطیسی از روابط زیر به دست می‌آیند:

واکنش‌های مختلف ارائه داده انتخاب شده است که در بخش بعد به اختصار مروری بر آن خواهیم داشت.

### پتانسیل وودز-ساکسون

در دهه گذشته بدون اغراق یکی از پتانسیل‌های پرکاربرد در شناخت ساختار هسته‌ها و نوکلئو سنتزها پس از پیدایش جهان اولیه پتانسیل وودز-ساکسون می‌باشد. پتانسیل وودز-ساکسون یک انتخاب ساده پدیده شناختی برای پتانسیل تک-جسمی است. این پتانسیل مدلی را برای خواص توابع موج تک-ذره‌ای حالت مقید و پیوسته تهیه می‌کند. این پتانسیل از مجموعه پارامترها، برای یک برازش خوب انرژی‌های تک-ذره‌ای هسته‌ای و شعاع هسته‌ای انتخاب شده‌اند. برنامه‌های مختلفی مانند WSPOT.FOR و RADCAP برای به دست آوردن انرژی‌های تک‌ذره‌ای و توابع موج شعاعی تک-ذره‌ای حالت‌های پایه و برانگیخته به کار می‌رود. این پتانسیل حاصل جمع یک پتانسیل مرکزی مستقل از اسپین، یک پتانسیل اسپین-مدار و پتانسیل کولنی است [12-14]:

$$V(r) = V_0(r) + V_c(r) \langle \vec{s} \cdot \vec{l} \rangle V_s(r), \quad 2$$

پتانسیل مرکزی  $V_0(r)$  مستقل از اسپین است:

$$V_0(r) = V_0 f_0(r), \quad 3$$

$f_0(r)$  شکل فرمی زیر را دارد.

$$f_0(r) = \frac{1}{1 + \exp[(r - R_0)/a_0]}, \quad 4$$

$R_0$  شعاع مرکزی می‌باشد.  $V_s(r)$  پتانسیل اسپین-مدار است:

$$V_s(r) = v_{LS} \frac{1}{r} \frac{df_{s0}(r)}{dr}, \quad 5$$

$$\langle J_f M_f | \hat{O}(E\lambda) | J_i M_i \rangle = \frac{1}{\sqrt{2J+1}} \quad ۱۲$$

$$\langle J_i M_i \lambda \mu | J_f M_f \rangle \langle J_f | \hat{O}(E\lambda) | J_i \rangle,$$

عناصر ماتریس تقلیل یافته به صورت زیر نوشته می شود:

$$\langle J_f | \hat{O}(E\lambda) | J_i \rangle = C_{J_f}^{J_i} \langle l_f j_f | \hat{O}(E\lambda) | l_i j_i \rangle_{J_f}, \quad ۱۳$$

که در آن:

$$C_{J_f}^{J_i} = (-1)^{j_f + l_a + J_i + \lambda} \left[ (2J_f + 1)(2J_i + 1) \right]^{1/2} \begin{Bmatrix} j_f & J_f & I_a \\ J_i & j_i & \lambda \end{Bmatrix}. \quad ۱۴$$

که در رابطه ۱۳ داریم:

$$\langle l_f j_f | \hat{O}(E\lambda) | l_i j_i \rangle_{J_f} = \frac{e_\lambda}{\sqrt{4\pi}} (-1)^{l_i + l_a + j_i - j} \frac{\hat{\lambda} \hat{j}_i}{J} \left\langle j_i \frac{1}{2} \lambda_i \left| j \frac{1}{2} \right. \right\rangle \times \int_0^\infty dr r^\lambda u_{ij}^J(r) u_{ij_i}^{J_i}, \quad ۱۵$$

که در آن به ازای زوج  $I_i + I_a + \lambda = I_f$  ماتریس کاهش یافته الکتریکی غیر صفر و برای اعداد فرد صفر می شود. گذار  $M\lambda$  به صورت زیر است [10]:

$$\langle l_f j_f | \hat{O}(M\lambda) | l_i j_i \rangle = \mu_N L_{J_f}^{J_i} \times \left[ \frac{1}{\hat{l}_i} e_M T_{l_i}^{J_i} + g_N G_{J_f j_i}^{l_i} + g_a G_{J_f}^{J_i, j_i} \right] \int_0^\infty dr u_{ij}^J. \quad ۱۶$$

