Document Type: Full length research Paper

Pages: 39-48

Diffraction of Laser light from a circular aperture in a transparent plate

Ali Mahmoudi*

Department of Physics, Faculty of Science, University of Qom, Qom, Iran

Received: 16.04.2024 Final revised: 24.11.2024 Accepted: 21.07.2025

Doi: 10.22055/jrmbs.2025.20192

Abstract

In this study, we investigate light diffraction from a circular phase step, which is a circular aperture created in a transparent plate. The distribution of the scattered light amplitude in a plane at an arbitrary distance is derived, and the change of the diffracted intensity profile with respect to propagation distance is investigated. The difference between this type of diffraction and the diffraction of light from an aperture in an opaque plate is also described. One of the important aspects of this problem is its relevance to particle sizing methods based on laser diffraction, which assume that particles are light-absorbing disks, while transparent particles have not yet been investigated. Furthermore, in optical imaging systems, Rayleigh's criterion is defined by using the results of light diffraction from absorbent bodies to determine the resolution limit. However, as far as we know, no study has been done to check the case of microscopic transparent bodies.

Keywords: Wave optics, Diffraction, Circular phase step, optical measurement

* Corresponding Author: a.mahmoudi@qom.ac.ir

This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

مقاله پژوهشی کامل

پراش نور لیزر از روزنه دایره‌ای ایجاد شده در یک ورقه شفاف

علی محمودی*

گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم، قم، ایران

دریافت: ۱۴۰۳/۰۱/۲۸ ویرایش نهائی: ۱۴۰۳/۰۹/۰۴ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۴/۳۰
Doi: 10.22055/jrmbs.2025.20192

چکیده

در این مقاله به‌مسألهٔ پراش نور از یک روزنهٔ دایره‌ای(یا به‌طور معادل پلهٔ فازی دایره‌ای) ایجاد شده در یک ورقهٔ مسطح شفاف می‌پردازیم. رابطهٔ توزیع دامنهٔ نور پراشیده در صفحه‌ای با فاصلهٔ دلخواه از روزنه(یا پلهٔ فازی دایره‌ای) را به‌دست آورده و تغییر نیمرخ شدت پراشیده در اثر افزایش فاصله را بررسی نموده‌ایم. همچنین تفاوت این نوع پراش با پراش نور از روزنهٔ ایجاد شده در ورقه‌ای کدر شرح داده شده است. با اجرای روش خوردگی به‌وسیلهٔ اسید هیدروفلوریک روی شیشه، چند نمونه پله فازی دایره‌ای ساخته و طرح پراش نور لیزر هلیم–نئون از آنها ثبت و نتایج تجربی با نتایج محاسباتی نظری مقایسه و تطابق بسیار خوبی بین نتایج نظری و تجربی مشاهده گردید. یکی از جنبه‌های اهمیت این مسأله این است که در روش‌های سنجش اندازه ذرات بر پایه پراش نور لیزر، فرض می‌شود که ذرات به‌صورت قرص‌های جاذب نور هستند و از روابط به‌دست آمده در حالت پراش از روزنه در صفحهٔ کدر استفاده می‌شود و حالت شفاف بودن ذرات بررسی نشده است. همچنین در سامانه‌های تصویر برداری نوری، برای تعریف حد تفکیک سامانه در یک طول موج خاص، محک ریلی با بهره بردن از نتایج نظریهٔ پراش نور از اجسام جاذب تعریف می‌شود و برای بررسی حالت جسم‌های شفاف یا نیمه شفاف (مانند اجزای سلول‌های زنده و ..) تا جایی که ما می‌دانیم محک جداگانه‌ای به‌کار نمی‌رود.

