Document Type: Full length research Paper
Pages 1-11

Investigating the Effect of Varying Magnetic Field and Coriolis Force on Nonlinear Ion-acoustic Waves in Collisional Quantum Plasma

Mohammad Eghbali*

Department of Physics, Faculty of Science, Behbahan Khatam Alanbia University of Technology, Behbahan, Iran

Received: 07.07.2022 Final revised: 25.11.2023 Accepted: 20.05.2024
Doi: 10.22055/jrmbs.2024.19131

Abstract

In this study, a collisional quantum plasma, including the inertial nondegenerate positive ions and inertialess degenerate electrons was investigated in the presence of a spatially varying magnetic field. The propagation of nonlinear ion-acoustic waves excited by spatial variations in the magnetic field in the presence of the Coriolis force and ion collisions with neutral particles was investigated using a fluid model. The differential equation governing the ion acoustic solitary wave propagation was obtained using the reductive perturbation method. This is a non-linear differential equation of modified Korteweg–de Vries–Burgers (mKdVB). As could be observed, Burgers's dissipative and collision terms are caused by the spatial changes of the magnetic field, collision of ions with neutral particles, and presence of Coriolis force. Numerical calculations indicate the combined effect of the spatially varying magnetic field, collision of ions with neutral particles and Coriolis force on the ion acoustic wave behavior is significant, causing oscillating pulses as well as radiation pulses behind the propagation place of solitary waves. In other words, it could be stated that spatial changes in the magnetic field, Coriolis force, and collisions produce a new source for dissipative shock wave generation. By removing the spatial heterogeneity of the magnetic field, Coriolis force, and collision of ions with neutral particles, this equation is converted into the conventional quantum ion-acoustic equation, which could be solved analytically. The solution of this equation is a solitary wave packet that could be propagated in the plasma environment without deformation at a constant speed. This research could be used in space and laboratory plasmas where quantum and magnetic field effects should be considered.

Keywords: Quantum Plasma, Coriolis Force, Soliton, Electrostatic Wave

* Corresponding Author: eghbali_moh@yahoo.com

بررسی اثر میدان مغناطیسی متغیر و نیروی کوریولیس بر امواج یون صوتی غیر خطی در پلاسمای کوآنتومی برخوردی

محمد اقبالی*

گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه صنعتی خاتم الانبیاء (ص) بهبهان، بهبهان، ایران

دریافت: ۱۴۰۱/۰۴/۱۶ ویرایش نهائی: ۱۴۰۲/۰۹/۰۴ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۲/۳۱
Doi: 10.22055/jrmbs.2024.19131

چکیده

در این پژوهش یک پلاسمای کوآنتومی برخوردی شامل یون‌های مثبت لخت ناتبهگن و الکترون‌های نالخت تبهگن در حضور میدان مغناطیسی غیرهمگن فضایی، بررسی شده است. انتشار امواج غیرخطی یون صوتی برانگیخته شده ناشی از تغییرات فضایی میدان مغناطیسی در حضور نیروی کوریولیس و برخورد یون‌ها با ذرات خنثی با استفاده از مدل سیالی، مطالعه شده است. با استفاده از روش اختلال کاهنده، معادلهٔ دیفرانسیل حاکم بر انتشار موج سالیتونی یون صوتی به‌دست آمده است. این معادله یک معادلهٔ دیفرانسیل غیرخطی از نوع کورته–وگ دی وری–برگر اصلاح شده(mKdVB) است. همان‌طوری که از این معادله دیده می‌شود جملات اتلافی برگر و برخوردی ناشی از تغییرات فضایی میدان مغناطیسی، برخورد یون‌ها با ذرات خنثی و همچنین حضور نیروی کوریولیس است. محاسبات عددی نشان می‌دهد تأثیر ترکیبی میدان مغناطیسی ناهمگن فضایی، برخورد یون‌ها با ذرات خنثی و نیروی کوریولیس روی رفتار موج یون صوتی قابل ملاحظه بوده و باعث ایجاد پالس‌های نوسانی و همچنین پالس‌های تابشی در انتهای انتشار موج سالیتونی می‌شود. به‌عبارتی می‌توان گفت که تغییرات فضایی میدان مغناطیسی، نیروی کوریولیس و برخوردها باعث تولید یک منبع جدید برای ایجاد امواج اتلافی شوک می‌شوند. با حذف ناهمگنی فضایی میدان مغناطیسی، نیروی کوریولیس و همچنین برخورد یون‌ها با ذرات خنثی این معادله به معادلهٔ یون صوتی کوآنتومی معمولی تبدیل می‌شود که این معادله به‌صورت تحلیلی قابل حل می‌باشد و جواب‌های این معادله یک بسته موج سالیتونی است که بدون تغییر شکل با سرعت ثابت در محیط پلاسمایی قابل انتشار است. از این پژوهش می‌توان در پلاسماهای فضایی و آزمایشگاهی که اثرات کوآنتومی و میدان مغناطیسی باید در نظر گرفته شوند استفاده نمود.

کلیدواژگان: پلاسمای کوآنتومی اتلافی، نیروی کوریولیس، سالیتون، موج الکترواستاتیک

مقدمه

پلاسما یک گاز داغ متشکل از ذرات باردار است که عموماً دارای رفتار کلاسیکی است [۱]. با این حال، هنگامی که دما کاهش یا چگالی به‌اندازهٔ کافی افزایش می‌یابد، ذرات پلاسما (مخصوصاً الکترون‌ها) دچار تبهگنی کوآنتومی می‌شوند [۲]. با وجود اینکه در گذشته پلاسما به‌صورت کاملاً کلاسیک

