Document Type: Full length research Paper
Pages 14-26

Calculation of the S_{E1} factor of $\mathrm{d}(\alpha,\gamma)^6\mathrm{Li}$ reaction in Cluster Effective Field Theory at Low Energies

Farzaneh Nazari[1], Mahdi Radin[*,1], Mahdi Moeini Arani[2]

[1]Department of Physics, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran
[2]Malek Ashtar University of Technology, Tehran, Iran

Received: 27.05.2024 Final revised: 06.07.2024 Accepted: 25.11.2024
Doi: 10.22055/jrmbs.2025.19793

Abstract

In this paper we study the radiative capture process $\mathrm{d}(\alpha,\gamma)^6\mathrm{Li}$ in the cluster effective field theory at low energies up to next-to-leading order. This particular nuclear reaction played a crucial role in the early universe by rapidly producing $^6\mathrm{Li}$ shortly after the Big Bang. In the range of energy $E_{\mathrm{CM}} \le 0.5$ MeV the E1 transition has the dominant contribution in the reaction. First, we derive the E1 transition amplitudes from all P-waves of the alpha-deuteron system to the $^6\mathrm{Li}$ ground state according to the possible Feynman diagrams. Next we calculate the total cross section and the astrophysical S-factor of $\mathrm{d}(\alpha,\gamma)^6\mathrm{Li}$ reaction for energies below $E_{\mathrm{CM}} \le 0.5$ MeV and we compare the results with the results obtained from the two other theoretical methods.

Keywords: Cluster effective field theory, Gamma capture reaction, The astrophysical S-factor.

*Corresponding Author: radin@mail.kntu.ac.ir

محاسبهٔ فاکتور S_{E1} واکنش $d(\alpha,\gamma)^6Li$ با استفاده از نظریهٔ میدان مؤثر خوشه‌ای در انرژی‌های پایین

فرزانه نظری[۱]، مهدی رادین[۱,*]، مهدی معینی آرانی[۲]

[۱]دانشکدهٔ فیزیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

[۲]دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران

دریافت: ۱۴۰۳/۰۳/۰۷ ویرایش نهائی: ۱۴۰۳/۰۴/۱۶ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۹/۰۵

Doi: 10.22055/jrmbs.2025.19793

چکیده

در این مقاله با استفاده از نظریهٔ میدان مؤثر خوشه‌ای به‌مطالعهٔ فرآیند گیراندازی تابشی $d(\alpha,\gamma)^6Li$ تا مرتبهٔ NLO و در محدودهٔ انرژی‌های پایین می‌پردازیم. این واکنش نقشی تعیین‌کننده در تولید ^6Li در دقایق ابتدایی پس از انفجار بزرگ داشته است. در محدودهٔ انرژی $E_{CM} \leq ۰٫۵MeV$، سهم غالبی در فرآیند $d(\alpha,\gamma)^6Li$ دارد. در این تحقیق، ابتدا به استخراج دامنهٔ گذار E1 برای همهٔ حالت‌های P اولیهٔ سیستم آلفا-دوترون به‌حالت پایهٔ نهایی هسته ^6Li مطابق با دیاگرام‌های فاینمن پرداخته و سپس سطح مقطع کل و فاکتور اخترفیزیکی S واکنش را در بازهٔ انرژی $E_{CM} \leq ۰٫۵$ MeV به‌دست آورده و با نتایج به‌دست آمده از دو روش تئوری دیگر مقایسه نموده‌ایم.

کلیدواژگان: نظریهٔ میدان مؤثر خوشه‌ای، واکنش گیراندازی تابش گاما، فاکتور اخترفیزیکی S

مقدمه

در چارچوب نظریهٔ استاندارد سنتز هسته‌ای انفجار بزرگ، فراوانی اولیهٔ عنصر ^6Li به‌طور عمده توسط دو واکنش هسته‌ای زیر تعیین می‌شود: فرآیند گیراندازی تابش گاما $d(\alpha,\gamma)^6Li$ که در آن، واکنش دوترون و آلفا منجر به تولید عنصر ^6Li می‌شود و دیگری واکنش معکوس $^6Li(p,\alpha)^3He$ است که فراوانی این عنصر را در جهان اولیه کاهش داده است [۱,۲]. به‌دلیل وجود سد کولنی در واکنش‌های گیراندازی تابش گاما همانند $d(\alpha,\gamma)^6Li$، سطح مقطع کل واکنش وابستگی نمایی شدیدی به انرژی مرکز جرم سیستم دارد. لذا برای رفع این مشکل فاکتور اخترفیزیکی S تعریف می‌شود که به‌جای سطح مقطع کل واکنش، برای این فرآیندها اندازه‌گیری و گزارش می‌شود. این کمیت فیزیکی توسط یک فاکتور نمایی که شامل اثرات کولنی است با سطح مقطع کل واکنش ارتباط دارد. تاکنون برای بررسی واکنش $d(\alpha,\gamma)^6Li$ مطالعات تجربی و تئوری بسیاری انجام شده است که در ادامه به آنها اشاره می‌شود.

قدیمی‌ترین مطالعهٔ تجربی توسط رابرتسون و همکاران او در سال ۱۹۸۱ انجام گرفت که در آن ذرات آلفا به‌وسیلهٔ دوترون گیراندازی شدند و با استفاده از تکنیک آنالیز مغناطیسی، یون‌های پس‌زده شده ^6Li آشکار شدند. در این تحقیق اندازه‌گیری سطح‌مقطع واکنش

*نویسندهٔ مسئول: Radin@ kntu.ac.ir

$d(\alpha,\gamma)^6Li$ تا انرژی $E_{CM}=$ ۱MeV انجام شد [۳]. موهر و همکاران در سال ۱۹۹۴ سطح مقطع واکنش $d(\alpha,\gamma)^6Li$ را برای انرژی ذرهٔ آلفا برابر با ۲MeV اندازه‌گیری کردند [۴]. در سال ۲۰۱۰ سطح مقطع فرآیند $d(\alpha,\gamma)^6Li$ و فاکتور اخترفیزیکی S اندازه‌گیری شد [۵]. از مهم‌ترین مطالعات تجربی دیگر می‌توان به اندازه‌گیری مستقیم سطح مقطع فرآیند $d(\alpha,\gamma)^6Li$ توسط ترزی و همکاران در سال ۲۰۱۷ اشاره کرد. در این آزمایش، سطح مقطع واکنش برای انرژی‌های $E_{CM}=$ ۸۰،۹۳،۱۲۰،۱۳۳ keV اندازه‌گیری شد [۱].

تاکنون روش‌های مختلفی برای مطالعهٔ تئوری فرآیند $d(\alpha,\gamma)^6Li$ مورد استفاده قرار گرفته است. اولین مطالعهٔ تئوری در این زمینه در سال ۱۹۸۶ توسط لانگانکه انجام شد که در آن از مدل‌های پتانسیلی میکروسکوپی برای محاسبهٔ سطح مقطع واکنش $d(\alpha,\gamma)^6Li$ استفاده شد [۶]. از دیگر مطالعات تئوری در این زمینه می‌توان به‌بررسی سهم گذار E1 و E2 فرآیند $d(\alpha,\gamma)^6Li$ با استفاده از روش محاسباتی گروه رزونانسی[1] توسط تایپل در سال ۱۹۹۱ اشاره نمود [۷]. خاریچ در سال ۱۹۹۸ از روش توابع موج چندخوشه‌ای[2] برای توصیف این فرآیند استفاده کرد [۸]. در سال ۲۰۱۱ محمدژانوف و همکاران، فاکتور اخترفیزیکی S فرآیند $d(\alpha,\gamma)^6Li$ را با استفاده از مدل پتانسیل دوجسمی محاسبه کردند. در این مدل، پتانسیل دوجسمی با برازش به داده‌های جابه‌جایی فاز پراکندگی کشسان آلفا–دوترون به‌دست آمده بود [۹]. کیکوچی نیز در همان سال به بررسی پراکندگی کشسان آلفا–دوترون و واکنش $d(\alpha,\gamma)^6Li$ با استفاده از حل معادله لیپمن–شوئینگر پرداخت [۱۰]. ترسانوف و همکاران در سال ۲۰۱۶ با استفاده از مدل سه جسمی به‌مطالعهٔ گذار E1 پرداختند [۱۱] و در سال ۲۰۱۸ روشی را برای محاسبه فاکتور اخترفیزیکی S و محاسبهٔ نرخ واکنش، ارائه نمودند [۱۲].