کلیدواژگان: اپتیک موجی، پراش، پلهٔ فازی دایره‌ای، اندازه‌گیری نوری

مقدمه

نظریهٔ پراش اسکالر در طول ۱۵۰ سال گذشته دستخوش تکامل مداوم بوده و در حوزه‌های علمی و فناوری متعددی کاربرد پیدا کرده است [۱]. در مواردی که پراش از اجسام جاذب نور با اشکال متقارن یا روزنه‌های ایجاد شده در صفحات جذب کنندهٔ نور، مانند روزنه‌های مستطیلی یا دایره‌ای ناشی می‌شود، می‌توان از تئوری پراش اسکالر برای محاسبهٔ توزیع دامنهٔ میدان نور پراش شده و توزیع شدت مربوطه استفاده کرد و نتایج این محاسبات تطابق بسیار خوبی با نتایج تجربی دارد. در حال حاضر، در برنامهٔ درسی مقطع کارشناسی فیزیک محاسبهٔ الگوهای پراش برای روزنه‌های ساده در ورقه‌های جاذب نور و انجام آزمایش‌های پراش فرانهوفر گنجانده شده است. به‌عنوان مثال، پراش نور تک رنگ یکنواخت از یک شکاف مستطیلی بلند در یک ورقهٔ فلزی تخت به‌راحتی قابل محاسبه و آزمایش است. با فرض اینکه یک پرتو نور تک رنگ یکنواخت به‌طور معمول بر روی سطح فرود می‌آید، محاسبهٔ توزیع شدت نور در رژیم فرانهوفر

* نویسندهٔ مسئول: a.mahmoudi@qom.ac.ir

باز نشر این مقاله با ذکر منبع آزاد است.
این مقاله تحت مجوز کریتیو کامنز تخصیص ۴.۰ بین‌المللی می‌باشد

آسان می‌شود [۲]. همچنین برای روزنه‌های مستطیلی و دایره‌ای، (یا اجسام جاذب نور مشابه)، ابعاد روزنه یا جسم را می‌توان به‌راحتی با تجزیه و تحلیل الگوی پراش تعیین کرد. حد تفکیک دستگاه‌های تصویربرداری و واگرایی پرتوهای لیزر بر اساس پراش فرانهوفر از روزنه‌های دایره‌ای، با استفاده از معیار ریلی یا حد پراش [۱] تعریف می‌شود. علاوه بر این، معادلات به‌دست آمده از تئوری پراش اسکالر برای توسعه روش‌های اندازه‌گیری ذرات برای ذرات ریز استفاده شده است و به‌طور مشخص از معادله‌های مربوط به پراش از روزنه‌های دایره‌ای در صفحات جاذب استفاده می‌شود [۶-۳]. این تکنیک‌ها کاربردهای گسترده‌ای در زمینه‌هایی مانند شیمی و داروسازی دارند.

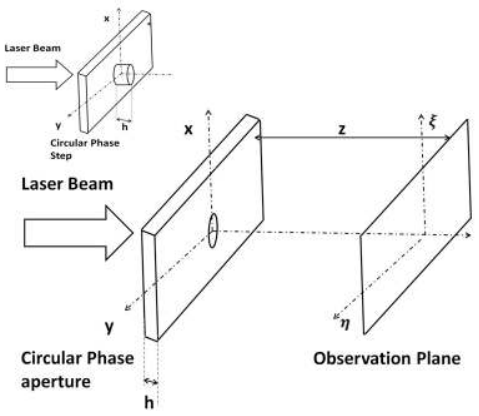
پرسشی که در اینجا می‌توان مطرح نمود چگونگی پراش نور از روزنه‌های ایجاد شده در یک ورقه شفاف یا پراش نور از اجسام شفاف است. سؤال این است که آیا الگوی پراش مشابهی را مشاهده خواهیم کرد؟ اگر الگوی پراش از چنین روزنه‌ها یا اجسامی با الگوی پراش نور از روزنه‌ها و شکاف‌های مشابه در ورقه‌های جاذب نور متفاوت است، باید در تعیین حد تفکیک اجسام ریز شفاف در دستگاه‌های تصویربرداری اصلاحاتی انجام شود و همچنین اصلاحات لازم در روش‌های سنجش ابعاد ذرات پودر با کمک پراش نور انجام بگیرد.

پراش نور از یک روزنهٔ فازی دایره‌ای(روزنه در ورقه شفاف) یا یک پلهٔ فازی دایره‌ای(برجستگی استوانه‌ای روی ورقه‌ای شفاف) را می‌توان یک تعمیم از مسأله پراش از یک پله فازی یک بعدی دانست که در دو دهه اخیر مورد توجه محققان مختلف قرار گرفته است. توسلی و همکاران در چندین مقاله مهم به‌بررسی پراش نور از یک پله فازی فاز پرداخته‌اند [۷،۸]. در سال‌های اخیر، محققان پراش نور از پله‌های فازی، گوه‌های فازی و تکینگی‌ها در گرادیان فاز، و همچنین اجسام شفافی را که می‌توانند تکینگی‌هایی در فاز نور ایجاد کنند، مطالعه کرده‌اند. کاربردهای بسیاری مانند اندازه‌گیری دقیق ضریب شکست مایعات [۹]، اندازه‌گیری جابه‌جایی‌های نانومتری [۱۰]، پراش سنجی نوری [۱۱]، اندازه‌گیری سرعت خوردگی مواد شفاف [۱۲]، تصویربرداری فازی کمی [۱۴]، تصویربرداری و ردیابی سلول‌های زنده [۱۵]، تصویربرداری سه بعدی [۱۶] و مطالعه زمان واقعی گذار فاز بلور مایع [۱۷] گزارش شده است. مسألهٔ پراش نور از یک روزنهٔ دایره‌ای فازی در مرجع شمارهٔ۷ به‌طور مختصر بررسی شده است. در اینجا ما بررسی مفصلتری ارائه می‌کنیم و جنبه‌هایی دیگر از این مسأله را که در مرجع۷ مورد توجه نبوده‌اند ارائه می‌کنیم.