* نویسنده مسئول: eghbali_moh@yahoo.com

در نظر گرفته می‌شد اخیراً با توجه به گسترش پلاسماهای سرد و چگال، بررسی تأثیرات کوآنتومی پلاسما مورد توجه محققین و پژوهشگران قرار گرفته است. پلاسمای کوآنتومی را می‌توان در محیط‌های گوناگون از اجرام اختر فیزیکی خیلی چگال تا کوآنتوم نقطه‌ها و کربن نانولوله‌ها یافت [۳]. در پلاسمای کوآنتومی طول موج دوبروی ذرات پلاسما قابل مقایسه با اندازهٔ اتمی در پلاسمای کوآنتومی می‌شود. اثر کوآنتومی که در معادلات هیدرودینامیکی کوآنتومی (QHD) با پتانسیل بوهم نشان داده می‌شود، ویژگی‌های کاملاً متفاوتی را با حالتی که معادلات هیدرودینامیکی (HD) معمولی تعریف می‌شود آشکار می‌نماید. به‌طور مثال اگرچه موج لانگموئیر در پلاسمای کلاسیک نمی‌تواند منتشر شود [۴]. ولی رن و دیگران [۵] نشان دادند که به‌خاطر در نظر گرفتن پتانسیل بوهم، نوسانات لانگموئیر می‌تواند در پلاسمای کوآنتومی منتشر شود. پلاسمای کوآنتومی سیستمی از ذرات باردار است که در آن اثرات جمعی و کوآنتومی ناشی از دوگانگی موج–ذره و آمار کوآنتومی غالب هستند. در چند سال اخیر برخی از پژوهشگران پراش کوآنتومی ذرات را در انواع مختلفی از پلاسماها در نظر گرفته‌اند [۶–۸]. با توجه به ویژگی‌های خاص و کاربردی که پلاسماهای کوآنتومی دارند این مدل از پلاسما توجه بسیاری از دانشمندان را به‌خود جلب کرده است زیرا این نوع از پلاسما در محیط‌های خیلی چگال مخصوصاً در فیزیک نجوم و کیهان شناسی به‌وفور یافت می‌شود[۹, ۱۰]. پلاسمای کوآنتومی دارای چگالی ذرات بسیار بالا و دمای نسبتاً پایینی است. علاوه بر طول موج دوبری، مقیاس فضایی قابل مقایسه دیگری به‌نام طول فرمی برای پلاسماهای کوآنتومی به‌صورت $\lambda_F = \dfrac{v_F}{2\omega_p}$، تعریف می‌شود. در رابطهٔ فوق v_F سرعت فرمی و ω_p فرکانس پلاسمایی است. در دماهای خیلی پایین طول موج گرمایی دوبری با فاصلهٔ بین الکترونی و دمای الکترون با دمای فرمی الکترون قابل مقایسه است. بنابراین الکترون‌ها از توزیع فرمی دیراک پیروی می‌کنند. در این صورت انتظار می‌رود که اثرات مکانیک کوآنتومی بر روی رفتار ذرات نقش بسیار پرنگی داشته باشند [۱۱, ۱۲] . در دو دههٔ گذشته انتشار امواج الکترواستاتیکی فرکانس پایین در پلاسماهای کوآنتومی یکی از موضوعات مورد توجه دانشمندان در زمینهٔ فیزیک پلاسمای فضایی و آزمایشگاهی بوده است [۱۳, ۱۴] همچنین به‌دلیل ایجاد میدان مغناطیسی در پلاسما توسط حرکت ذرات پلاسما و محصور سازی آن به‌کمک میدان مغناطیسی در محیط‌های آزمایشگاهی، تأثیر میدان مغناطیسی روی محیط پلاسما یک موضوع تحقیقاتی و کاربردی بسیار با اهمیت است. در چند دههٔ اخیر پدیده‌های غیر خطی در حضور میدان مغناطیسی در بسیاری از محیط‌های پلاسمایی مورد مطالعه و بررسی قرار گرفته است [۱۵–۱۹]. تأثیر میدان مغناطیسی و نیروی کوریولیس روی انتشار امواج غیرخطی در محیط‌های پلاسما، خصوصاً پلاسمای کوآنتومی یکی از موضوعات مورد علاقه بسیاری از پژوهشگران فیزیک پلاسما بوده است [۲۰].. پاکزاد و همکاران[۲۱] رفتار امواج سالیتونی یون–صوتی با دامنهٔ کوچک را در یک محیط غیرنسبیتی برای پلاسماهای کلاسیک در حضور میدان مغناطیسی متغیر در فضا بررسی کردند. آنها نشان دادند میدان مغناطیسی متغیر، باعث می‌شود که سالیتون‌ها در حین انتشار، مقداری از انرژی را تابش می‌کنند و این انرژی تابشی به‌صورت امواج شوک و به‌طور معکوس حرکت می‌کند. در ادامه، روی و همکاران[۲۲] تأثیر میدان مغناطیسی با تغییرات فضایی را بر امواج غیرخطی در یک پلاسمای کوآنتومی مورد بررسی قرار دادند. نتایج عددی آنها نشان می‌دهد که جواب‌های سالیتون موضعی به‌دلیل ترکیب میدان مغناطیسی متغیر و برخورد با تابش پالس‌های نوسانی در پشت سالیتون در حال انتشار به‌صورت میرا از بین می‌روند. در این پژوهش یک پلاسمای

دو مؤلفه‌ای شامل الکترون‌های نالخت تبهگن، یون‌های لخت غیر تبهگن با بار مثبت در حضور میدان مغناطیسی ناهمگن فضایی و همچنین حضور نیروی کوریولیس در نظر گرفته و تأثیر پارامترهای مختلف از جمله ناهمگنی فضایی میدان مغناطیسی، نیروی کوریولیس و اثرات کوآنتومی را روی رفتار موج یون صوتی کوآنتومی بررسی می‌کنیم. این مدل از پلاسما در بسیاری از موقعیت‌ها مخصوصاً در اتمسفر کرهٔ زمین، ستاره‌های نوترونی، فضای میان ستارگان، حلقه‌های سیاره‌ای، داخل سیاره مشتری و کوتوله‌های سفید یافت می‌شود [۲۰]