در این مطالعه برآنیم تا فرآیند $d(\alpha,\gamma)^6Li$ را در محدودهٔ انرژی‌های پایین $E_{CM}\leq$ ۰٫۵ MeV، با استفاده از نظریهٔ میدان مؤثر خوشه‌ای دوجسمی مورد مطالعه قرار دهیم.

واکنش گیراندازی تابش گاما

در این بخش به‌بررسی گذارهای الکترومغناطیسی محتمل در فرآیند $d(\alpha,\gamma)^6Li$ می‌پردازیم. پایستگی تکانهٔ زاویه‌ای و پاریته نقشی تعیین‌کننده در فرآیند تابش فوتون ایفا می‌کنند. فوتون تابشی حالت‌های اولیه و نهایی سیستم را که تکانهٔ زاویه‌ای و پاریتهٔ معینی دارند را طوری به‌هم مرتبط می‌کند تا پاریته و تکانه زاویه‌ای کل پایسته بماند. این موضوع منجر به انتشار فوتون با ویژگی‌های معین می‌شود. پاریته فوتون از اختلاف پاریته بین دو حالت اولیه و نهایی تعیین می‌شود. مقدار تکانهٔ زاویه‌ای فوتون نیز به بازه $|l_i-l_f|\leq\Delta l\leq l_i+l_f$ محدود می‌شود که در آن l_i و l_f به‌ترتیب تکانهٔ زاویه‌ای حالت‌های اولیه و نهایی سیستم هستند. ترکیبی از مقادیر پاریته و تکانه زاویه‌ای‌های مجاز، ویژگی‌های تابش الکترومغناطیسی را در فرآیند تعیین می‌کند. قوانین انتخاب گذار الکترومغناطیسی در جدول۱ نشان داده شده است.

[1]Resonating Group

[2]Multicluster Wave Functions

جدول۱. قوانین گذار الکترومغناطیسی

نوع گذار	عنوان	Δl	$\Delta\pi$
E1	دو قطبی الکتریکی	۱	بله
M1	دو قطبی مغناطیسی	۱	خیر
E2	چهارقطبی الکتریکی	۲	خیر
M2	چهار قطبی مغناطیسی	۲	بله

با توجه به اسپین صفر ذرهٔ آلفا و اسپین یک دوترون و در نظر گرفتن تکانهٔ زاویه‌ای مداری سیستم آلفا-دوترون، حالت‌های محتمل ورودی در انرژی‌های پایین $^3S_1, ^3P_0, ^3P_1, ^3P_2\, ^3D_1, ^3D_2$ و $^3D_3$ می‌باشند که متناظر با تکانهٔ زاویه‌ای کل $J=$ ۰،۱،۲،۳ هستند. حالت نهایی سیستم، حالت $^3S_1$ است که مربوط به حالت پایهٔ هستهٔ مقید ^{6}Li می‌باشد که از تقید دو ذرهٔ آلفا و دوترون با انرژی بستگی $B=$ ۱٫۴۷MeV ناشی می‌شود. بنابراین براساس قوانین گذار الکترومغناطیسی، گذارهای مجاز بین حالت‌های ورودی و حالت پایهٔ نهایی در فرآیند $d(\alpha,\gamma)^6Li$ را می‌توان به‌صورت زیر خلاصه نمود:

$$^3P_0, ^3P_1, ^3P_2 \xrightarrow{E1} {}^3S_1 \quad (1)$$

$$^3D_1, ^3D_2, ^3D_3 \xrightarrow{E2} {}^3S_1 \quad (2)$$

در بازهٔ انرژی $E_{CM} \leq$ ۰٫۵MeV گذار E1 سهم غالب را در فرآیند $d(\alpha,\gamma)^6Li$ دارد. ولی با افزایش انرژی و با توجه به‌اینکه سطح مقطع این فرآیند دارای یک رزونانس $J^\pi=3^+$ در $E_{CM}=$ ۰٫۷۱۱MeV می‌باشد برای باز تولید این رزونانس در سطح مقطع و در نتیجه در فاکتور اخترفیزیکی S، لحاظ نمودن گذارهای E2 به‌خصوص گذار مربوط به کانال $^3D_3$ ناگزیر می‌باشد که محاسبات مربوط به‌این بازه از انرژی برای فرآیند مذکور در حال انجام می‌باشد.

لاگرانژی مؤثر واکنش $d(\alpha,\gamma)^6Li$

براساس نظریهٔ میدان مؤثر خوشه‌ای دوجسمی، ذره آلفا و دوترون را به‌صورت ذرات نقطه‌ای بدون ساختار در نظر می‌گیریم که از طریق اندرکنش‌های کولنی و کوتاه‌برد هسته‌ای باهم اندرکنش دارند. لذا ذرات آلفا و دوترون، تنها درجات آزادی سیستم هستند. براساس این نظریه، لاگرانژی فرآیند گیراندازی $d(\alpha,\gamma)^6Li$ را به‌صورت زیر می‌نویسیم:

$$\mathcal{L}^{[\xi]} = \mathcal{L}_{ES}^{[\xi]} + \mathcal{L}_{RC}^{[\xi]} \quad (3)$$

که در آن $\mathcal{L}_{ES}^{[\xi]}$ لاگرانژی مربوط به پراکندگی کشسان ذرات آلفا و دوترون و $\mathcal{L}_{RC}^{[\xi]}$ لاگرانژی مربوط به فرآیند گیراندازی تابش گاما است. $\mathcal{L}_{ES}^{[\xi]}$ توسط رابطهٔ زیر داده می‌شود [۱۳]:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{ES}^{[\xi]} &= \varphi^\dagger(i\partial_0 + \frac{\nabla^2}{2m_\alpha})\varphi + d_i^\dagger(i\partial_0 + \frac{\nabla^2}{2m_d})d^i \\ &+ \eta^{[\xi]} t^{[\xi]^\dagger}(i\partial_0 + \frac{\nabla^2}{2m_t} - \Delta^{[\xi]})t^{[\xi]} \\ &+ g^{[\xi]}(t^{[\xi]^\dagger}(\varphi\Pi^{[\xi]}d) + \text{h.c.}) \\ &+ h^{[\xi]} t^{[\xi]^\dagger}(i\partial_0 + \frac{\nabla^2}{2m_t})^2\, t^{[\xi]} + \cdots\end{aligned} \quad (4)$$

$g^{[\xi]}$، $\Delta^{[\xi]}$ و $h^{[\xi]}$ ثابت‌های جفت‌شدگی نظریهٔ میدان مؤثر برای کانال‌های ξ هستند و $\eta^{[\xi]} = \pm 1$ است.

φ میدان اسکالر ذره بدون اسپین آلفا با جرم $m_\alpha=$ ۳۷۲۷٫۳۸ MeV و $d_i=\varepsilon_i^d d$ میدان برداری دوترون با جرم $m_d=$ ۱۸۷۵٫۶۱ MeV و $t^{[\xi]}$ میدان دایمرون با جرم $m_t=m_\alpha+m_d$ است که برای کانال‌های مختلف به‌صورت زیر تعریف نموده‌ایم:

$$t^{[\xi]} = \begin{cases} \overline{t}_k & \xi={}^3S_1 \\ t & \xi={}^3P_0 \\ t_i & \xi={}^3P_1 \\ t_{ij} & \xi={}^3P_2 \end{cases} \quad (5)$$

عملگر تصویر $\Pi^{[\xi]}$ نیز برای هر کانال به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\Pi^{[\xi]} = \begin{cases} \varepsilon_i^d & \xi={}^3S_1 \\ \sqrt{3}\,P_i\varepsilon_i^d & \xi={}^3P_0 \\ \sqrt{3/2}\,\epsilon_{kji}P_j\,\varepsilon_i^d & \xi={}^3P_1 \\ 3/\sqrt{5}\;P_j\,\varepsilon_i^d & \xi={}^3P_2 \end{cases} \quad (6)$$

$$P_i = \frac{\mu}{i}\left(\frac{\overrightarrow{\nabla}_i}{m_d} - \frac{\overleftarrow{\nabla}_i}{m_\alpha}\right) \quad (7)$$