لازم به‌ذکر است که در عرصه‌های مختلف علوم و فناوری با رشته‌ها و نوارهای شفاف و اجسام شفاف و نیمه شفاف با اشکال مختلف مواجه هستیم. این کار می‌تواند راه را برای اندازه‌گیری دقیقتر ابعاد این‌گونه اجسام هموار کند.

پراش نور از روزنهٔ فازی(یا پلهٔ فازی) دایره‌ای

در شکل۱ روزنه‌ای دایره‌ای به‌شعاع R در مرکز یک ورقهٔ مسطح شفاف به‌ضخامت h ایجاد شده است. پرتوی لیزر موازی با محور z، با طول موج λ به‌طور عمودی(زاویهٔ فرود صفر درجه) بر این ورقه می‌تابد. ضریب شکست ورقه برابر n و بنابراین اختلاف فاز بین پرتوهای نور گذرنده از درون روزنه با پرتوهای نوری که از نواحی خارج روزنه می‌گذرند برابر $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} h(n-1)$ رادیان است.



شکل۱. نور لیزر موازی شده به‌طور عمودی بر ورقهٔ شفاف که روزنه دایره‌ای(یا پله دایره‌ای) به‌شعاع R در مرکز آن ایجاد شده، می‌تابد. صفحهٔ مشاهده در فاصلهٔz و عمود بر محور اپتیکی قرار دارد.

فرض می‌کنیم توزیع بخش فضایی دامنهٔ نور مختلط درست قبل از ورقهٔ دارای روزنه، با تابع دوبعدی $U_i(x,y)=U_0$ داده شده باشد. اثر ورقه را با تابع عبور دامنه $t(x,y)$ به‌صورت زیر می‌توان بیان کرد:

$$t(x,y)=\begin{cases} e^{j\varphi} & if \quad x^2+y^2<R^2, \\ 1 & if \quad x^2+y^2\geq R^2 \end{cases} \qquad ۱$$

بنابراین تابع توزیع دامنهٔ مختلط نور درست پس از ورقه با $U_t(x,y)=t(x,y)U_i(x,y)$ به‌دست می‌آید. پس از انتشار در فاصله z، روی صفحه‌ای عمود بر محور z، با کمک جواب اول زومرفلد می‌توان تابع توزیع دامنه مختلط نور را با انتگرال زیر به‌دست آورد:

$$U(\xi,\eta)=\frac{e^{jkz}}{j\lambda z}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}t(x,y)U_0 e^{\frac{jk}{2z}[(\xi-x)^2+(\eta-y)^2]}dxdy \qquad ۲$$

برای بهره بردن از تقارن محوری مسأله حول z، تغییر متغیر زیر را اعمال می‌کنیم:

$$x=\rho\cos\theta,\ y=\rho\sin\theta$$
$$\xi=r\cos\alpha,\ \eta=r\sin\alpha \qquad ۳$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$U(r,\alpha,z)=\frac{e^{jkz}U_0}{j\lambda z}e^{j\frac{kr^2}{2z}} \cdot \int_0^{+\infty}e^{\frac{jk}{2z}\rho^2}\left[\int_0^{2\pi}e^{\frac{jkr\rho}{z}\cos(\theta-\alpha)}d\theta\right]\rho d\rho \qquad ۴$$

به‌دلیل تقارن محوری مسأله، تابع توزیع دامنه مختلط پراشیده نباید تابعی از زاویه α باشد، لذا می‌توان نوشت:

$$U(r,\alpha,z)=U(r,\alpha=0,z)$$
$$=\frac{e^{jkz}U_0}{j\lambda z}e^{j\frac{kr^2}{2z}}\int_0^{+\infty}e^{\frac{jk}{2z}\rho^2}\left[\int_0^{2\pi}e^{\frac{jkr\rho}{z}\cos\theta}d\theta\right]\rho d\rho \qquad ۵$$