معادلات هیدرو دینامیکی سیالی کوآنتومی

انتشار غیر خطی مود الکترواستاتیکی سالیتونی یون صوتی در یک پلاسمای مغناطیسی کوآنتومی شامل یون‌های با بار مثبت لخت و غیر تبهگن و الکترون‌های غیرلخت تبهگن را در نظر می‌گیریم. در شرایط تعادل گرمایی الکترون‌ها و یون‌ها دارای چگالی ذرات مساوی هستند که آن را n_0 می‌نامیم. فرض می‌کنیم یک میدان مغناطیسی خارجی وابسته به مکان با تغییرات کند، به‌صورت $\vec{B}=B(r)\hat{z}$ بر پلاسما اعمال شده است. همچنین جملات برخوردی ناشی از برخورد یون‌ها با ذرات خنثی و نیروی کوریولیس(چرخش) روی یون‌ها را در معادلهٔ تکانه در نظر می‌گیریم[۲۳, ۲۴] بنابراین مجموعه معادلات سیالی کوآنتومی هیدرودینامیکی عبارتند از[۲۵]

$$\frac{\partial n_i}{\partial t}+\vec{\nabla}\cdot\left(n_i\vec{v}_i\right)=0 \qquad (۱)$$

$$\frac{d\vec{v}_i}{dt}=\frac{e}{m_i}\left[\vec{E}+\vec{v}_i\times\vec{B}\right]-\gamma_i\vec{v}_i+2\Omega_0\left(\vec{v}_i\times\hat{z}\right) \qquad (۲)$$

$$0=\frac{e}{m_e}\vec{\nabla}\varphi-\frac{\vec{\nabla}p_e}{m_e n_e}+\frac{\hbar^2}{2m_e}\vec{\nabla}\left(\frac{\vec{\nabla}^2\sqrt{n_e}}{\sqrt{n_e}}\right) \qquad (۳)$$

$$\nabla^2\varphi=\frac{e}{\varepsilon_0}\left(n_e-n_i\right) \qquad (۴)$$

چرخش را در راستای محور Z در نظر گرفته‌ایم $\vec{\Omega}=\Omega_0\hat{z}$. در معادلات فوق φ پتانسیل الکترواستاتیکی، p_e فشار الکترون‌ها، v_i سرعت سیالی یون‌ها، Ω_0 فرکانس زاویه‌ای چرخشی، γ_iفرکانس برخورد یون‌ها با ذرات خنثی، n_i چگالی یون‌ها، n_e چگالی الکترون‌ها، m_e جرم الکترون‌ها، و $\vec{B}$ میدان مغناطیسی خارجی است. جمله آخر در معادلهٔ۳ را پتانسیل بوهم می‌نامند، که از انتگرال‌گیری روی معادلات انتقال تکانه مدل ویگنر–پواسون یا مدل شرودینگر به‌دست می‌آید. این عبارت همان جمله‌ای است که باعث می‌شود روابط ما از مدل پلاسمای کلاسیکی به پلاسمای کوآنتومی تبدیل شود. با بدون بعد سازی معادلات فوق داریم.

$$\frac{\partial n_i}{\partial t}+\frac{\partial(n_i v_{ix})}{\partial x}+\frac{\partial(n_i v_{iy})}{\partial y}+\frac{\partial(n_i v_{iz})}{\partial z}=0 \qquad (۵)$$

$$\frac{dv_{ix}}{dt}=\frac{\partial\phi}{\partial x}+bv_{iy}-\upsilon v_{ix}+\frac{2\Omega_0}{\omega_{pi}}v_{iy} \qquad (۶)$$

$$\frac{dv_{iy}}{dt}=-\frac{\partial\phi}{\partial y}-bv_{ix}-\upsilon v_{ix}-\frac{2\Omega_0}{\omega_{pi}}v_{ix} \qquad (۷)$$

$$\frac{dv_{iz}}{dt}=-\frac{\partial\phi}{\partial z}-\upsilon v_{ix} \qquad (۸)$$

$$n_i^{3/2}=1+2\phi+\frac{H^2}{\sqrt{n_e}}\vec{\nabla}^2\sqrt{n_e} \qquad (۹)$$

$$\nabla^2\phi=n_e-n_i \qquad (۱۰)$$

در روابط فوق $\frac{d}{dt}\equiv\frac{\partial}{\partial t}+v_{ix}\frac{\partial}{\partial x}+v_{iy}\frac{\partial}{\partial y}+v_{iz}\frac{\partial}{\partial z}$ مشتق کلی است. کمیت‌های بدون بعد به‌صورت زیر تعریف شده‌اند.

$$\phi\rightarrow\frac{e\phi}{2k_BT_{Fe}},\vec{r}\rightarrow\frac{\vec{r}\,\omega_{pi}}{c_s},\vec{v}_i\rightarrow\frac{\vec{v}_i}{c_s},\upsilon\rightarrow\frac{\gamma_i}{\omega_{pi}},$$

$$t\rightarrow\omega_{pi}^{-1}t,n_{e,i}\rightarrow\frac{n_{e,i}}{n_0},$$

در معادلات فوق $H=\frac{\hbar\omega_{pe}}{2k_BT_{Fe}}$ پارامتر بدون بعد کوآنتومی، $b(r)=\frac{eB(r)}{m\omega_{pi}}$ پارامتر وابستگی فضایی، $c_s=\sqrt{\frac{2k_BT_{Fe}}{m_i}}$ سرعت یون صوتی کوآنتومی، k_B ثابت

بولتزمان، $T_{Fe} = \frac{\hbar^2 (3\pi^2 n_0)}{2k_B m_e}$ دمای فرمی الکترون و $\hbar$ ثابت پلانک تقسیم بر 2π است. معادلهٔ۹، چگالی الکترون‌ها، با انتگرال‌گیری از معادلهٔ۳ و استفاده از شرایط مرزی $\phi \to 0$ و $n_e \to 1$ در بینهایت، به‌دست آمده است. فشار الکترون‌های تبهگن به‌صورت زیر در نظر گرفته می‌شود [۲۶].

$$p_e = \frac{m_e V_{Fe}^2}{5 n_0^{3/2}} n_e^{5/3} \qquad ۱۱$$

$V_{Fe} = \sqrt{\frac{e k_B T_{Fe}}{m_e}}$ سرعت حرارتی فرمی الکترون‌ها است.