$\mathcal{L}_{RC}^{[\xi]}$ از دو قسمت تشکیل شده است. قسمت اول که متناظر با جریان یک‌جسمی[1] است با جفت شدن فوتون خروجی با هر یک از ذرات آلفا و دوترون با اعمال $\nabla \to \nabla + ieZ\mathbf{A}$ در $\mathcal{L}_{ES}^{[\xi]}$ به‌دست می‌آید. که در آن Z عدد اتمی ذرات آلفا و دوترون و $\mathbf{A}$ میدان فوتون است. با اعمال تبدیل فوق در جملات اول تا سوم لاگرانژی۴ داریم:

$$\mathcal{L}_{RC}^{[\xi]} = \varphi^\dagger (ie\frac{Z_\alpha}{m_\alpha}\nabla\cdot\mathbf{A})\varphi + d_i^\dagger (ie\frac{Z_d}{m_d}\nabla\cdot\mathbf{A})d^i + g^{[\xi]}(t^{[\xi]^\dagger}(\varphi A^{[\xi]} d) + \text{h.c.}) \quad ۸$$

$$A^{[\xi]} = \begin{cases} \sqrt{3}\, Q_{\text{eff}} A_i \varepsilon_i^d & \xi = {}^3P_0 \\ \sqrt{3/2}\, Q_{\text{eff}}\, \epsilon_{kji} A_j \varepsilon_i^d & \xi = {}^3P_1 \\ 3/\sqrt{5}\, Q_{\text{eff}} A_j \varepsilon_i^d & \xi = {}^3P_2 \end{cases} \quad ۹$$

که در آن $Q_{\text{eff}} = e\mu(Z_\alpha/m_\alpha - Z_d/m_d)$ و μ به‌ترتیب بار مؤثر و جرم کاهیده سیستم آلفا–دوترون است. جملهٔ اول و دوم لاگرانژی رابطهٔ۸ به‌ترتیب بیانگر انتشار فوتون از انتشارگرهای مربوط به ذرات دوترون و آلفا می‌باشد که متناظر با دیاگرام‌های فاینمن a_1, b_1 و a_2, b_2 در شکل۳ هستند و جملهٔ سوم بیانگر انتشار فوتون از رأس برهم‌کنشی آلفا–دوترون–دایمرون در هر یک از کانال‌های $\xi = {}^3P_2{}^3P_1, {}^3P_0$ می‌باشد که متناظر با دیاگرام فاینمن b_3 در شکل۳ است.

قسمت دوم لاگرانژی $\mathcal{L}_{RC}^{[\xi]}$ متناظر با جریان دوجسمی[2] است که بیانگر برهم‌کنش میدان دایمرون با میدان الکتریکی فوتون خروجی است و برای هر یک از کانال‌های ${}^3P_2{}^3P_1, {}^3P_0$ به‌صورت زیر استخراج نموده‌ایم [۱۴]:

$$\mathcal{L}_{RC}^{[{}^3P_0]} = \sqrt{3}\mu Q_{\text{eff}} L_{E1} g^{[{}^3S_1]} g^{[{}^3P_0]} t\, \bar{t}_i E_i \quad ۱۰$$

$$\mathcal{L}_{RC}^{[{}^3P_1]} = \sqrt{3/2}\mu Q_{\text{eff}} L_{E1} g^{[{}^3S_1]} g^{[{}^3P_1]} \epsilon_{kij} t_k \bar{t}_i E_j \quad ۱۱$$

$$\mathcal{L}_{RC}^{[{}^3P_2]} = 3/\sqrt{5}\mu Q_{\text{eff}} L_{E1} g^{[{}^3S_1]} g^{[{}^3P_2]} t_{ij} \bar{t}_i E_j \quad ۱۲$$

دیاگرام فاینمن c نشان داده شده در شکل۴ متناظر با این جملات از لاگرانژی است. پارامتر مجهول L_{E1} بعد از بازبهنجار نمودن مسئله، با برازش به‌داده‌های تجربی فاکتور اخترفیزیکی S به‌دست می‌آید که در ادامه به ارائه جزئیات آن خواهیم پرداخت.

پراکندگی کشسان آلفا–دوترون

در این بخش به‌اختصار به مروری بر پراکندگی کشسان آلفا–دوترون در نظریهٔ میدان مؤثر خوشه‌ای دوجسمی می‌پردازیم. جزئیات مربوط به آن را در مرجع۱۳ آورده‌ایم. دیاگرام فاینمن مربوط به پراکندگی کشسان آلفا–دوترون در شکل۱ نشان داده شده است. براساس قوانین فاینمن، دامنهٔ پراکندگی کشسان آلفا–دوترون برای کانال‌های مختلف به‌دست می‌آید [۱۳]:

$$3iT_{CS}^{[\xi]}(p) = ig^{[\xi]^2} D^{[\xi]}(E,0)\, C_0^2(\eta_p) W_1(\eta_p) \quad ۱۳$$

$$\eta_p = \frac{k_C}{p} = \frac{Z_d Z_\alpha \mu \alpha_{em}}{p} \quad ۱۴$$

$$C_0^2(\eta_p) = \frac{2\pi\eta_p}{e^{2\pi\eta_p} - 1} \quad ۱۵$$

$$W_l(\eta_p) = \frac{k_C^{2l}}{(l!)^2}\prod_{n=0}^{l}(1 + \frac{n^2}{\eta_p^2}) \quad ۱۶$$

که α_{em}ثابت ساختار ریز و η_p پارامتر سامرفلد و k_C معکوس شعاع بوهر است. انتشارگر $D^{[\xi]}(E,0)$ نیز از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$D^{[\xi]}(E,0) = \frac{\eta_p}{E - \Delta^{[\xi]} - \eta^{[\xi]} g^{[\xi]^2} J_l(E)/3} \quad ۱۷$$

$E = p^2/(2\mu)$ انرژی سیستم در چارچوب مرکز جرم است. $J_l(E)$ از دو قسمت همگرا و واگرا تشکیل شده که قسمت همگرا از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید [۱۵]:

$$J_l^{fin}(E) = -\frac{\mu}{2\pi} H_l(\eta_p) \quad ۱۸$$

[1]One-Body Current
[2]Two-Body Current

$$H_l(\eta_p) = 2k_C W_l(\eta_p) H_l(\eta_p)$$ ۱۹

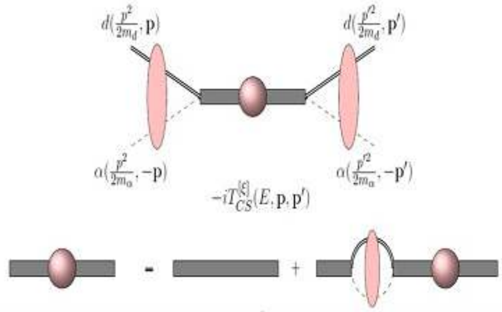
$$H_l(\eta_p) = \psi(\eta_p) + 1/(2i\eta_p) - \ln(\eta_p)$$ ۲۰

که ψ مشتق لگاریتمی تابع گاما است. قسمت واگرا برای کانال‌های S و P از روابط زیر به‌دست می‌آید [۱۳].

$$J_0^{div} = \frac{\mu k_C}{2\pi}\left[\frac{1}{\epsilon} + \ln\left(\frac{\kappa^2\pi}{4k_C^2}\right) + 2 - 3C_E\right]$$ ۲۱

$$J_1^{div} = p^2 J_0^{div} + (k_C^2 J_0^{div} + J)$$ ۲۲

$$J = -4\pi\mu k_C^2\left(k_C\zeta'(-2) + \kappa/24\right)$$ ۲۳



شکل۱. دیاگرام فاینمن پراکندگی کشسان ذرات آلفا–دوترون. میدان ذره آلفا با خط‌چین و میدان دوترون با دوخط، انتشارگر دایمرون با مستطیل طوسی و اندرکنش کولنی بین ذرات با بیضی صورتی نشان داده شده‌اند.