انتگرالگیری روی زاویه θ نتیجه می‌دهد:

$$\int_0^{2\pi}e^{\frac{jkr\rho}{z}\cos\theta}d\theta=2\pi J_0\left(\frac{jkr\rho}{z}\right) \qquad ۶$$

بنابراین رابطهٔ۵ به‌صورت زیر در خواهد آمد:

$$U(r,z)=A\Big[e^{j\phi}\int_0^R J_0\left(\frac{jkr\rho}{z}\right)e^{\frac{jk}{2z}\rho^2}\rho d\rho+\int_R^{+\infty}J_0\left(\frac{jkr\rho}{z}\right)e^{\frac{jk}{2z}\rho^2}\rho d\rho\Big]$$
$$=A\Big[\int_0^{+\infty}J_0\left(\frac{jkr\rho}{z}\right)e^{\frac{jk}{2z}\rho^2}\rho d\rho+(e^{j\phi}-1)\int_0^R J_0\left(\frac{jkr\rho}{z}\right)e^{\frac{jk}{2z}\rho^2}\rho d\rho\Big] \qquad ۷$$

در معادلهٔ بالا ضریب A با معادلهٔ زیر داده می‌شود.

$$A=2\pi\frac{e^{jkz}U_0}{j\lambda z}e^{j\frac{kr^2}{2z}} \qquad ۸$$

برای محاسبهٔ طرف راست معادلهٔ۷، از رابطهٔ زیر(ارجاع به آرفکن) استفاده می‌کنیم:

$$2\pi e^{j\frac{kr^2}{2z}}\int_0^{+\infty}J_0\left(\frac{jkr\rho}{z}\right)e^{\frac{jk}{2z}\rho^2}\rho d\rho=j\lambda z \qquad ۹$$

همچنین از تغییر متغیر $v=\frac{kR}{z}r, u=\frac{k}{z}R^2$ استفاده می‌کنیم، در این صورت برای نقاطی از صفحه که $r>R$ ($\frac{u}{v}=\frac{R}{r}<1$) است می‌توان نوشت [۱۸]:

$$2\int_0^1 J_0(vx)e^{\frac{ju}{2}x^2}xdx = C(u,v)-jS(u,v)$$

$$C(u,v)=\frac{\cos\frac{u}{2}}{\frac{u}{2}}U_1(u,v)+\frac{\sin\frac{u}{2}}{\frac{u}{2}}U_2(u,v) \qquad ۱۰$$

$$S(u,v)=\frac{\sin\frac{u}{2}}{\frac{u}{2}}U_1(u,v)-\frac{\cos\frac{u}{2}}{\frac{u}{2}}U_2(u,v)$$

و برای نقاطی که $r<R$ ($\frac{u}{v}=\frac{R}{r}>1$) می‌توان نوشت:

۱۱

$$2\int_0^1 J_0(vx)e^{\frac{ju}{2}x^2}xdx = C(u,v)-jS(u,v)$$

$$C(u,v)=\frac{\sin\frac{v^2}{2u}}{\frac{u}{2}}+\frac{\sin\frac{u}{2}}{\frac{u}{2}}V_0(u,v)-\frac{\cos\frac{u}{2}}{\frac{u}{2}}V_1(u,v)$$

$$S(u,v)=\frac{\cos\frac{v^2}{2u}}{\frac{u}{2}}-\frac{\cos\frac{u}{2}}{\frac{u}{2}}V_0(u,v)-\frac{\sin\frac{u}{2}}{\frac{u}{2}}V_1(u,v)$$

این انتگرال‌ها را می‌توان با کمک توابع لامل به‌صورت زیر محاسبه نمود:

$$U_n(u,v)=\sum_0^\infty(-1)^s(\frac{u}{v})^{n+2s}J_{n+2s}(v),$$
$$V_n(u,v)=\sum_0^\infty(-1)^s(\frac{v}{u})^{n+2s}J_{n+2s}(v) \qquad ۱۲$$

با ترکیب معادله‌های بالا، بخش فضایی میدان مختلط نور برای دو ناحیه $r<R$ و $r>R$ به‌دست می‌آید. برای ناحیهٔ $r<R$ داریم:

۱۳

$$U(r,z)=U_0e^{jkz}+U_0\frac{e^{jkz}}{j\lambda z}\pi e^{\frac{jk}{2z}r^2}(e^{j\phi}-1)R^2\Big[\frac{\cos\frac{u}{2}}{\frac{u}{2}}U_1(u,v)+\frac{\sin\frac{u}{2}}{\frac{u}{2}}U_2(u,v)+j\frac{\sin\frac{u}{2}}{\frac{u}{2}}U_1(u,v)-j\frac{\cos\frac{u}{2}}{\frac{u}{2}}U_2(u,v)\Big]$$

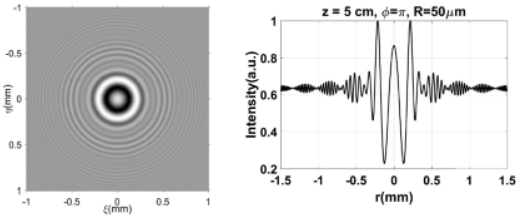
و برای نقاط $r>R$ نیز چنین خواهیم داشت:

۱۴

$$U(r,z)=U_0e^{jkz}+U_0\frac{e^{jkz}}{j\lambda z}\pi e^{\frac{jk}{2z}r^2}(e^{j\phi}-1)R^2\Big[\frac{\sin\frac{v^2}{2u}}{\frac{u}{2}}+\frac{\sin\frac{u}{2}}{\frac{u}{2}}V_0(u,v)\Big]$$

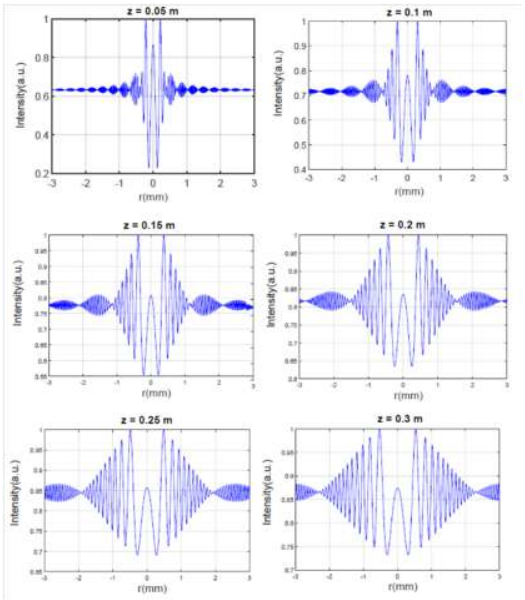
بدین ترتیب توزیع دامنهٔ میدان الکتریکی را در تمام صفحه مشاهده می‌توان محاسبه کرد. توزیع شدت نور نیز به‌صورت $I(\xi,\eta;z)=I(r)=UU^*$ به‌دست می‌آید. رابطه‌های ۱۳ و ۱۴ در همهٔ فواصل z به‌جز در ناحیهٔ میدان نزدیک (zهای در حدود λ) برقرار هستند و می‌توان آنها را فرمول پراش فرنل برای روزنه دایره‌ای در ورقهٔ شفاف نامید. با تنظیم ضخامت ورقه و یا ارتفاع پله دایره‌ای، می‌توان مقدار فاز φ را تنظیم نمود. در شکل۲ نمودار نیمرخ شدت را برای پراش نور با طول موج $\lambda=633nm$ از یک پله فازی دایره‌ای به‌شعاع $R=50\,\mu m$ و اختلاف فاز $\varphi=\pi$ در فاصله $z=5\,cm$ مشاهده می‌کنیم. نکتهٔ واضح در شکل۲ تفاوت عمده‌ای است که این نمودار با پراش از روزنه دایره‌ای ایجاد شده در یک صفحه کدر دارد. در پراش نور

از روزنهٔ دایره‌ای ایجاد شده در یک ورقهٔ تیره، با شعاع برابر و در فاصلهٔz یکسان، قلهٔ شدت در مرکز طرح قرار دارد و حلقه‌های روشن بعدی در قیاس با قلهٔ شدت مرکزی، شدت بسیار کمتری دارند در حالی‌که در شکل۲ ارتفاع قلهٔ شدت مرکزی نسبت به‌حلقهٔ روشن اول کمتر است.



شکل۲. چپ:طرح شدت پراشیده و راست: نیمرخ شدت پراشیده برای پراش نور با طول موج $\lambda = 633\,nm$ در فاصله $z = 5\,cm$ از روزنهٔ دایره‌ای (در یک ورقهٔ تخت شفاف) به‌شعاع $R = 50\,\mu m$ و اختلاف فاز $\varphi = \pi$.