برای ارزیابی معادلهٔ غیر خطی حاکم بر این سیستم از روش اختلال کاهنده استفاده می‌کنیم. در روش اختلال کاهنده کمیت‌های فیزیکی را حول نقطه تعادلی‌شان بسط می‌دهیم. این روش زمانی استفاده می‌شود که اختلال وارد بر سیستم کوچک باشد. متغیرهای مستقل کند تغییر جدید را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم.

$$\xi = \varepsilon^{1/2}\left(l_x x + l_y y + l_z z - \lambda t\right), \tau = \varepsilon^{3/2} t \qquad ۱۲$$

ε یک پارامتر کوچک است که قدرت دامنهٔ موج اختلالی را نشان می‌دهد و λ سرعت فاز است. l_x، l_y و l_z کسینوس‌های هادی بردار موج k هستند به‌طوری‌که $l_x^2 + l_y^2 + l_z^2 = 1$. همچنین فرض می‌کنیم $\gamma_i = \varepsilon^{3/2}\gamma$ و γ از مرتبهٔ یک و یا کمتر است [۲۷]. متغیرهای وابسته را برحسب توان‌های پارامتر ε به‌صورت زیر بسط می‌دهیم.

$$n_i = 1 + \varepsilon n_i^{(1)} + \varepsilon^2 n_i^{(2)} + \varepsilon^3 n_i^{(3)} + \ldots \qquad ۱۳$$

$$n_e = 1 + \varepsilon n_e^{(1)} + \varepsilon^2 n_e^{(2)} + \varepsilon^3 n_e^{(3)} + \ldots \qquad ۱۴$$

$$v_{ix} = \varepsilon^{3/2} v_{ix}^{(1)} + \varepsilon^2 v_{ix}^{(2)} + \varepsilon^{5/2} v_{ix}^{(3)} + \ldots \qquad ۱۵$$

$$v_{iy} = \varepsilon^{3/2} v_{iy}^{(1)} + \varepsilon^2 v_{iy}^{(2)} + \varepsilon^{5/2} v_{iy}^{(3)} + \ldots \qquad ۱۶$$

$$v_{iz} = \varepsilon^{3/2} v_{iz}^{(1)} + \varepsilon^2 v_{iz}^{(2)} + \varepsilon^{5/2} v_{iz}^{(3)} + \ldots \qquad ۱۷$$

$$\phi = \varepsilon \phi^{(1)} + \varepsilon^2 \phi^{(2)} + \varepsilon^3 \phi^{(3)} + \ldots \qquad ۱۸$$

ε یک پارامتر کوچک بدون بعد است که میزان غیرخطی بودن سیستم را نشان می‌دهد. با جای‌گذاری این متغیرها در معادلات ۵ تا ۱۰ و در نظر گرفتن کمترین توان‌های ε داریم.

$$n_e^{(1)} = n_e^{(1)} = 3\phi^{(1)}, v_{ix}^{(1)} = \frac{l_y}{b + \frac{2\Omega_0}{\omega_{pi}}} \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial \xi} \qquad ۱۹$$

$$v_{iy}^{(1)} = \frac{l_x}{b + \frac{2\Omega_0}{\omega_{pi}}} \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial \xi}, v_{iz}^{(1)} = \frac{3\lambda}{l_z}\phi^{(1)}, \lambda = \frac{|l_z|}{\sqrt{3}},$$

که $l_z = \frac{\vec{k}.\hat{z}}{k} = \cos\theta$، θ زاویهٔ بین بردار انتشار موج و میدان مغناطیسی خارجی است. معادلات دینامیکی در مرتبه بالاتر عبارتند از

$$\lambda \frac{\partial n_i^{(1)}}{\partial \xi} - l_x \frac{\partial v_{ix}^{(2)}}{\partial \xi} - l_y \frac{\partial v_{iy}^{(2)}}{\partial \xi}$$
$$-l_y \frac{\partial v_{iz}^{(2)}}{\partial \xi} = \frac{\partial n_i^{(1)}}{\partial \tau} + l_z \frac{\partial\left(n_i^{(1)} v_{iz}^{(1)}\right)}{\partial \xi} = 0 \qquad ۲۰$$

$$v = \frac{\lambda}{b} \frac{\partial v}{\partial \xi} \qquad ۲۱$$

$$v_{iy}^{(2)} = -\frac{\lambda}{b} \frac{\partial v_{ix}^{(1)}}{\partial \xi} \qquad ۲۲$$

$$\lambda \frac{\partial v_{iz}^{(2)}}{\partial \xi} - l_z \frac{\partial \phi^{(2)}}{\partial \xi} = \frac{\partial v_{iz}^{(1)}}{\partial \tau} + l_z v_{iz}^{(1)} \frac{\partial v_{iz}^{(1)}}{\partial \xi} + \gamma v_{iz}^{(1)} \qquad ۲۳$$

$$\phi^{(2)} = \frac{1}{3} n_e^{(2)} - \frac{1}{18}\left(n_e^{(1)}\right)^2 - \frac{H^2}{4} \frac{\partial^2 n_e^{(1)}}{\partial \xi^2} \qquad ۲۴$$

$$\frac{\partial^2 \phi^{(1)}}{\partial \xi^2} = n_e^{(2)} - n_i^{(2)} \qquad ۲۵$$

با حذف متغیرهای مرتبهٔ دوم از معادلات ۲۰ تا ۲۵ و استفاده از معادلهٔ۱۹ داریم.