که ζ' مشتق تابع زتا ریمان $C_E \approx$ ۰٫۵۷۷ ثابت اویلر–ماشرونی و κ مقیاس جرمی بازبهنجارش است. این واگرایی‌ها با معرفی پارامترهای بازبهنجار شده $g_R^{[\xi]}$، $\Delta_R^{[\xi]}$ و $h_R^{[\xi]}$ در پارامترهای $g^{[\xi]}$، $\Delta^{[\xi]}$ و $h^{[\xi]}$ جذب شده و در نهایت دامنهٔ پراکندگی کشسان برای کانال‌های S و P تا مرتبه NLO به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$T_{CS}^{[\xi]}(p) = -\frac{2\pi}{\mu}\frac{C_0^2(\eta_P)W_l(p)}{\frac{6\pi\Delta_R^{[\xi]}}{\eta^{[\xi]}g_R^{[\xi]^2}\mu} - \frac{1}{2}\left(\frac{6\pi}{\mu^2\eta^{[\xi]}g_R^{[\xi]^2}}\right)p^2 - H_l(\eta_P)}$$ ۲۴

با توجه به بسط برد مؤثر برای پراکندگی کشسان در انرژی‌های پایین:

$$T_{CS}^{[\xi]}(p) = -\frac{2\pi}{\mu}\frac{C_0^2(\eta_P)W_l(p)}{K^{[\xi]}(p) - H_l(\eta_P)}$$ ۲۵

$$K^{[\xi]}(p) = -\frac{1}{a^{[\xi]}} + \frac{1}{2}r^{[\xi]}p^2 + \frac{1}{4}s^{[\xi]}p^4 + \dots$$ ۲۶

و مقایسه آن با معادلهٔ۲۴ داریم:

$$\Delta_R^{[\xi]} = -\frac{\mu\eta^{[\xi]}g_R^{[\xi]^2}}{(2l+1)2\pi a^{[\xi]}}$$ ۲۷

$$g_R^{[\xi]^2} = -\frac{(2l+1)2\pi}{\mu^2\eta^{[\xi]}r^{[\xi]}}$$ ۲۸

$$h_R^{[\xi]} = -\frac{\mu^3 g_R^{[\xi]^2} s^{[\xi]}}{(2l+1)2\pi}$$ ۲۹

مقادیر این ثابت‌های بازبهنجار شده را با برازش به داده‌های تجربی جابه‌جایی فاز کانال‌های S و P بدست آورده ایم [۱۳]. مقادیر به‌دست آمده در جدول۱ گزارش شده‌اند. متناظر با مقادیر جدول۱ با استفاده از روابط ۲۷ تا ۲۹ مقادیر مربوط به طول پراکندگی، برد مؤثر و پارامتر شکل هر کانال محاسبه و در جدول۲ گزارش شده‌اند.

جدول۱. مقادیر ثابت‌های بازبهنجار شده که با برازش به داده‌های جابه‌جایی فاز تجربی به‌دست آمده‌اند [۱۳].

کانال	$\Delta_R^{[\xi]}[\mathrm{MeV}]$	$g_R^{[\xi]}[\mathrm{MeV}^{-(2l+1)/2}]$	$h_R^{[\xi]}[\mathrm{MeV}^{-1}]$
$^3S_1$	−۷٫۴۶۷	۳٫۲۳۱ ×۱۰^{–۳}	۰٫۲۷۲
$^3P_0$	−۱۳٫۰۹۱	۲٫۹۷۷ ×۱۰^{–۴}	−۱٫۸۰۱ ×۱۰^{–۲}
$^3P_1$	۱۰٫۶۰۷	۴٫۰۰۶ ×۱۰^{–۵}	۷٫۹۳۰ ×۱۰^{–۲}
$^3P_2$	۲٫۱۱۴	۲٫۵۳۲ ×۱۰^{–۵}	۰٫۱۲۳

جدول۲. مقادیر مربوط به طول پراکندگی، برد مؤثر و پارامتر شکل به‌دست آمده از ثابت‌های بازبهنجار شده جدول۱ [۱۳].

کانال	$a^{[\xi]}[\mathrm{MeV}^{-2l-1}]$	$r^{[\xi]}[\mathrm{MeV}^{2l-1}]$	$r^{[\xi]}[\mathrm{MeV}^{2l-3}]$
$^3S_1$	۲٫۷۸۰ ×۱۰^{–۲}	۳٫۸۳۰ ×۱۰^{–۳}	−۸٫۳۴۵ ×۱۰^{–۷}
$^3P_0$	−۷٫۸۲۴ ×۱۰^{–۷}	۱٫۳۵۶ ×۱۰^۲	۱٫۹۵۰ ×۱۰^{–۳}
$^3P_1$	−۱٫۰۰۴ ×۱۰^{–۸}	−۷٫۴۹۴ ×۱۰^۳	۰٫۴۷۴
$^3P_2$	۲٫۰۱۴ ×۱۰^{–۸}	۱٫۸۷۴ ×۱۰^۵	−۱٫۸۵۱

در انرژی متناظر با انرژی بستگی $E = -B$ مخرج دامنه پراکندگی در تکانه $p = i\gamma$ صفر می‌شود:

$$-\frac{1}{a^{[^3S_1]}} - \frac{1}{2}r^{[^3S_1]}\gamma^2 + \tfrac{1}{4}s^{[^3S_1]}\gamma^4 + \dots - H_0(i\gamma) = 0$$ ۳۰

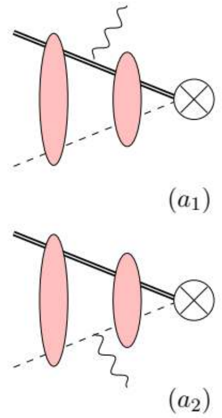
که γ تکانه متناظر با انرژی بستگی B است. در نتیجه ثابت بازبهنجارش حالت پایه ^{6}Li از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید [۱۴]:

$$\frac{1}{\mathcal{Z}} = \frac{\partial [D^{[^3S_1]}(E)]^{-1}}{\partial E}\Big|_{E=-B} = -\frac{g^{[^3S_1]2}\mu^2}{2\pi p} \times \frac{\partial}{\partial p}\Big[\frac{1}{2} r^{[^3S_1]}(p^2+\gamma^2)+\frac{1}{4} s^{[^3S_1]}(p^4-\gamma^4)+\cdots -H_0(\eta_p)+H_0(i\gamma)\Big]_{p=i\gamma} \tag{۳۱}$$

دامنه‌های گذار E1 در واکنش $d(\alpha,\gamma)^6Li$

در این بخش به‌محاسبهٔ دامنهٔ گذار E1 در چارچوب نظریهٔ میدان مؤثر خوشه‌ای دوجسمی می‌پردازیم. با در نظرگرفتن $\mathbf{p}$ به‌عنوان تکانهٔ سیستم آلفا–دوترون و $\mathbf{k}$ به‌عنوان تکانهٔ فوتون خروجی در چارچوب مرکز جرم و براساس پایستگی انرژی–تکانه داریم:

$$k = E - B = \frac{p^2+\gamma^2}{2\mu} \tag{۳۲}$$



از پس‌زنی هستهٔ ^{6}Li نهایی در محاسبات صرف‌نظر شده است. در شکل‌های۲، ۳ و ۴ دیاگرام‌های فاینمن سهیم در فرآیند $d(\alpha,\gamma)^6Li$ نشان داده شده‌اند.

شکل۲. دیاگرام‌های فاینمن گروه a در فرآیند $d(\alpha,\gamma)^6Li$. میدان ذره آلفا با خط‌چین و میدان دوترون با دوخط و فوتون خروجی با خط مواج نمایش داده شده‌اند. بیضی‌های صورتی رنگ نماد اندرکنش کولنی و حالت مقید نهایی ^{6}Li با ⊗ نشان داده شده‌اند.