برای بررسی کامل‌تر پراش نور از پلهٔ فازی دایره‌ای یا روزنهٔ دایره‌ای در یک ورقهٔ شفاف، ابتدا حالتی را بررسی می‌کنیم که شعاع R ثابت برابر $50\,\mu m$، اختلاف فاز φ ثابت برابر π رادیان باشد و فاصلهٔ z را تغییر می‌دهیم. شکل۳ نیمرخ شدت پراشیده را برای این حالت در فاصله‌هایz مختلف نشان می‌دهد. به‌خوبی دیده می‌شود که در تمام فواصل z از ۵ سانتیمتر تا ۳۰ سانتیمتر، ارتفاع قلهٔ مرکزی شدت، نسبت به دو قله شدت جانبی کمتر است و این مؤید این امر است که پراش از روزنهٔ دایره‌ای در ورقهٔ شفاف تفاوتی اساسی با پراش نور از روزنهٔ دایره‌ای در ورقهٔ جاذب نور دارد. به‌طور مشابه می‌توان نتیجه گرفت پراش نور (یا تصویر) از یک جسم دایره‌ای کوچک روشن که در یک زمینهٔ تیره قرار دارد با پراش نور یا تصویر یک جسم شفاف که با زمینهٔ اطراف خود فقط اختلاف فاز دارد، از اساس تفاوت دارد. این امر می‌تواند تأثیر عمده‌ای در تعیین و تعریف حد تفکیک اجسام ریز شفاف و غیر شفاف داشته باشد. همچنین نرخ گسترش طرح پراش(پهن شدن طرح پراش با افزایش فاصلهٔ z) بسیار کمتر از مقدار مذکور برای پراش از روزنهٔ ایجاد شده در ورقهٔ جاذب نور است. به‌طور مثال با کمک فرمول‌های رایج برای پراش نور از روزنهٔ دایره‌ای که در کتاب‌های درسی اپتیک [2] موجودند، می‌توان نتیجه گرفت که در پراش نور لیزر هلیم-نئون از یک روزنه دایره‌ای با شعاع $50\,\mu m$ قطر قرص Airy در فاصلهٔ $z = 20\,cm$ برابر 3mm می‌باشد در حالی که در شکل۳، پهنای حلقهٔ روشن مرکزی در $z = 20\,cm$ کمتر از ۱ میلیمتر است. این پراشیدگی کمتر یکی دیگر از مشخصه های پراش از روزنه فازی در قیاس با روزنه ایجاد شده در ورقه جاذب است.

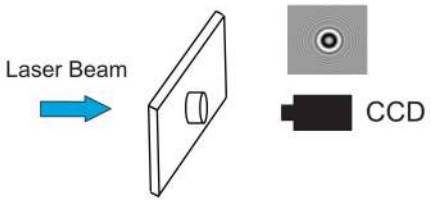


شکل۳. تغییر نیمرخ شدت (بهنجار شده) پراشیده از یک روزنه دایره‌ای در ورقهٔ شفاف با افزایش تدریجی فاصلهٔ انتشار(پراش) z. طول موج نور $\lambda = 633\,nm$، اختلاف فاز $\varphi = \pi$ و شعاع روزنه برابر $R = 50\,\mu m$ می‌باشد.

بررسی آزمایشگاهی

برای آزمودن آزمایشگاهی روابط به‌دست آمده در بخش پیش، چند پله دایره‌ای روی شیشه ساخته شد.