$$\frac{\partial\phi^{(1)}}{\partial\tau}+4\lambda\phi^{(1)}\frac{\partial\phi^{(1)}}{\partial\xi}+\frac{\lambda}{6}\left[1-\frac{9H^2}{4}\right]\frac{\partial^3\phi^{(1)}}{\partial\xi^3}+\frac{\lambda}{6b^2}(1-3\lambda^2)\frac{\partial}{\partial\xi}\left\{\frac{1}{b+\frac{2\Omega_0}{\omega_{pi}}}\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\frac{1}{b+\frac{2\Omega_0}{\omega_{pi}}}\right)\frac{\partial\phi^{(1)}}{\partial\xi}\right\}+\frac{\gamma}{2}\phi^{(1)}=0 \quad ۲۶$$

در معادلهٔ میرایی اصلاح شده (KdV)، جملهٔ چهارم ناشی از حضور پارامتر b، اثرات میدان مغناطیسی ناهمگن و همچنین حضور نیروی کوریولیس و جملهٔ پنجم ناشی از برخورد یون‌ها با ذرات خنثی است. با حذف ناهمگنی میدان مغناطیسی، نیروی کوریولیس و همچنین برخوردها این دو جمله حذف می‌شوند و معادلهٔ مذکور به معادلهٔ موج یون صوتی کوآنتومی[۱] (dKdV) تبدیل می‌شود [۱۵]. با مشتق‌گیری فضایی، معادلهٔ۲۶ را می‌توان به صورت زیر نوشت.

$$\frac{\partial\phi^{(1)}}{\partial\tau}+A\phi^{(1)}\frac{\partial\phi^{(1)}}{\partial\xi}+B\frac{\partial^3\phi^{(1)}}{\partial\xi^3}+C(\xi)\frac{\partial^3\phi^{(1)}}{\partial\xi^3}+D(\xi)\frac{\partial^2\phi^{(1)}}{\partial\xi^2}+E(\xi)\frac{\partial\phi^{(1)}}{\partial\xi}+\frac{\gamma}{2}\phi^{(1)}=0 \quad ۲۷$$

ضرایب معادلهٔ غیرخطی به‌صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$A=4\lambda,\ B=\frac{\lambda}{6}\left(1-\frac{9H^2}{4}\right),\ C(\xi)=\frac{\lambda}{6b^2}(1-3\lambda^2)$$

$$D(\xi)=\frac{3\lambda}{6\left(b+\frac{2\Omega_0}{\omega_{pi}}\right)^3}(1-3\lambda^2)\frac{\partial b}{\partial\xi}$$

$$E(\xi)=\frac{3\lambda}{6}(1-3\lambda^2)\left[\frac{3}{\left(b+\frac{2\Omega_0}{\omega_{pi}}\right)^4}\left(\frac{\partial b}{\partial\xi}\right)^2-\frac{1}{\left(b+\frac{2\Omega_0}{\omega_{pi}}\right)^3}\frac{\partial^2 b}{\partial\xi^2}\right]$$

همان‌طوری که مشاهده می‌شود معادلهٔ فوق نسبت به‌معادلهٔ (dKdV) دارای چندین جملهٔ اضافی است که این جملات به‌دلیل تغییرات مکانی میدان مغناطیسی ظاهر شده‌اند. از معادلهٔ فوق می‌توان تأثیر پتانسیل بوهم را در ضریب پاشندگی مشاهده کرد. برای بررسی دقیق‌تر سیستم فوق می‌توان حالت‌های خاصی که قبلاً بررسی شده‌اند را در نظر گرفت و نتایج به‌دست آمده از این پژوهش را با نتایج قبلی مقایسه نمود. با حذف میدان مغناطیسی و اثرات کوآنتومی معادله فوق به معادلهٔ (KdV) برای یک سیستم پلاسمای دو مؤلفه‌ای شامل الکترون و یون تبدیل می‌شود. مقایسه نشان می‌دهد که نتایج به‌دست آمده در این حالت با نتایج به‌دست آمده توسط واشیمی و همکاران مشابه هستند [۲۸]. برای بررسی و مقایسهٔ بیشتر می‌توان میدان مغناطیسی را حذف نمود در این حالت سیستم شامل یک پلاسمای کوآنتومی غیرمغناطیسی است که نتایج به‌دست آمده با نتایج حاصل از پژوهش هاس و همکاران همخوانی دارد [۱۵]. از طرف دیگر، همان‌طور که مشاهده می‌کنیم، اگر فرکانس زاویه‌ای چرخشی (Ω_0) حذف شود (یعنی مقدار آن در تمام ضرایب به‌دست آمده صفر قرار داده شود)، روابط۲۸ به دسته روابط۲۳ مقاله روی و همکاران [۲۲] تبدیل می‌شوند.

[1] deformed Korteweg–de Vries equation

اگر میدان مغناطیسی همگن در نظر گرفته شود، به‌عبارتی اگر تغییرات فضایی میدان مغناطیسی را در نظر نگیریم با توجه به اینکه $\frac{\partial b}{\partial \xi}$ برابر با صفر می‌شود جملات پنجم و ششم در این معادله حذف می‌شوند. با این فرض نتایج به‌دست آمده از این پژوهش با نتایج نتایج حاصل از پژوهش حسین و همکاران سازگاری بسیار خوبی دارد. در نهایت با در نظر گرفتن میدان مغناطیسی ناهمگن، این دو جمله باعث ایجاد شوک می‌شوند. جملهٔ هفتم که ناشی از برخورد یون‌ها با ذرات خنثی است نیروی اصطکاکی جهت میرا شدن موج را فراهم می‌کند.