دیاگرام‌های b_2,b_1,a_2,a_1، متناظر با جملات اول و دوم لاگرانژی۸ می‌باشند با این تفاوت که در دیاگرام‌های a_2,a_1 برهم‌کنش قوی مشارکت ندارد و فقط شامل برهم‌کنش کولنی هستند. دامنهٔ گذار مربوط به دیاگرام های a_2,a_1 را با استفاده از قوانین فاینمن به‌صورت زیر می‌نویسیم:

$$\mathrm{M}^{[\xi]}_{a_1+a_2}(\mathbf{p}) = \frac{i}{\mu} Q_{\rm eff}\, g^{[^3S_1]}\sqrt{\mathcal{Z}}\ \varepsilon_i^d \varepsilon_j^{Li*}\varepsilon_k^{\gamma*} \times \int d^3r\, G_C^{(0)}(-B,0,r)\nabla_k\left[3P_1(\hat{\mathbf{p}}\cdot\hat{\mathbf{r}})\,\chi_p^{(1)}(r)\right] \tag{۳۳}$$

که $\boldsymbol{\varepsilon}^{\gamma*}$ بردار قطبش گامای خروجی، $\boldsymbol{\varepsilon}^d$ و $\boldsymbol{\varepsilon}^{Li*}$ به‌ترتیب بردار قطبش اسپین دوترون و هستهٔ ^{6}Li می‌باشند. تابع موج کولنی و تابع گرین انتگرالده رابطهٔ ۳۳ توسط روابط زیر داده می‌شوند [۱۴]:

$$\chi_p^{(1)}(r) = i e^{i\sigma_1}\frac{F_1(\eta_p,pr)}{pr} \tag{۳۴}$$

$$G_C^{(0)}(-B,0,r) = -\frac{\mu}{2\pi r}\Gamma\left(1+\tfrac{k_C}{\gamma}\right)W_{-k_C/\gamma,1/2}(2\gamma r) \tag{۳۵}$$

σ_1 جابه‌جایی فاز کولنی کانال P و $W_{-k_C/\gamma,1/2}(2\gamma r)$ تابع ویتاکر مربوط به‌حالت پایهٔ هسته ^{6}Li در کانال S و $F_1(\eta_p,pr)$ مؤلفهٔ تابع موج کولنی مربوط به‌حالت پراکندگی ورودی در کانال P است. با استفاده از

$$\nabla_k\left[P_1(\hat{\mathbf{p}}\cdot\hat{\mathbf{r}})\,\chi_p^{(1)}(r)\right] = ie^{i\sigma_1}\hat{\mathbf{p}}_j\left(\delta_{jk}r + r_j r_k\frac{\partial}{\partial r}\right)\frac{F_1(\eta_p,pr)}{pr^2} \tag{۳۶}$$

و قرار دادن روابط ۳۴ تا ۳۶ در رابطهٔ ۳۳ و استفاده از رابطهٔ تقارنی $r_jr_k/r^2=\delta_{jk}/3$ در انتگرالده، دامنهٔ گذار متناظر با دیاگرام های شکل۲ را به‌صورت زیر می‌نویسیم:

$$\mathrm{M}^{[\xi]}_{a_1+a_2}(\mathbf{p}) = 2Q_{\rm eff}\, g^{[^3S_1]}\sqrt{\mathcal{Z}}\,\mathrm{A}(p)C_0(\eta_p)e^{i\sigma_1}\varepsilon_i^d\varepsilon_j^{Li*}(\boldsymbol{\varepsilon}^{\gamma*}\cdot\hat{\mathbf{p}})$$
$$\mathrm{A}(p) = \frac{\Gamma(1+k_C/\gamma)}{C_0(\eta_p)}\int_0^\infty dr\, r\, W_{-k_C/\gamma,1/2}(2\gamma r)\left(3+r\frac{\partial}{\partial r}\right)\frac{F_1(\eta_p,pr)}{pr^2} \tag{۳۷}$$

دامنهٔ گذار مربوط به دیاگرام‌های b_2,b_1 که علاوه بر اندرکنش کولنی، شامل اندرکنش قوی نیز هستند را با استفاده از قوانین فاینمن به‌صورت زیر می‌نویسیم:

$$\mathrm{M}^{[\xi]}_{b_1+b_2}(\mathbf{p}) = \frac{1}{\mu} Q_{\rm eff}\, g^{[^3S_1]}\sqrt{\mathcal{Z}}\ \varepsilon_i^d \varepsilon_j^{Li*}\varepsilon_k^{\gamma*}$$

$$\int d^3r\, G_C^{(0)}(-B,0,r) \lim_{\mathbf{r}''\to 0} \nabla_k \nabla''_l \left[3P_1(\hat{\mathbf{r}}\cdot\hat{\mathbf{r}}'')\, G_C^{(1)}(E,r,r'')\right] \times 3T_{CS}^{[\xi]}(p)\, e^{i\sigma_1}\, C_0^{-1}(\eta_p) W_1^{-1/2}(\eta_p)\hat{\mathbf{p}}_l$$ ۳۸

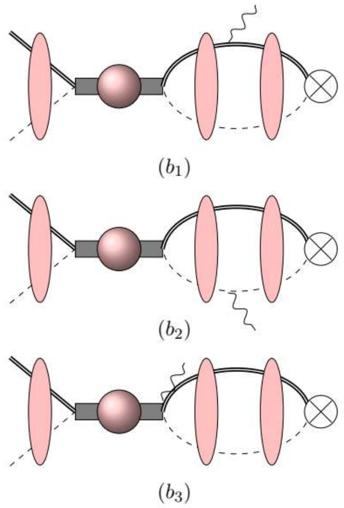
با توجه به‌روابط زیر:

$$G_C^{(1)}(E,r,r'') = -\frac{\mu p}{2\pi}\frac{F_1(\eta_p,pr'')}{pr''}\frac{H_1^{(+)}(\eta_p,pr)}{pr}$$ ۳۹

$$F_1(\eta_p,pr'') = -\frac{1}{4}C_1(\eta_p)M_{i\eta_p,3/2}(2ipr'')$$ ۴۰

$$H_1^{(+)}(\eta_p,pr) = -ie^{\pi\eta_p/2}\, e^{\sigma_1} W_{-i\eta_p,3/2}(-2i\,pr)$$ ۴۱

$$\lim_{\mathbf{r}''\to 0}\nabla_k\nabla''_l\left[P_1(\hat{\mathbf{r}}\cdot\hat{\mathbf{r}}'')\, G_C^{(1)}(E,r,r'')\right] = \frac{i\mu p}{6\pi}\Gamma(2+i\eta_p) \int_0^\infty dr r W_{-k_C/\gamma,1/2}(2\gamma r)\left(\frac{\partial}{\partial r}+\frac{2}{r}\right)\frac{W_{-i\eta_p,3/2}(-2ipr)}{r}$$ ۴۲



شکل۳. دیاگرام‌های فاینمن گروه b در فرآیند $d(\alpha,\gamma)^6\mathrm{Li}$.

با قرار دادن روابط۲۵، ۳۵ و ۴۲ در رابطهٔ۳۸ و استفاده از رابطهٔ تقارنی $r_j r_k/r^2=\delta_{jk}/3$ در انتگرالده، دامنهٔ گذار متناظر با دیاگرام‌های b_2,b_1 شکل۳ را به‌صورت زیر می‌نویسیم:

$$\mathrm{M}_{b_1+b_2}^{[\xi]}(\mathbf{p}) = 2Q_{\mathrm{eff}}\, g^{[^3S_1]}\sqrt{\mathcal{Z}}\,\mathrm{B}(p)\frac{C_0(\eta_p)W_1^{1/2}(\eta_p)}{K^{[\xi]}(p)-H_1(\eta_p)} \times e^{i\sigma_1}\varepsilon_i^d\varepsilon_j^{Li*}(\boldsymbol{\varepsilon}^{\gamma*}\cdot\hat{\mathbf{p}})$$ ۴۳

$$\mathrm{B}(p) = ip\Gamma(1+k_C/\gamma)\Gamma(2+i\eta_p) \times\int_0^\infty dr r W_{-k_C/\gamma,1/2}(2\gamma r)\left(\frac{2}{r}+\frac{\partial}{\partial r}\right)\frac{W_{-i\eta_p,3/2}(-2ipr)}{r}$$ ۴۴

دیاگرام b_3 متناظر با جملهٔ سوم لاگرانژی۸ می‌باشد. دامنهٔ گذار مربوط به این دیاگرام را با استفاده از قوانین فاینمن به‌صورت زیر می‌نویسیم:

$$\mathrm{M}_{b_3}^{[\xi]}(\mathbf{p}) = iQ_{\mathrm{eff}}\, g^{[^3S_1]}\sqrt{\mathcal{Z}}\,\varepsilon_i^d\varepsilon_j^{Li*}\varepsilon_k^{\gamma*}G_0^{(0)}(-B,0,0) \times 3T_{CS}^{[\xi]}(p)\, e^{i\sigma_1}\, C_0^{-1}(\eta_p)W_1^{-1/2}(\eta_p)\hat{\mathbf{p}}_k$$ ۴۵