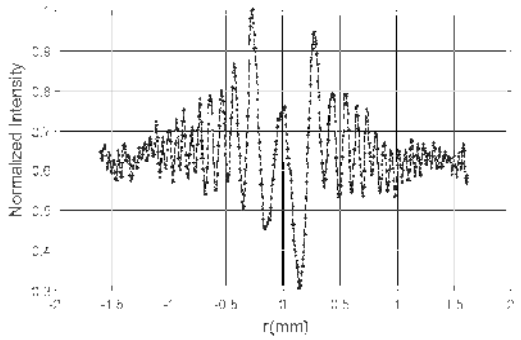
برای ساخت این پله‌های فازی دایره‌ای از روش خوردگی‌تر شیشه با اسید هیدروفلوریک استفاده شد. در این روش ابتدا یک قطرهٔ بسیار کوچک از پارافین ذوب شده روی شیشه قرار داده می‌شود. این قطره را زیر میکروسکوپ میدان روشن مشاهده و دایروی بودن آن بررسی می‌گردد. همچنین اندازهٔ این لکه دایره‌ای را با مقایسهٔ تصویر آن با تصویر سیم‌های فلزی با قطر ۱۰۰ میکرومتر، اندازه می‌گیریم. سپس شیشه را در اسید هیدروفلوریک قرار داده و فرآیند خوردگی شیشه را در مدت مناسب انجام می‌دهیم. سرعت خوردگی شیشه توسط اسید هیدروفلوریک را قبلاً در کار دیگری اندازه‌گیری نموده‌ایم. این سرعت به‌جنس شیشه، دمای محلول و غلظت اسید بستگی دارد و برای شیشه‌هایی که در آزمایشگاه ما به‌کار برده می‌شوند، سرعت خوردگی متوسط در دمای حدود ۲۲ درجه سلسیوس، حدود $5.5\ nm/s$ می‌باشد. بدین ترتیب با تنظیم مدت زمان خوردگی، ارتفاع پلهٔ فازی h و در نتیجه اختلاف فاز ϕ را می‌توان به‌دلخواه تنظیم کرد. چندین پلهٔ فازی مختلف با شعاع‌ها و اختلاف فازهای متفاوت ساخته و بررسی شد. در شکل۴ نمایی از چیدمان به‌کار رفته در بررسی پراش نور لیزر از پله فازی دایره‌ای را نشان داده‌ایم. نور لیزر هلیم–نئون با طول موج $663nm$، با استفاده از دو عدسی(با فواصل کانونی 5+ و 30+ سانتیمتر) و یک روزنه به قطر ۲۰ میکرومتر، به‌اندازهٔ ۲ سانتیمتر پهن و موازی و فیلتر فضایی شده و بر پله فازی دایره‌ای ایجاد شده روی شیشهٔ مسطح به‌طور عمودی فرود می‌آید و طرح پراش حاصل، پس از انتشار در فاصلهٔz توسط دوربین ccd تکرنگ PixeLINK PL-E952MG ثبت می‌گردد.



پله فازی دایره ای روی شیشه مسطح

شکل۴. چیدمان اپتیکی برای بررسی پراش نور ایزر از پله فازی دایره‌ای

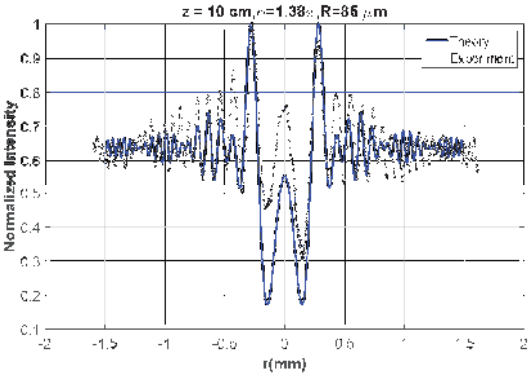
در شکل۵ نیمرخ شدت پراشیده(بهنجار شده) ثبت شده در فاصله $10\,cm$ از یک پله فازی با شعاع $85\,\mu m$ و اختلاف فاز $\varphi \simeq 1.38\,\pi$ را نشان داده‌ایم.



شکل۵. نیمرخ شدت پراشیده از یک پله فازی دایره‌ای به‌شعاع $R = 85\,\mu m$ و اختلاف فاز $\varphi \simeq 1.38\,\pi$ که در فاصله $z = 10\,cm$ توسط ccd ثبت شده است قطر قرص روشن مرکزی(فاصلهٔ بین دو کمینه شدت حول مرکز) برابر $300\,\mu m$ است.

نکته‌ای که درباره شکل۵ می‌توان به‌آن اشاره نمود این است که قطر قرص روشن مرکزی(فاصلهٔ بین دو کمینه شدت در دو طرف مرکز طرح پراش) برابر $300\,\mu m$ می‌باشد. با رسم طرح پراش مربوط به‌این پله دایره‌ای با کمک روابط بخش نظری، اندازهٔ قطر قرص روشن مرکزی در طرح پراش برابر $290\,\mu m$ به‌دست می‌آید که با مقدار تجربی سازگاری بسیار خوبی دارد. در شکل۶، نمودارهای تجربی و نظری برای این مورد بر روی هم ترسیم شده‌اند و چنان‌که دیده می‌شود بین نمودار تجربی و نمودار حاصل از محاسبات بخش پیش، تطابق خوبی وجود دارد. به‌ویژه مشاهده می‌شود که در هر دو نمودار، قلهٔ شدت

مرکزی، نسبت به بیشینه‌های جانبی خود ارتفاع کمتری دارد و قطر حلقه روشن مرکزی در هر دو حالت یکسان است.