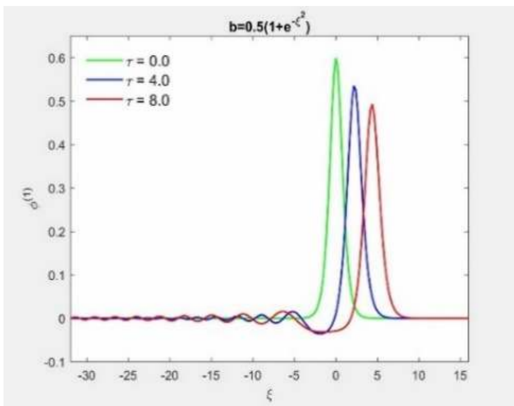
بحث و محاسبات عددی

با حضور میدان مغناطیسی ناهمگن، برخورد و نیروی کوریولیس معادلهٔ غیر خطی حاکم بر سیستم فوق، معادلهٔ۲۶، به‌صورت تحلیلی قابل حل نیست بنابراین باید آن را به‌کمک روش‌های عدد حل کنیم. در غیاب میدان مغناطیسی، برخورد و همچنین نیروی کوریولیس معادلهٔ مذکور به معادلهٔ کورته وگ دی وری تبدیل می‌شود. در این حالت معادلهٔ فوق دارای جواب تحلیلی به‌صورت $\phi^{(1)}(\xi,\tau)=\phi_m \operatorname{sech}^2\left(\frac{\xi-U\tau}{\Delta}\right)$ می‌باشد. که $\Delta=\sqrt{\frac{4B}{U}}$ پهنای سالیتون، $\phi_m=\frac{3U}{A}$ دامنه موج سالیتونی و U سرعت آن است. به‌منظور بررسی اثرات میدان مغناطیسی و برخوردها روی خصوصیات دینامیکی موج سالیتونی یون صوتی در پلاسمای کوآنتومی، معادلهٔ۲۷ را به‌صورت عددی با استفاده از نرم افزار متلب حل می‌کنیم. زیرا جواب تحلیلی و شناخته شده‌ای برای معادلهٔ (mKdVB) با ضرایب وابسته به فضا وجود ندارد. برای بررسی جواب شبیه‌سازی شده معادلهٔ ۲۷ در یک میدان مغناطیسی متغیر از محاسبات عددی استفاده کنیم. برای این منظور، از روش رونگ-کوتا (Runge-Kutta) مرتبهٔ۴ برای مشتق زمانی و روش تفاضل محدود برای مشتقات فضایی بهره می‌گیریم. فاصلهٔ شبکهٔ فضایی $\Delta\xi=0.001$ و 0.005 (برای پایدار بودن جواب عددی) انتخاب شده است، و فاصلهٔ شبکهٔ زمانی به‌عنوان $\Delta\tau=0.0001$ در نظر گرفته شده است. یک میدان مغناطیسی با شکل گاوسی دلخواه $b=0.4\left(1+e^{-\xi^2}\right)$ در نظر می‌گیریم. برای یک جواب عددی وابسته به زمان از جواب تک سالیتونی به‌صورت $\phi^{(1)}(\xi,0)=\frac{3U}{A}\operatorname{sech}^2\left(\sqrt{\frac{U}{4B}}\xi\right)$ $\xi\in[-L,L]$، که L طول فضایی است و از شرایط مرزی زیر استفاده می‌کنیم.

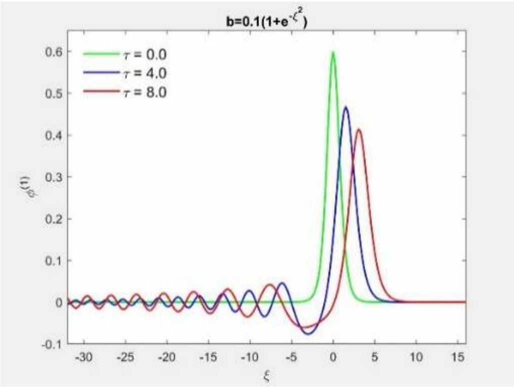
$$\phi^{(1)}(\pm L,0)=\frac{3U}{A}\operatorname{sech}^2\left(\sqrt{\frac{U}{4B}}L\right),\phi^{(1)}(-L,0)=\phi^{(1)}(+L,0)=0$$

در شکل ۱ جواب‌های عددی معادله به‌ازای زمان‌های مختلف در غیاب برخورد برای میدان‌های مغناطیسی مختلف نشان داده شده است. همان‌طوری که از این شکل‌ها دیده می‌شود با گذشت زمان دامنهٔ پالس کاهش می‌یابد همچنین مشاهده می‌شود که دنبالهٔ سالیتونی (شوک اتلافی) در پشت سالیتون در حال پیشروی رخ می‌دهد. حضور میدان مغناطیسی ناهمگن باعث ایجاد ناهمگنی در چگالی ذرات پلاسما می‌شود این چگالی ناهمگن یک پالس نوسانی به‌سمت عقب تولید می‌کند که این موج با دور شدن از ناحیهٔ آشفتگی ضعیف می‌شود. با کاهش میدان مغناطیسی تعداد تابش‌های نوسانی افزایش یافته و دامنهٔ موج به‌طور قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد. به‌طور واضح از این شکل دیده می‌شود که میدان مغناطیسی ضعیف تر باعث ایجاد اتلاف بیشتری می‌شود. این موضوع قابل انتظار است زیرا ضریب اتلاف متناسب با $\frac{1}{b^3}$ است. وجود پالس‌های نوسانی بیشتر در پشت سالیتون باعث می‌شود که مقدار انرژی بیشتری از موج