که در آن  $g_a = 0.58$  برای پروتون و  $g_N = -3.826$  برای نوترون می باشد. تکانه مغناطیسی مغزی هسته  $\mu_a = g_a \mu_N$  می باشند. همچنین توابع به کار رفته در معادله بالا به صورت زیر تعریف می شوند:

$$L_{J_f}^{J_i} = (-1)^{j_f + l_a + J_i + 1} \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \hat{j}_f \hat{j}_i \times \begin{Bmatrix} j_f & J_f & I_a \\ J_i & j_i & 1 \end{Bmatrix}, \quad ۱۷$$

$$\begin{aligned} \hat{O}(E\lambda)_\mu &= e_{eff,\lambda} r^\lambda y_{\lambda\mu}(\hat{r}), \\ e_{eff,\lambda} &= Z_b e \left( -\frac{m_a}{m_c} \right)^\lambda + Z_a e \left( \frac{m_b}{m_c} \right), \quad ۹ \\ \hat{O}(M\lambda)_\mu &= \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \mu_N \left[ e_{eff,M} l_\mu + \sum_{i=a,b} g_i (S_i)_\mu \right], \\ e_{eff,M} &= \left( \frac{m_a^2 Z_a}{m_c^2} + \frac{m_b^2 Z_b}{m_c^2} \right). \end{aligned}$$

که  $Z_b, Z_a, e_{eff,M}, e_{eff,\lambda}$  به ترتیب بار مؤثر الکتریکی و بار مؤثر مغناطیسی و عدد اتمی هسته های پرتابه و هدف هستند و همچنین در آن  $\mu_N = e\hbar/(2mc)$  قطبش مغناطیسی هسته و  $l_\mu$  و  $s_\mu$  مؤلفه های کروی تکانه مداری و اسپینی از مرتبه  $(-1, 0, 1)$  می باشند. نرخ کلی گذار یک مجموعه مشخص از میانگین حالت های اولیه به حالت های نهایی به دست می آید [11]:

$$\Gamma_{i,f,\lambda} = \frac{1}{2J_i + 1} \left( \frac{8\pi(\lambda+1)}{\lambda[(2\lambda+1)!!]^2} \right) \left( \frac{k^{2\lambda+1}}{\hbar} \right) \frac{\langle J_f | \hat{O}(\lambda) | J_i \rangle^2}{\sqrt{2J_i + 1}}. \quad ۱۰$$

که در آن  $k$  تکانه نسبی دستگاه  $p+^{17}\text{O}$  با انرژی جنبش  $\hbar^2 k^2 / (2\mu)$  و عملگری که باعث این گذار می شود  $\hat{O}(\lambda)$  است و آخرین عامل در معادله بالا احتمال گذار کاهش یافته  $B$  و به صورت زیر تعریف می شود:

$$B(i \rightarrow f) = \frac{\langle J_f | \hat{O}(\lambda) | J_i \rangle^2}{\sqrt{2J_i + 1}}, \quad ۱۱$$

عناصر ماتریس برای گذار انتقالی  $J_i M_i \rightarrow J_f M_f$  از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$Y_{JM}^l = \sum_{m_a, m_b} \langle jm I_a M_a | JM \rangle \langle JM | I_a M_a \rangle | jm \rangle, \quad 23$$

که در آن  $|jm\rangle$  و  $|I_a M_a\rangle$  به ترتیب ویژه حالت‌های هسته هدف (اکسیژن-۱۷) و پرتابه (پروتون) و  $\langle jm I_a M_a | JM \rangle$  ضرایب کلبش-گوردون می‌باشند.

$$|jm\rangle = \sum_{m_l, m_b} Y_{l, m_l}(\hat{r}) \chi_{mb}. \quad 24$$

تابع موج اسپینی ذره b (پروتون) است.