با توجه به رابطهٔ۲۵ و رابطهٔ زیر [۱۴]:

$$G_0^{(0)}(-B,0,0) = -\frac{\mu}{2\pi}J_0(i\gamma)$$ ۴۶

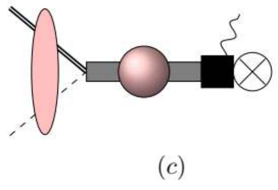
دامنهٔ گذار ۴۵ را به‌صورت نهایی زیر می‌نویسیم:

$$\mathrm{M}_{b_3}^{[\xi]}(\mathbf{p}) = -\frac{6\pi}{\mu}Q_{\mathrm{eff}}\, g^{[^3S_1]}\sqrt{\mathcal{Z}}\,\frac{C_0(\eta_p)W_1^{1/2}(\eta_p)}{K^{[\xi]}(p)-H_1(\eta_p)} \times e^{i\sigma_1}\varepsilon_i^d\varepsilon_j^{Li*}(\boldsymbol{\varepsilon}^{\gamma*}\cdot\mathbf{p})J_0(i\gamma)$$ ۴۷

دیاگرام c که مربوط به‌جریان دوجسمی است نیز در گذار E1 سهم دارد که دامنهٔ گذار مربوط به‌آن با استفاده از قوانین فاینمن و براساس جملات لاگرانژی ۱۰ تا ۱۲ به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\mathrm{M}_c^{[\xi]}(\mathbf{p}) = i\mu k_0 Q_{\mathrm{eff}}\, g^{[^3S_1]}\sqrt{\mathcal{Z}}\, L_{\mathrm{E1}}\varepsilon_i^d\varepsilon_j^{Li*}\varepsilon_k^{\gamma*} \times 3T_{CS}^{[\xi]}(p)\, e^{i\sigma_1}\, C_0^{-1}(\eta_p)W_1^{-1/2}(\eta_p)\hat{\mathbf{p}}_k$$ ۴۸

با توجه به‌رابطهٔ۲۵، شکل نهایی دامنهٔ گذار متناظر با دیاگرام c را به‌صورت زیر می‌نویسیم:



شکل۴. دیاگرام مربوط به جریان دوجسمی در فرآیند $d(\alpha,\gamma)^6\mathrm{Li}$

$$\mathrm{M}_c^{[\xi]}(\mathbf{p}) = 6\pi k_0 L_{\mathrm{E1}}Q_{\mathrm{eff}}\, g^{[^3S]}\sqrt{\mathcal{Z}}\,\frac{C_0(\eta_p)W_1^{1/2}(\eta_p)}{K^{[\xi]}(p)-H_1(\eta_p)} \times e^{i\sigma_1}\varepsilon_i^d\varepsilon_j^{Li*}(\boldsymbol{\varepsilon}^{\gamma*}.\,\hat{\mathbf{p}})$$ ۴۹

با توجه به روابط ۳۷، ۴۳، ۴۷ و ۴۹ برای دامنه گذار کل داریم:

$$M^{[\xi]}(\mathbf{p}) = M_{a_1+a_2}^{[\xi]}(\mathbf{p}) + M_{b_1+b_2}^{[\xi]}(\mathbf{p}) + M_{b_3}^{[\xi]}(\mathbf{p}) + M_c^{[\xi]}(\mathbf{p})$$ ۵۰

$$M^{[\xi]}(\mathbf{p}) = \mathcal{M}^{[\xi]}(p)\varepsilon_i^d \varepsilon_j^{Li*}(\boldsymbol{\varepsilon}^{\gamma*}\cdot\hat{\mathbf{p}}) \quad ۵۱$$

که در آن دامنهٔ گذار $\mathcal{M}^{[\xi]}(p)$ به‌صورت زیر است:

$$\mathcal{M}^{[\xi]}(p) = 2Q_{\text{eff}}g^{[{}^3S_1]}\sqrt{\mathcal{Z}}\,C_0(\eta_p)e^{i\sigma_1}\Bigg[\ \mathrm{A}(p) + \frac{W_1^{1/2}(\eta_p)}{K^{[\xi]}(p) - H_1(\eta_p)}\left(\mathrm{B}(p) - \frac{3\pi i}{\mu}J_0(i\gamma) - 3\pi i k_0 L_{\text{E1}}\right)\Bigg] \quad ۵۲$$

همان‌طور که انتظار داشتیم و از رابطهٔ فوق نیز پیداست، سهم دیاگرام‌های گروه a در هر سه کانال کاملاً یکسان است درحالی‌که سهم دیاگرام‌های گروه b برای هر کانال متفاوت می‌باشد.

بازبهنجارش ثابت‌های لاگرانژی

واگرایی‌های مربوط به انتشارگر کامل پراکندگی که در دیاگرام‌های گروه b و دیاگرام c ظاهر می‌شود و مربوط به قسمت واگرای $J_1(E)$ می‌باشد، همان‌طور که در بخش قبل به‌اختصار اشاره شد و با جزئیات در مرجع۱۳ آورده ایم در ثابت های $g^{[\xi]}$، $\Delta^{[\xi]}$ و $h^{[\xi]}$ جذب شده و بازبهنجارش این ثابت‌ها را رقم می‌زند. انتگرال موجود در دامنه‌های گذار مربوط به دیاگرام‌های گروه a همگرا هستند و به‌صورت عددی محاسبه می‌شوند. ولی انتگرال دیاگرام های گروه bدر حد $r\to 0$ واگرایی لگاریتمی دارند. با استفاده از تعریف متغیر r_C در حد پایین این انتگرال بخش واگرای این انتگرال‌ها را جدا می‌کنیم [۱۶,۱۷]:

$$B_{b_1+b_2}^{div} = k_C\int_0^{r_C}\frac{dr}{r} \to k_C\left(\frac{\kappa}{2}\right)^{2\epsilon}\int_0^{r_C}\frac{dr}{r^{1-2\epsilon}} = k_C\left(\frac{1}{2\epsilon} + \ln\left(\frac{\kappa}{2}k_C\right) + \mathrm{O}(\epsilon)\right) \quad ۵۳$$

به‌علاوه عبارت $J_0(i\gamma)$ در دامنهٔ گذار مربوط به دیاگرام b_3 نیز دارای بخشی واگرا به‌صورت J_0^{div} است که در رابطهٔ۲۱ نشان داده شده است. با بازبهنجارش ثابت L_{E1} به‌صورت زیر واگرایی‌های مذکور جذب L_{E1} می‌شوند [۱۷،۱۸].

$$L_{E1}^R = L_{\text{E1}} + \frac{1}{\mu k_0}\left[J_0^{div} - \frac{i\mu}{3\pi}B^{div}\right] \quad ۵۴$$

قانون شمارش توانی

مهمترین بخش از نظریهٔ میدان مؤثر، معرفی پارامتر بسط و بررسی مرتبه هر دیاگرام و کانال در دامنهٔ گذار و محاسبهٔ کمیت‌های فیزیکی تا مرتبهٔ معین از نظریه می‌باشد. در نظر گرفتن پارامتر $k_C\sim 18\,\text{MeV}$ به‌عنوان مقیاس تکانه‌های پایین Q و تکانه متناظر با انرژی بستگی دوترون $\sqrt{2m_dB_d}\sim 90\ \text{MeV}$، به‌عنوان مقیاس تکانه‌های بالای Λ، پارامتر بسط را به‌صورت $Q/\Lambda\sim 1/5$ تعریف می‌کنیم. دلیل اینکه حد بالای Λ را تکانهٔ متناظر با انرژی تفکیک دوترون انتخاب نموده‌ایم این است که برای تکانه‌های بالاتر از آن دیگر دوترون را به‌صورت یک ذرهٔ نقطه‌ای نمی‌توان در نظر گرفت و نظریهٔ میدان مؤثر دوجسمی اعتبار خود را از دست می‌دهد. بدیهی است در محدودهٔ انرژی متناظر با تکانه $p\sim Q$ پارامتر بسط از مرتبهٔ $1/5$ می‌باشد و با افزایش انرژی پارامتر بسط افزایش می‌یابد. بر اساس قانون شمارش توانی معرفی شده داریم:

$$\mathrm{A}\sim Q^2/\Lambda^4, k\sim Q^3/\Lambda^2, \mu\sim\Lambda^3/Q^2, H_0\sim Q/6, \mathrm{B}\sim 1 \quad ۵۵$$

همچنین با توجه به تعیین مرتبهٔ پارامترهای برد مؤثرطول پراکندگی و پارامتر شکل مربوط به هر کانال که در جدول۱ مرجع۱۳ ارائه نموده‌ایم، مرتبهٔ دامنهٔ گذار دیاگرام‌های گروه bو c نسبت به دیاگرام‌های گروه a را تعیین و در جدول۳ گزارش نموده‌ایم. همان‌طور که در جدول۳ نشان داده شده است، برای کانال‌های ${}^3P_1$و ${}^3P_2$دیاگرام‌های گروه a از مرتبه LO و دیاگرام‌های b_1,b_2,b_3 و c از مرتبه NLO می‌باشند. اما برای کانال ${}^3P_0$دیاگرام‌های گروه aو b_1,b_2 از مرتبه LO و دیاگرام‌های b_3و c از مرتبه NLO می‌باشند.