تلف شود و همین امر دلیلی برای کاهش محسوس دامنه موج سالیتونی است. در شکل۲الف جواب‌های عددی معادلهٔ۲۷ در غیاب برخوردها و در شکل۲ب با حضور برخوردها در زمان‌های مختلف رسم شده است. این نمودارها به‌وضوح تولید دم نوسانی در پشت سالیتون در زمان‌های مختلف را نشان می‌دهند. در غیاب برخوردها، شکل (۲-الف)، شوک پراکندگی بیشتری نسبت به حضور برخوردها، شکل (۲-ب)، دارد. همچنین حضور برخوردها باعث کاهش دامنه موج سالیتونی می‌شود زیرا حضور برخوردها باعث اتلاف انرژی موج می‌شوند و کاهش انرژی به‌صورت افت دامنه نمایان می‌شود. شکل۳ موج سالیتونی را به‌ازای مقادیر مختلف پارامتر پراکندگی کوآنتومی نشان می‌دهد. این شکل نشان می‌دهد که با افزایش پارامترکوآنتومیH، دامنهٔ کوچکتر و پهنای موج کمتر می‌شود. به‌عبارت ساده‌تر می‌توان گفت که اثرات کوآنتومی باعث فشردگی سالیتون می‌شوند. این امر ممکن است به‌این واقعیت نسبت داده شود که افزایش پارامتر کوآنتومی H باعث کاهش پراکندگی در سیستم و در نتیجه کاهش دامنه می‌شود. یکی از نتایج مهم اختلالات سالیتون، تشکیل دنبالهٔ نوسانی است (یک بسته موجی با دامنهٔ کوچک که پشت یک سالیتون قرار می‌گیرد). می‌توان گفت برای مقادیر بزرگترH دامنه این ساختارهای شوک تابشی افزایش می‌یابد.

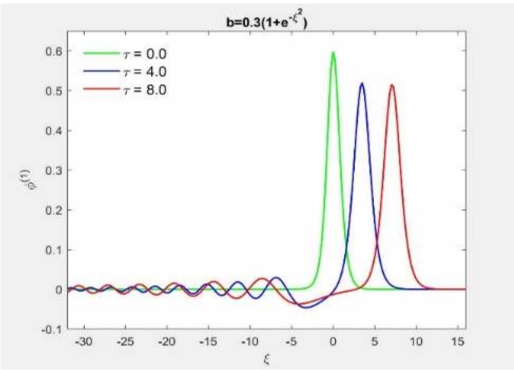


شکل۱الف

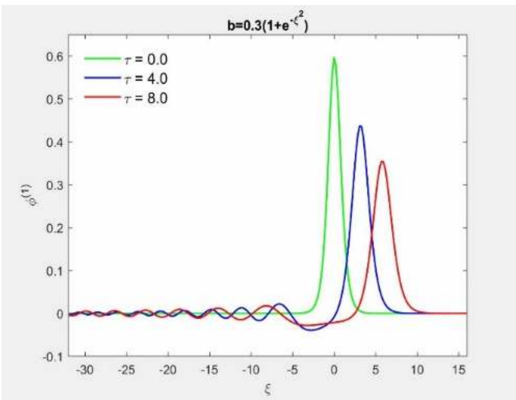


شکل۱ب

شکل۱. جواب معادلهٔ غیرخطی۲۷ به‌ازای زمان‌های مختلف در غیاب برخورد به‌ازای میدان‌های مغناطیسی مختلف $U_0 = 0.4, H = 0.1, \theta = 10^{\circ}$

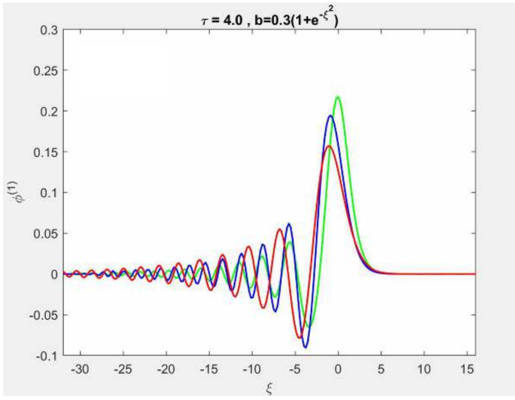


شکل۲الف



شکل۲ب

شکل۲. الف: جواب معادلهٔ۲۷ به‌ازای زمان‌های مختلف در حضور برخوردها، ب: درغیاب برخوردها $U_0 = 0.4, H = 0.1, \theta = 10^{\circ}$, $b = 0.3(1+e^{-\xi^2}), \gamma = 0.05$



شکل۳. اثرات پراکندگی کوآنتومی H روی ساختار سالیتونی جواب معادلهٔ۲۷ $U_0 = 0.4, \theta = 10^{\circ}, b = 0.3(1+e^{-\xi^2}), \gamma = 0.05$ $H = 0.6$ منحنی قرمز $H = 0.4$, منحنی آبی $H = 0.2$, منحنی سبز

نتایج

در این تحقیق، مشخصه‌های انتشار امواج الکتروواستاتیکی غیرخطی فرکانس پایین را در یک محیط پلاسمای کوآنتومی برخوردی، شامل یون‌های مثبت لخت ناتبهگن و الکترون‌های نالخت تبهگن، در حضور یک میدان مغناطیسی غیرهمگن فضایی و نیروی کوریولیس بررسی کرده‌ایم. با استفاده از روش اختلال کاهنده، یک معادلهٔ دیفرانسیل غیرخطی از نوع کورته–وگ دی وری–برگر اصلاح شده (mKdVB) به‌دست آمد که نشان می‌دهد جملات اتلافی برگر و برخوردی ناشی از تغییرات فضایی میدان مغناطیسی، برخورد یون‌ها با ذرات خنثی، و نیروی کوریولیس تأثیر چشمگیری در رفتار موج یون صوتی دارند. نشان داده شد که اگر فرکانس زاویه‌ای چرخشی حذف شود (یعنی مقدار آن در تمام ضرایب به‌دست آمده صفر قرار داده شود)، روابط به‌دست آمده در این مقاله به دسته روابط مقاله روی و همکاران[۲۲] تبدیل می‌شوند. نتایج محاسبات عددی نشان می‌دهد که تغییرات ترکیبی مؤثر بر رفتار موج یون صوتی است و به تولید پالس‌های نوسانی و پالس‌های تابشی در انتهای انتشار موج سالیتونی منجر می‌شود. با حذف ناهمگنی فضایی میدان مغناطیسی، نیروی کوریولیس، و برخورد یون‌ها با ذرات خنثی، معادلهٔ معرفی شده به معادلهٔ یون صوتی کوآنتومی معمولی تبدیل می‌شود که می‌توان آن را به صورت تحلیلی حل کرد. جواب‌های آن معادله یک بسته موج سالیتونی است که بدون تغییر شکل با سرعت ثابت در محیط پلاسمایی قابل انتشار است.