### سطح مقطع

سطح مقطع واکنش گیراندازی تابشی پروتونی برای گذار الکتریکی (مغناطیسی) از رابطه زیر به دست می‌آید [16]:

$$\sigma_{E\lambda J_b}^{d.c} = \frac{(2\pi)^3}{k^2} \left( \frac{E_{ab} + E_B}{\hbar c} \right)^{2L+1} \times \frac{2(2I_a + 1)}{(2I_a + 1)(2I_b + 1)} \times \frac{\lambda + 1}{L[(2\lambda + 1)!!]^2} \sum_{J_c, l, c} (2J_c + 1) \times \left\{ \begin{matrix} j_c & J_c & I_b \\ J_b & j_b & L \end{matrix} \right\}^2 \left| \langle JM || O_{E\lambda\mu} || J_0 M_0 \rangle \right|^2, \quad 25$$

که در آن  $E_B$  انرژی بستگی هسته  $^{18}\text{F}$  و  $E_{ab}$  انرژی حالت مقید  $^{17}\text{O} + p$  می‌باشند. قسمت‌های مختلف فرمول بالا برای گذار الکتریکی (مغناطیسی) در بخش قبل توضیح داده شده‌اند و با جای گذاری آنها می‌توان سطح مقطع گیراندازی تابشی را محاسبه نمود و در نهایت سطح مقطع کل برای چند قطبی‌ها عبارتست از [11]:

$$\sigma^{d.c}(E) = \sum_{L, J_b} (SF)_{J_b} \sigma_{L, J_b}^{d.c}(E). \quad 26$$

$$T_{l_i}^{j_i} = \frac{2\tilde{j}_i}{\tilde{l}_i} \left( l_i \delta_{j_i, l_i + 1/2} + (l_i + 1) \delta_{j_i, l_i - 1/2} \right) + (-1)^{l_i + 1/2 - j_i} \frac{\tilde{j}_i}{\sqrt{2}} \delta_{j_i, l_i + 1/2}, \delta_{j_i, l_i \mp 1/2}, \quad 18$$

$$G_{j_f j_i}^{l_i} = \frac{1}{\tilde{l}_i^2} \left[ (-1)^{l_i + 1/2 - j_i} \tilde{j}_i \delta_{j_f, j_i} - (-1)^{l_i + 1/2 - j_i} \frac{\tilde{j}_i}{\sqrt{2}} \delta_{j_i, j_{ab2}}, \delta_{j_i, j_i \mp 1/2} \right], \quad 19$$

$$G_{j_f j_i}^{J_f} = (-1)^{l_i + j_i + J_f + 1} \tilde{j}_i \tilde{j}_i \tilde{l}_i \begin{Bmatrix} I_a & J_f & j_i \\ J_i & I_a & 1 \end{Bmatrix}.$$

برای انجام محاسبات بالا نیازمند به محاسبه تابع موج است. تابع موج  $\psi(r)$  و انرژی  $E$  حالت‌های ساکن یک ذره را می‌توان با حل معادله مستقل از زمان شرودینگر به دست آورد.

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_r^2 \psi + (V(r) - E)\psi = 0, \quad 20$$

برخی از ذرات مانند الکترون‌ها و فوتون‌ها دارای اسپین غیر صفر هستند که تابع موج آنان بر حسب اسپین ذاتی و همچنین تکانه زاویه‌ای به عنوان درجه آزادی تعریف می‌شوند که در این صورت توابع موج بخش شعاعی و زاویه‌ای برای حالت مقید و برانگیخته می‌توانند با پتانسیل مورد نظر به دست آیند. توابع موج پیوسته نیز از رابطه زیر به دست می‌آیند [16,17]:

$$u_{lj}^J(r \rightarrow \infty) = i \sqrt{\frac{m_{ab}}{2\pi k \hbar^2}} \times \left[ H_l^{(-)}(r) - S_{lj} \alpha_c H_l^{(+)}(r) \right] e^{i\sigma_l(E)}. \quad 21$$

که در آن  $H_l^{(+)}$  و  $H_l^{(-)}$  توابع موج منظم و نامنظم کولونی و  $S_{lj} = \exp[2\delta_{lj}(E)]$  و  $\sigma_l$  فاز انتقالی کولونی می‌باشند.

$$\psi_{JM}(r) = R_{lj}^J Y_{JM}^l, \quad 22$$

که در آن  $R_{lj}^J = u_{lj}^J / r$  و  $Y_{JM}^l$  بخش زاویه‌ای مداری تابع موج است و  $u_{lj}^J$  قسمت شعاعی تابع موج هسته نهایی یعنی  $^{18}\text{F}$  است  $(^{17}\text{O} + p \rightarrow ^{18}\text{F} + \gamma)$ .