جدول۳. مرتبه دامنه گذار دیاگرام‌های گروه b و c نسبت به دیاگرام‌های گروه a براساس قانون شمارش توانی معرفی شده.

ξ	$\frac{\mathcal{M}_{b_1+b_2}}{\mathcal{M}_{a_1+a_2}}$	$\frac{\mathcal{M}_{b_3}}{\mathcal{M}_{a_1+a_2}}$	$\frac{\mathcal{M}_{c}}{\mathcal{M}_{a_1+a_2}}$
$^3P_0$	1	Q/Λ	Q/Λ
$^3P_1$	Q/Λ	Q/Λ	Q/Λ
$^3P_2$	Q/Λ	Q/Λ	Q/Λ

نتایج

در این بخش با استفاده از دامنهٔ گذار به‌دست آمده برای همه کانال‌های محتمل به محاسبهٔ سطح مقطع کل گیراندازی تابش گاما و فاکتور اخترفیزیکی S برای فرآیند $\mathrm{d}(\alpha,\gamma)^6\mathrm{Li}$ تا مرتبه NLO می‌پردازیم. فاکتور اخترفیزیکی S از رابطهٔ زیر به‌دست می آید:

$$S(E)=E\exp(2\pi\eta_p)\sigma(p) \qquad ۵۶$$

سطح مقطع دیفرانسیلی واکنش براساس دامنه‌های گذار به‌دست آمده در بخش قبل و با جمع روی قطبش فوتون خروجی و تصاویر اسپین حالت پایه $^6\mathrm{Li}$ و میانگین‌گیری روی تصاویر اسپین دوترون و کانال‌های ورودی سیستم به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}=\frac{\mu k}{8\pi^2 p}\frac{1}{9}|\mathcal{M}(p)|^2\sum_{i,j=1}^{3}\left|\varepsilon_i^d\varepsilon_j^{Li*}\right|^2\sum_{r=1}^{2}|(\boldsymbol{\varepsilon}_r^{\gamma*}\cdot\hat{\mathbf{p}})|^2 \qquad ۵۷$$

$$\mathcal{M}(p)=\mathcal{M}^{[^3P_0]}(p)+\mathcal{M}^{[^3P_1]}(p)+\mathcal{M}^{[^3P_2]}(p) \qquad ۵۸$$

در نهایت با انتگرالگیری روی زاویه، سطح مقطع کل واکنش توسط رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

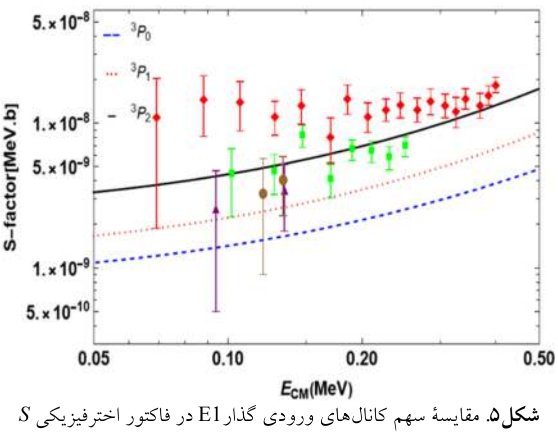
$$\sigma(p)=\frac{\mu k}{18\pi p}|\mathcal{M}(p)|^2 \qquad ۵۹$$

پارامتر L_{E1}^R با برازش فاکتور اخترفیزیکی S به داده‌های آزمایشگاهی در محدودهٔ انرژی $E_{\mathrm{CM}}\leq$ ۰٫۵ MeV به‌دست آمده است. جدول۴ نتایج به‌دست آمده برای فاکتور اخترفیزیکی S را در انرژی ۰٫۴۵MeV $= E_{\mathrm{CM}}$ به‌صورت تابعی از r_C نشان می‌دهد.

جدول۲. مقادیر برازش شده L_{E1}^R به داده‌های تجربی در بازهٔ انرژی MeV ۰٫۵ $\leq E_{\mathrm{CM}}$ و مقدار فاکتور اخترفیزیکی S محاسبه شده در انرژی MeV ۰٫۴۵ $= E_{\mathrm{CM}}$ به‌صورت تابعی از r_C.

r_C (fm)	L_{E1}^R	S(MeV.b)
۱	$(۸٫۶۹ \pm ۰٫۲۷)\times ۱۰^{-۱}$	$۹٫۲۵\times ۱۰^{-۹}$
۰٫۵	$(۸٫۳۵ \pm ۰٫۲۱)\times ۱۰^{-۱}$	$۹٫۷۸\times ۱۰^{-۹}$
۰٫۱	$(۸٫۲۴ \pm ۰٫۱۸)\times ۱۰^{-۱}$	$۱٫۵۹\times ۱۰^{-۹}$
۰٫۰۵	$(۸٫۱۴ \pm ۰٫۲۵)\times ۱۰^{-۱}$	$۱٫۶۱\times ۱۰^{-۹}$
۰٫۰۰۱	$(۸٫۰۵۰ \pm ٫۲۱)\times ۱۰^{-۱}$	$۱٫۶۲\times ۱۰^{-۹}$

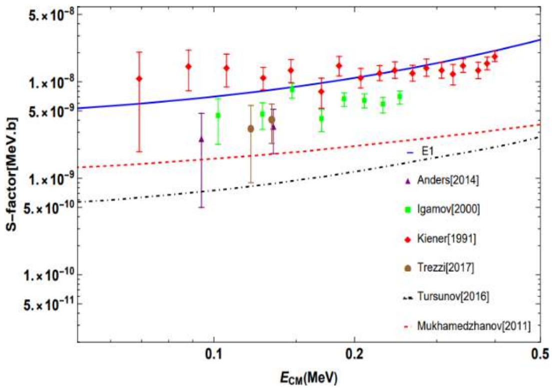
همان‌طور که واضح است، در بازهٔ ۰٫۱fm $\leq r_C$ هرچه مقادیر r_C کوچک‌تر می‌شود، مقادیر S همگرا می‌شود. این جدول نشان می‌دهد که مقادیر این پارامتر با تقریب خوبی مستقل از انتخاب r_C است.



شکل۵. مقایسهٔ سهم کانال‌های ورودی گذار E1 در فاکتور اخترفیزیکی S فرآیند $\mathrm{d}(\alpha,\gamma)^6\mathrm{Li}$.

در شکل۵ سهم هر یک از کانال‌ها در گذار E1 نشان داده شده است می‌توان دید که در بازه انرژی MeV ۰٫۵ $\leq E_{\mathrm{CM}}$ سهم غالب گذار E1 ناشی از کانال ورودی $^3P_2$ است. این موضوع را می‌توان به مثبت بودن طول پراکندگی برای کانال $^3P_2$ و منفی بودن آن برای دو کانال دیگر نسبت داد.

در شکل ۶ مقادیر فاکتور اخترفیزیکی S به‌دست آمده از نظریهٔ میدان مؤثر خوشه‌ای و مقایسه آن با مقادیر تجربی وتئوری به‌دست آمده از روش‌های دیگر نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل دیده می‌شود نتایج به‌دست آمده نسبت به دو روش دیگر تطابق بیشتری با داده‌های تجربی دارند.