مرجع‌ها

[1] M. Bonitz, N. Horing, P. Ludwig, Introduction to complex plasmas, Springer Science & Business Media, 59 (2010)

[2] S. Ali, P.K. Shukla, Dust acoustic solitary waves in a quantum plasma, Physics of plasmas, 13 (2006) 022313. https://doi.org/10.1063/1.2173518

[3] M. Bagheri, A .Abdikian, Space-charge waves in magnetized and collisional quantum plasma columns confined in carbon nanotubes. Physics of Plasmas, 21 (2014) 042506. https://doi.org/10.1063/1.4872334

[4] F. Chen, Introduction to plasma physics and controlled fusion. Springer, 1 (1984).

[5] H. Ren, Z. Wu, P.K. Chu, Dispersion of linear waves in quantum plasmas, Physics of Plasmas, 14 (2007) 062102. https://doi.org/10.1063/1.2738848

[6] G. Manfredi, M. Feix, Theory and simulation of classical and quantum echoes, Physical Review E, 53 (1996) 6460. https://doi.org/10.1103/PhysRevE.53.6460

[7] P. Chatterjee, et al., Dressed soliton in quantum dusty pair-ion plasma. Physics of Plasmas, 16 (2009) 112106. https://doi.org/10.1063/1.3263695

[8] M. Akbari-Moghanjoughi, Dressed electrostatic solitary waves in quantum dusty pair plasmas, Physics of Plasmas, 17 (2010) 052302. https://doi.org/10.1063/1.3392289

[9] M. Opher, et al., Nuclear reaction rates and energy in stellar plasmas: The effect of highly damped modes. Physics of

16 (2014) 995. https://doi.org/10.1088/1009-0630/16/11/01

[18] W. Yun-Liang, et al., Relativistic magnetosonic solitary wave in magnetized multi-ion plasma. Communications in Theoretical Physics, 51 (2009) 1121. https://doi.org/10.1088/0253102/51/6/29

[19] S. Hussain, A. Abdikian, H. Hasnain, Spin density polarization effects in the presence of Coriolis force on ion acoustic waves in quantum plasma. Contributions to Plasma Physics, 61 (2021) e202000189. https://doi.org/10.1002/ctpp.202000189

[20] H. Pakzad, P. Eslami, K. Javidan, Shock wave generation in plasmas at varying magnetic field. Physics of Plasmas, 26 (2019) 112109.

[21] D. Chatterjee, A.P. Misra, Effects of Coriolis force on the nonlinear interactions of acoustic-gravity waves in the atmosphere, Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics, 222 (2021) 105722. https://doi.org/10.1016/j.jastp.2021.105722

[22] F. Haas, A. Bret, Nonlinear low-frequency collisional quantum Buneman instability. Europhysics Letters, 97 (2011) 26001. https://doi.org/10.1209/0295-5075/97/26001

[23] S. Khan, W. Masood, Linear and nonlinear quantum ion-acoustic waves in dense magnetized electron-positron-ion plasmas, Physics of Plasmas, 15 (2008) 062301. https://doi.org/10.1063/1.2920273

[24] G. Manfredi, F. Haas, Self-consistent fluid model for a quantum electron gas. Physical Review B, 64 (2001) 075316. https://doi.org/10.1103/PhysRevB.64.075316

[25] S. Ghosh, Weakly dissipative solitons in quantum plasma. Europhysics Letters, 99 3 (2012). 36002.

Plasmas, 8 (2001) 2454-2460. https://doi.org/10.1063/1.1362533

[10] R. Debasish, B. Sahu, Influence of varying magnetic field on nonlinear wave excitations in collisional quantum plasmas, Zeitschrift für Naturforschung, 75 (2020) 913-919. https://doi.org/10.1515/zna-2020-0182

[11] P. Shukla, S. Ali, Dust acoustic waves in quantum plasmas, Physics of plasmas, 21 (2005) 114502. https://doi.org/10.1063/1.2136376

[12] M. Hossain, A. Mamun, K. Ashrafi, Cylindrical and spherical dust ion-acoustic Gardner solitons in a quantum plasma, Physics of Plasmas, 18 (2011) 103704. https://doi.org/10.1063/1.3646738

[13] B. Sahu, et al., Quasi-periodic behavior of ion acoustic solitary waves in electron-ion quantum plasma. Physics of Plasmas, 19 (2012) 19052306. https://doi.org/10.1063/1.4714804

[14] A. Saha, B. Pradhan, S. Banerjee, Multistability and dynamical properties of ion-acoustic wave for the nonlinear Schrödinger equation in an electron–ion quantum plasma. Physica Scripta, 95 (2020) 055602. https://doi.org/10.1088/1402-4896/ab7052

[15] B. Hosen, et al., Compressive and rarefactive ion-acoustic solitons in a magnetized quantum plasma, The European Physical Journal Plus, 131 (2016) 81. https://doi.org/10.1140/epjp/i2016-16081-y

[16] S. Sadiq, et al., Ion acoustic solitons in dense magnetized plasmas with nonrelativistic degenerate electrons and positrons. The astrophysical journal. Bristol. 27 (2014) 793. https://doi.org/10.1088/0004-637X/793/1/27

[17] Z. Zhu, et al., Electron Acoustic Solitary Waves in Magnetized Quantum Plasma with Relativistic Degenerated Electrons. Plasma Science and Technology,

https://doi.org/10.1209/0295-5075/99/36002

[26] F. Haas, et al., Quantum ion-acoustic waves, Physics of Plasmas, 10 (2003) 3858-3866. https://doi.org/10.1063/1.1609446

[27] H. Washimi, T. Taniuti, Propagation of ion-acoustic solitary waves of small amplitude, Physical Review Letters, 17 (1966) 996. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.17.996

[28] P. G. Drazin, R.S. Johnson, Solitons: an introduction, Cambridge university press, 2 (1989).