واکنش و بسیاری از واکنش‌های مشابه برای انرژی‌های در حدود صفر با تجهیزات آزمایشگاهی کنونی قابل انجام نمی‌باشند. روش برون‌یابی یکی از راه‌های غیرمستقیم برای تعیین سطح مقطع است، اما از آنجا که سطح مقطع با تغییر انرژی دچار تغییرات زیادی می‌شود و به عبارت دیگر به دلیل شدت وابستگی به انرژی بهتر است در این مسیر از کمیتی استفاده شود که تابع کندتری نسبت به انرژی داشته باشد. در این خصوص عامل اختریفیکی  $S$  کمیتی متناسب با سطح مقطع می‌باشد، اما قسمت نمایی آن در رابطه سطح مقطع حذف گردیده است، به همین دلیل تابع کندتری نسبت به انرژی می‌باشد. با توجه به خصوصیات واکنش  $^{17}\text{O}(p,\gamma)^{18}\text{F}$  و مزیت‌های محاسبه عامل اختریفیکی  $S$  که در انرژی‌های گاموف در شرایط کوچک بودن انرژی برانگیختگی نسبت به سد کولونی و نداشتن رزونانس در محدوده انرژی گاموف (یا عدم همپوشانی) تعداد زیادی حالت رزونانس تغییرات کندی نسبت به انرژی دارد بنابراین برای برون‌یابی در انرژی‌های پایین از این کمیت استفاده می‌شود [18,19].

### نتایج محاسبات

اولین گام برای بررسی هر هسته، انتخاب پتانسیل هسته‌ای مناسب است، که در این تحقیق از مدل پتانسیل وودز-ساکسون برای مطالعه واکنش مورد نظر استفاده

SF عامل اسپکتروسکوپی است که مقدار آن حدود ۱ می‌باشد که با داده‌های تجربی قابل تنظیم می‌باشد [10].

### عامل اختریفیکی $S$

عامل اختریفیکی  $S(E)$  که از رابطه ۲۶ برحسب سطح مقطع کل و انرژی به دست می‌آید عبارتست از:

$$S(E) = \frac{E}{\exp(-2\pi\eta)} \sigma(E), \quad 27$$

در فرمول بالا  $\eta$  پارامتر سامرفلد است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

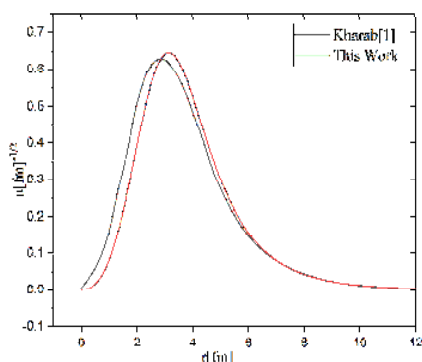
$$\eta = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar v}. \quad 28$$

که در آن  $v$  سرعت اولیه نسبی پرتابه و هدف می‌باشد. اکنون با استفاده از نتایج به دست آمده از برنامه RADCAP برای محاسبه نرخ واکنش می‌توانیم از رابطه بین عامل  $S$  و نرخ  $\langle \sigma v \rangle_{NA}$  استفاده کنیم.

$$N_A \langle \sigma v \rangle = N_A \frac{(8/\pi)^{1/2}}{\mu^{1/2} (K_B T)^{3/2}} \times \int_0^\infty S(E) \exp\left(-\frac{E}{K_B T} - 2\pi\eta\right) dE \quad 29$$

ذرات باردار (پرتابه) به دلیل دافعه کولونی هنگامی که به یک هسته هدف نزدیک می‌شوند باید انرژی کافی برای عبور از سد کولونی را داشته باشند، همچنین به دلیل سطح مقطع پایین، اندازه‌گیری مستقیم سطح مقطع این

شده است، به همین منظور انجام محاسبات و دستیابی به نتایج ارائه شده در برنامه کامپیوتری فرتن و برنامه RADCAP انجام گرفته است. هسته  $^{17}\text{O}$  با یک پروتون ترکیب شده و  $^{18}\text{F}$  را با انرژی  $5.60\text{ MeV}$  می‌دهد، و سپس با حل معادله شرودینگر و تابع موج مقید به محاسبه عامل اختریفیکی  $S$  پرداخته‌ایم. در این تحقیق ضمن حفظ انرژی  $5.60\text{ MeV}$  برای واکنش  $^{17}\text{O}(p,\gamma)^{18}\text{F}$ ، به نتایجی از قبیل تابع موج، عامل اختریفیکی  $S$ ، نرخ واکنش و شدت گذار چهارقطبی الکتریکی دست یافته‌ایم.