شکل ۶. مقایسه مقادیر به‌دست آمده فاکتور اخترفیزیکی S فرآیند $d(\alpha,\gamma)^6Li$ با استفاده از نظریه میدان مؤثر و مقایسه آن با نتایج تجربی [۱،۱۹،۲۰،۲۱] و تئوری [۹،۱۱].

بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله، به مطالعه فرآیند گیراندازی تابش گاما $d(\alpha,\gamma)^6Li$ در چارچوب نظریهٔ میدان مؤثر خوشه‌ای و در بازهٔ انرژی $E_{CM} \leq ۰٫۵$ MeV پرداخته شد. نشان دادیم که گذار E1 گذار مجاز و غالب را در این فرآیند در بازهٔ انرژی مذکور دارد. در ادامه به محاسبه فاکتور اخترفیزیکی S فرآیند $d(\alpha,\gamma)^6Li$ و مقایسهٔ آن با نتایج آزمایشگاهی و نتایج به‌دست آمده از تئوری‌های دیگر پرداختیم. تطابق نتایج فاکتور اخترفیزیکی S به‌دست آمده از نظریهٔ میدان مؤثر خوشه‌ای با نتایج تجربی، نسبت به‌روش‌های دیگر نشان می‌دهد که این نظریه روشی کارآمد برای توصیف سیستم‌های چندجسمی است. در بازهٔ انرژی‌های بالاتر، در نظر گرفتن گذار E2 و همچنین استفاده از نظریه میدان مؤثر خوشه‌ای سه‌جسمی برای مطالعه فرآیند $d(\alpha,\gamma)^6Li$ می‌تواند توصیف دقیق‌تری از این سیستم ارائه دهد.

سپاسگزاری

این اثر تحت حمایت مادی صندوق حمایت از پژوهشگران و فناوران کشور (INSF) برگرفته شده از طرح شماره "۴۰۰۳۶۶۲" انجام شده است.

مرجع‌ها

[1] M.A.D. Trezzi, M. Aliotta, A. Bellini, D. Bemmerer, A. Boeltzig, C. Broggini, C.G. Bruno, A Caciolli, e.a. F Cavanna, Big Bang 6Li nucleosynthesis studied deep underground (LUNA collaboration), Astroparticle Physics, 89 (2017) 57-65. https://doi.org/10.1016/j.astropartphys.2017.01.007

[2] P.D. Serpico, S. Esposito, F. Iocco, G. Mangano, G. Miele, O. Pisanti, Nuclear reaction network for primordial nucleosynthesis: a detailed analysis of rates, uncertainties and light nuclei yields, Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, 2004 (2004) 010. https://doi.org/10.1088/1475-7516/2004/12/010

[3] P.D.R.GH. Robertson, R.A. Warner, R.C. Melin, T.J. Bowles, A.B. McDonald, G.C. Ball, W.G. Davies, E. Earle, Observation of the capture reaction/sup 2/H (cap alpha.,. gamma.)/sup 6/Li and its role in production of/sup 6/Li in the big bang, Physical. Review.Letter 47 (1981). https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.47.1867

[4] P. Mohr, V. Kölle, S. Wilmes, U. Atzrott, G. Staudt, J. Hammer, H. Krauss, H. Oberhummer, Direct capture in the 3+ resonance of H 2 (α, γ) 6 Li, Physical Review C, 50 (1994) 1543. https://doi.org/10.1103/PhysRevC.50.1543

[5] F. Hammache, A. Walus, M. Caamano, M. Hellström, D. Cortina-Gil, A. Wagner, P. Mohr, V. Tatischeff, O. Sorlin, D. Galaviz,

New measurement of the cross section of the big bang nucleosynthesis reaction D(α,γ)^{6}Li and its astrophysical impact (2006) 013. https://doi.org/10.22323/1.028.0013

[6] K. Langanke, Microscopic potential model studies of light nuclear capture reactions, Nuclear Physics A, 457 (1986) 351-366. https://doi.org/310.1016/0375-9474(1086)90383-90380.

[7] S. Typel, G. Bläge, K. Langanke, The low-energy D (α,γ)^{6}Li and 6 Li+ 208 Pb→ D+ α+ 208 Pb cross sections, Zeitschrift für Physik A Hadrons and Nuclei, 339 (1991) 335-339. https://link.springer.com/article/10.1007/BF01560634

[8] A. Kharbach, P. Descouvemont, Microscopic study of the 2H (α, γ) 6 Li reaction in a multicluster model, Physical Review C, 58 (1998) 1066. https://doi.org/1010.1103/PhysRevC.1058.1066.

[9] L.D.B. A. M. Mukhamedzhanov, and B. F. Irgaziev, Reexamination of the astrophysical S factor for the α+d →6Li+γ reaction, Physical Review C, 83 (2011). https://doi.org/10.1103/PhysRevC.1183.055805.

[10] Y. Kikuchi, N. Kurihara, A. Wano, K. Katō, T. Myo, M. Takashina, Three-body model analysis of α+ d elastic scattering and the 2 H (α, γ) 6 Li reaction in complex-scaled solutions of the Lippmann-Schwinger equation, Physical Review C, 84 (2011) 064610. https://doi.org/064610.061103/PhysRevC.064684.064610

[11] A.S.K. E. M. Tursunov, S. A. Turakulov, and I. Bray, Theoretical study of the α+d→^{6}Li+γ astrophysical capture process in a three-body model, Physical . Review C 94 (2016). https://doi.org/10.1103/PhysRevC.1194.015801

[12] S.A.T. E. M. Tursunov, A. S. Kadyrov, and I. Bray, Theoretical study of the α+d→^{6}Li+γ astrophysical capture process in a three-body model. II. Reaction rates and primordial abundance, Physical . Review C, 98 (2018) https://doi.org/10.1103/PhysRevC.1198.055803.

[13] F. Nazari, M. Radin, M.M. Arani, Low-energy deuteron–alpha elastic scattering in cluster effective field theory, The European Physical Journal A, 59 (2023) 20.. https://doi.org/10.1140/epja/s10050-023-00923-x

[14] R. Higa, G. Rupak, A. Vaghani, Radiative 3 He (α,γ α, γ) 7 Be reaction in halo effective field theory, The European Physical Journal A, 54 (2018) 1-12. https://doi.org/10.1140/epja/i2018-12486-5

[15] S.-i. Ando, J.W. Shin, C.H. Hyun, S.-W. Hong, Low energy proton-proton scattering in effective field theory, Physical Review C, 76 (2007). 064001. https://doi.org/064010.061103/PhysRevC.064076.064001.

[16] S.-I. Ando, Cluster effective field theory and nuclear reactions, The European Physical Journal A, 57 (2021) 17. https://doi.org/10.1140/epja/s10050-10020-00304-10058.

[17] S.-I. Ando, S E 1 factor of radiative α capture on C 12 in cluster effective field theory, Physical Review C, 100 (2019) 015807. https://doi.org/015810.011103/PhysRevC.015100.015807

[18] S.-I. Ando, Radiative decay of the subthreshold 1 1− and 2 1+ states of O 16 in cluster effective field theory, Physical Review C, 109 (2024) 015801. https://doi.org/015810.011103/PhysRevC.015109.015801

[19] M. Anders, D. Trezzi, R. Menegazzo, M. Aliotta, A. Bellini, D. Bemmerer, C. Broggini, A. Caciolli, P. Corvisiero, H. Costantini, First Direct Measurement of the H 2 (α, γ) Li 6 Cross Section at Big Bang Energies and the Primordial Lithium

Problem, Physical Review Letters, 113 (2014) 042501. https://doi.org/042510.041103/PhysRevLett.042113.042501

[20] J. Kiener, H. Gils, H. Rebel, S. Zagromski, G. Gsottschneider, N. Heide, H. Jelitto, J. Wentz, G. Baur, Measurements of the Coulomb dissociation cross section of 156 MeV Li 6 projectiles at extremely low relative fragment energies of astrophysical interest, Physical Review C, 44 (1991) 2195. https://doi.org/2110.1103/PhysRevC.2144.2195.

[21] S. Igamov, R. Yarmukhamedov, Triple-differential cross section of the 208Pb (6Li, αd) 208Pb Coulomb breakup and astrophysical S-factor of the d (α, γ) 6Li reaction at extremely low energies, Nuclear Physics A, 673 (2000) 509-525. https://doi.org/10.1016/S0375-9474(00)00132-9