شکل ۱. مقایسه تابع موج بین نتایج به دست آمده (خط تیره) مربوط با استفاده از پتانسیل وودز-ساکسون و کار آقای خراب [16] (خط قرمز رنگ).

همان‌طور که در شکل ۴ دیده شد، در انرژی‌های پایین تطابق بین نقاط بیشتر است و در نتیجه با کارهای [21-23] مطابقت بیشتری مشاهده می‌شود. همچنین عامل اختریفیکی  $S$  در انرژی صفر با روش برون‌یابی برای تراز  $(5/2)^+$  محاسبه و مقدار  $b$ ،  $S(0)=4/8\text{ keV}$  به دست آورده شد.

جدول ۱. پارامترهای مناسب پتانسیل وودز-ساکسون برای تراز  $d5/2$

$V_0$	-34.53
$R_0$	3.50
$AA$	0.683174
$V_{s0}$	-70.7086
$R_{s0}$	3.05
$AAS$	0.683174
$R_c$	3.50

در مرحله اول با جایگزینی پارامترهای پتانسیل و حل معادله شرودینگر، با استفاده از برنامه نمودار تابع موج برای حالت مقید رسم شد، این نمودار با کار انجام شده [16] در شکل ۱ مقایسه شده و در نتیجه تطابق نسبتاً خوبی را داشته است.

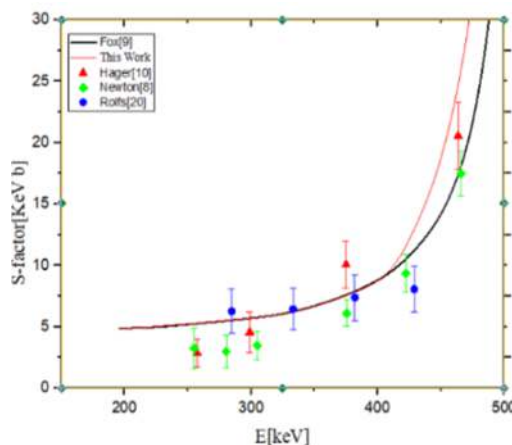
و در ادامه با استفاده از پارامترهای پتانسیل، اسپین هسته‌ها، گذارهای الکتریکی (مغناطیسی)، امواج جزئی مختلف، عامل اختریفیکی  $S$ ، محاسبه و نمودار آن را رسم کرده‌ایم، برای این واکنش دو گذار الکتریکی



خاطر قدرت واپاشی ترازهای بالاتر به ترازهای پایین تر بیشتر از واپاشی لایه های زیرین است.

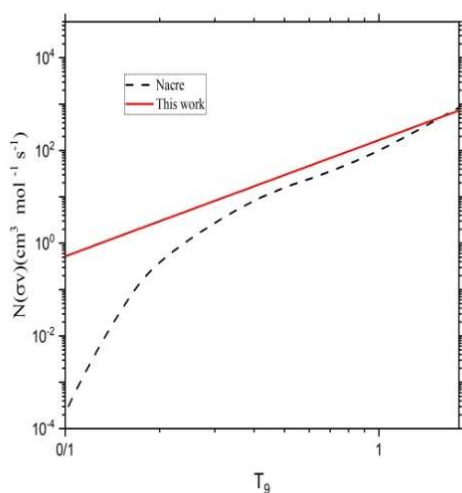
جدول ۲. مقایسه بین مقادیر حاسبه شده برای عامل اختربیزیکی

E(keV)	This Work	Fox [9]	Hager [10]	Rolfs [20]	Newton [8]
196	4.80	4.87	-	-	-
226	5.038	4.96	-	-	-
255	5.29	5.26	2.87±1.12	-	3.26±1.6
280	5.34	5.32	-	-	2.99±1.33
284	5.38	5.36	-	6.27±1.87	-
298	5.62	5.59	4.55±1.6	-	-
304	5.75	5.79	-	-	3.46±1.12
333	6.33	6.36	-	6.44±1.71	-
375	7.22	7.25	10.05±1.92	-	6.10±1.06
382	7.42	7.46	-	7.33±1.87	-
422	9.75	9.80	-	-	9.35±1.4
428	10.22	11.24	-	8.06±1.87	-
463	17.02	16.03	20.55±2.7	-	-
465	17.50	15.45	-	-	17.48±1.8
499	57.4	38.67	-	-	-



شکل ۲. مقایسه عامل اختربیزیکی به دست آمده (خط قرمز) با استفاده از پتانسیل وودز-ساکسون و داده های [20-23].

در ادامه با استفاده از معادله ۲۴ نرخ واکنش را در دماهای اختربیزیکی به دست آورده شد و نتایج در شکل ۳ رسم و با NACRE مقایسه شده است که در انرژی های بالا تطابق نسبتاً خوبی بین آنها مشاهده می شود. در پایان نتایج شدت گذار  $B[E2]$  برای حالت های مختلف پایه و برانگیخته، در جدول ۳ و شکل ۴ با کار [16] مقایسه و نشان داده شده است. همان طور که قبلاً ذکر شد به ازای فرد  $I_i + I + \lambda = 1$  ماتریس کاهش یافته الکتریکی صفر می شود به همین دلیل شدت مربوط به گذارهای  $E1$  وجود ندارند. نتایج در شکل ۴ نشان داده شده است شدت گذار  $B[E2]$  در حالت های برانگیخته نسبت به حالت پایه بیشتر است و به انرژی تحریکی بستگی دارد و می تواند یکی از دلایل آن کوتاه تر شدن عمر متوسط حالت های برانگیخته با افزایش انرژی تحریکی باشد که علت آن رابطه عدم قطعیت می باشد. به همین



شکل ۳. مقایسه بین نتایج محاسبات نرخ واکنش و داده های

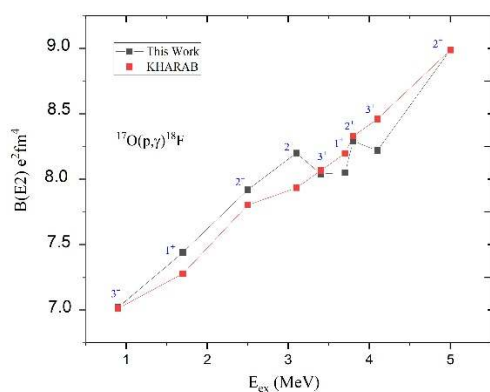
NACRE.

## بحث و نتیجه‌گیری

$E_1$  تابع موج، عامل اختزفیزیکی  $S$ ، نرخ واکنش و شدت گذار در محدوده انرژی 200-500 کیلو الکترون ولت محاسبه شد و نتایج نسبتاً مطلوبی با مقایسه بین نتایج این کار و سایر نتایج نظری و تجربی مشاهده شد.

جدول ۳. مقادیر انرژی تحریکی، انرژی بستگی، اسپین پاریته هسته  $^{18}\text{F}$  و مقادیر  $B(E_2)$  بین حالت‌های برانگیخته و حالت پایه نشان داده شده است (واحد انرژی‌ها بر حسب MeV می‌باشد).

Excitation energy (Mev)	Spin-parity $J^\pi$	Binding energy	This work( $E_2$ )	( $E_2$ )[16]
0	$1^+$	5.6		
0.9	$3^+$	4.7	7.02	7.2
1	$0^+$	4.6		
1.7	$1^+$	3.9	7.44	7.4
2.5	$2^+$	3.1	7.92	7.8
3.1	$2^+$	2.5	8.20	7.9
3.4	$3^+$	2.2	8.04	8
3.7	$1^+$	1.9	8.05	8.1
3.8	$2^+$	1.8	8.29	8.2
4.1	$3^+$	1.5	8.22	8.3
5	$2^+$	0.6	8.99	8.7



شکل ۴. نمودار تغییرات قدرت گذار چهار قطبی الکتریکی  $[B(E_2)]$  بر حسب انرژی‌های برانگیخته حالت‌های تحریک شده.

## مرجع‌ها

[1] P.A. Crowther, O. Schnurr, R. Hirschi, N. Yusof, R.J. Parker, S.P. Goodwin, H.A. Kassim, The R136 star cluster hosts several

در این مطالعه عددی یک نوع از واکنش‌های گیراندازی تابشی پروتونی را در انرژی‌های پایین بررسی نمودیم. این نوع واکنش‌های گیراندازی تابشی در توسعه فیزیک هسته‌ای برای شناخت ساختار هسته‌ها و چگونگی هسته‌های سنگین از هسته‌های سبک از اهمیت زیادی برخوردار می‌باشند. که در این خصوص یکی از واکنش‌های خیلی با اهمیت در فیزیک هسته‌ای، واکنش گیراندازی تابشی پروتون توسط  $^{17}\text{O}$  می‌باشد که در چرخه CNO و تشکیل هسته‌های سنگین این چرخه نقش مهمی را بازی می‌کند. برای بررسی عددی مشاهده‌پذیرهای این واکنش از قبیل عامل اختزفیزیکی  $S$ ، نرخ واکنش و شدت گذار چهار قطبی الکتریکی از پتانسیل وودز-ساکسون برای محاسبات استفاده نمودیم همان‌طور که در دهه‌های گذشته این پتانسیل در تجزیه و تحلیل خیلی از واکنش‌های هسته‌ای نتایج کاملاً مطلوبی را ارائه داده است ما نیز در این مطالعه از پتانسیل وودز-ساکسون استفاده نمودیم و همان‌گونه که از نتایج پیداست در محاسبات مشاهده‌پذیرهای این واکنش نتایج قابل قبولی را در انرژی‌های پایین ارائه داده است. برای این واکنش دو گذار الکتریکی  $E_1, E_2$  و یک گذار مغناطیسی  $M_1$  بر اساس موج فرودی  $p$ - و ترکیب آن با حالت پایه  $^{17}\text{O}$

رخ می‌دهد وجود دارد. که با توجه به‌غالب بودن گذار

<https://doi.org/10.1103/RevModPhys.28.432>

[8] A. Bohr, Mottelson, Nuclear structure, Benjamin, New York, 1975.

[9] C. Bertulani, G. Baur, Electromagnetic processes in relativistic heavy ion collisions, Nuclear Physics A, 458 (1986) 725-744. [https://doi.org/10.1016/03759474\(86\)90197-1](https://doi.org/10.1016/03759474(86)90197-1)

[10] J. Huang, C. Bertulani, V. Guimaraes, Radiative capture of nucleons at astrophysical energies with single-particle states, Atomic Data and Nuclear Data Tables, 96 (2010) 824-847. <https://doi.org/10.1016/j.adt.2010.06.004>

[11] C. Bertulani, RADCAP: A potential model tool for direct capture reactions, Computer Physics Communications, 156 (2003) 123-141. [https://doi.org/10.1016/S0010-4655\(03\)441-551](https://doi.org/10.1016/S0010-4655(03)441-551)

[12] A. Bohr, B. Mottelson, Nuclear Structure, Vol. I Benjamin, New York, 1969, Nuclear Structure, 2.

[13] R.D. Woods, D.S. Saxon, Diffuse surface optical model for nucleon-nuclei scattering, Physical Review, 95 (1954) 577. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.95.577>

[14] M. Aygun, Alternative Potentials Analyzing the Scattering Cross Sections of 7, 9, 10, 11, 12, <sup>14</sup>Be Isotopes from a <sup>12</sup>C target: Proximity Potentials, Journal of the Korean Physical Society, 73 (2018) 1255-1262. <https://doi.org/10.3938/jkps.73.1255>

[15] M. Capak, B. Gönül, Remarks on the Woods-Saxon potential, Modern Physics Letters A, 31 (2016) 1650134. <https://doi.org/10.1142/S0217732316501340>

[16] R. Kharab, Dependence of B (E2) and B (M1) transition strengths on energy and spin of excited states of <sup>18</sup>F, Modern Physics Letters A, 33 (2018) 1850188.

stars whose individual masses greatly exceed the accepted 150 M<sub>⊙</sub> stellar mass limit, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 408 (2010) 731-751. <https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2010.17167.x>

[2] A.A. Aziz, H.A. Kassim, M.F. Zamrun, Analysis of cross section and astrophysical S-factor at low energies, AIP Conference Proceedings, American Institute of Physics, (2013), pp. 65-69. <https://doi.org/10.1063/1.4803570>

[3] E.G. Adelberger, A. García, R.H. Robertson, K. Snover, A. Balantekin, K. Heeger, M. Ramsey-Musolf, D. Bemmerer, A. Junghans, C. Bertulani, Solar fusion cross sections. II. The p p chain and CNO cycles, Reviews of Modern Physics, 83 (2011) 195. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.83.195>

[4] G. Gyürky, A. Ornelas, Z. Fülöp, Z. Halász, G.G. Kiss, T. Szücs, R. Huszánk, I. Hornyák, I. Rajta, I. Vajda, Cross section measurement of the astrophysically important <sup>17</sup>O (p, γ) <sup>18</sup>F reaction in a wide energy range, Physical Review C, 95 (2017) 035805. <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.95.035805>

[5] R. Ghasemi, H. Sadeghi, S-factor for radiative capture reactions for light nuclei at astrophysical energies, Results in Physics, 9 (2018) 151-165. <https://doi.org/10.1016/j.rinp.2018.02.033>

[6] H. Khalili, M. Mohammadzadeh, The astrophysical S-factor of proton radiative capture on triton, New Astronomy, 86 (2021) 101572. <https://doi.org/10.1016/j.newast.2021.101572>

[7] K. Alder, A. Bohr, T. Huus, B. Mottelson, A. Winther, Study of nuclear structure by electromagnetic excitation with accelerated ions, Reviews of modern physics, 28 (1956) 432.

- A, 217 (1973) 29-70. [https://doi.org/10.1016/0375-9474\(73\)90622-2](https://doi.org/10.1016/0375-9474(73)90622-2)
- [24] C. Angulo, M. Arnould, M. Rayet, P. Descouvemont, D. Baye, C. Leclercq-Willain, A. Coc, S. Barhoumi, P. Aguer, C. Rolfs, A compilation of charged-particle induced thermonuclear reaction rates, Nuclear Physics A, 656 (1999) 3-183. [https://doi.org/10.1016/S0375-9474\(99\)30-5](https://doi.org/10.1016/S0375-9474(99)30-5)
- [25] J. Huang, C. Bertulani, V. Guimaraes, Radiative capture of nucleons at astrophysical energies with single-particle states, Atomic Data and Nuclear Data Tables, 96 (2010) 824-847. <https://doi.org/10.1016/j.adt.2010.06.004>
- [17] M. Born, Physical aspects of quantum mechanics, Nature, 119 (1927) 354-357. <https://doi.org/10.1038/119354A0>
- [18] E. Yildiz, A. Aydin, I.H. Sarpun, E. Tel, Calculation of cross-sections and astrophysical s-factors for the  $^{63}\text{Cu}$  ( $\alpha$ , n) and  $^{63}\text{Cu}$  ( $\alpha$ ,  $\gamma$ ) reactions, EPJ Web of Conferences, EDP Sciences, 2015, pp. 01010. <https://doi.org/10.1051/epjconf/201510001010>
- [19] A. Moghadasi, H. Sadeghi, R. Pourimani, Calculation of astrophysical S-factor in reaction  $^{13}\text{C}$  (p,  $\gamma$ )  $^{14}\text{N}$   $^{13}\text{C}(p,\gamma)^{14}\text{N}$  for first resonance levels, Astrophysics and Space Science, 363 (2018) 1-6. [In Persian] [https://doi.org/10.1016/0010-4655\(82\)90070-4](https://doi.org/10.1016/0010-4655(82)90070-4)
- [20] J.R. Newton, C. Iliadis, A. Champagne, J. Cesaratto, S. Daigle, R. Longland, Measurement of  $^{17}\text{O}$  (p,  $\gamma$ )  $^{18}\text{F}$  between the narrow resonances at  $E_r$  lab = 193 and 519 keV, Physical Review C, 81 (2010) 045801. <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.81.045801>
- [21] C. Fox, C. Iliadis, A. Champagne, R. Fitzgerald, R. Longland, J. Newton, J. Pollanen, R. Runkle, Thermonuclear reaction rate of  $^{17}\text{O}$  (p,  $\gamma$ )  $^{18}\text{F}$ , Physical Review C, 71 (2005) 055801. <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.71.055801>
- [22] U. Hager, L. Buchmann, B. Davids, J. Fallis, B. Fulton, N. Galinski, U. Greife, D. Hutcheon, D. Ottewell, A. Rojas, Measurement of the  $^{17}\text{O}$  (p,  $\gamma$ )  $^{18}\text{F}$  reaction rate at astrophysically relevant energies, Physical Review C, 85 (2012) 035803. <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.85.035803>
- [23] C. Rolfs, Spectroscopic factors from radiative capture reactions, Nuclear Physics