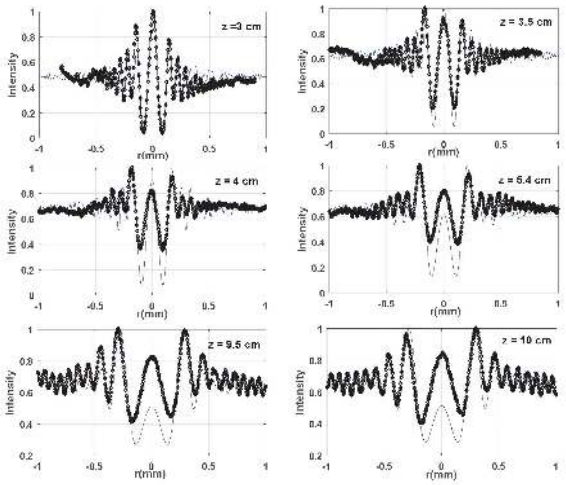
شکل۶. نمودارهای تجربی و نظری پراش نور لیزر از پله فازی دایره‌ای به‌شعاع $R=85\,\mu m$ در فاصلهٔ $z=10\,cm$. اختلاف فاز φ تقریباً برابر 1.38π می‌باشد.

همان‌طور که در دو نمودار شکل۶ دیده می‌شود، علی‌رغم تطابق خوب میان نتایج محاسبات و آزمایش‌های صورت گرفته، مخصوصاً از لحاظ مکان قله‌های شدت موضعی و ارتفاع قله مرکزی در قیاس با اندازه دو قله شدت واقع در دو سوی مرکز طرح در شکل۶، تطابق بین نتایج تجربی و محاسباتی در حد ایده‌آل نیست که برای این امر دلایلی را می‌توان در نظر گرفت از جمله: الف- پخ شدگی مرز پله فازی در طی فرآیند خوردگی و عدم ایجاد لبه‌های تیز در مرز پله، این امر سبب می‌شود پراش به‌صورت بهینه و مطابق با پیش فرض محاسباتی رخ ندهد، ب- عدم برآورده شدن پیش شرط یکنواختی شدت نور فرودی بر پله فازی که در محاسبات فرض شده است. از آنجا که نیمرخ شدت نور لیزر، گاؤسی است، حتی پس از پهن و موازی کردن نور هم، شدت یکنواخت حاصل نمی‌گردد. همچنین با کاربرد روزنه دایره‌ای ۲۰میکرومتری برای پالایش فضایی، شدت نور به اندازه زیادی کم شده و اثرات نویز محیطی(مانند نورهای ناشی از بازتاب های ناخواسته و دیگر نورهای مزاحم در محیط آزمایشگاه...) به کاسته شدن نمایانی طرح پراش می‌انجامند و پ- مورد سوم که می‌تواند عدم تقارن مشاهده شده در طرح‌های ثبت شده را تا حدی توضیح دهد نایکنواختی احتمالی فرآیند خوردگی در مرز پله فازی دایره‌ای است که می‌تواند به ثابت نبودن مقدار اختلاف فاز بینجامد و ت- عدم تحقق زاویه فرود صفر درجه برای پرتوی نور که می‌تواند در عدم تقارن طرح‌های پراش سهمی داشته باشد. علیرغم این نکات، همان‌طور که در شکل۶ دیده می‌شود، دو مشخصه مهم پیش‌بینی شده توسط محاسبات ما یعنی ۱) وجود الگوهای تپش در پراش از پله‌های فازی دایره‌ای و ب)امکان کمتر بودن شدت مرکزی در قیاس با قله‌های شدت جانبی، در شکل۶ به‌خوبی دیده می‌شوند که هیچ یک از این دو ویژگی در مرجع۷ گزارش نشده‌اند.

لازم به‌ذکر است که برای یک روزنه دایره‌ای با همین شعاع که در ورقه‌ای جاذب ایجاد شود، قطر قرص ایری Airy برابر $900\,\mu m$ به‌دست می‌آید که به‌خوبی گویای اختلاف بین این دو نوع پراش است.

برای بررسی بیشتر، پله فازی دیگری به‌شکل دایره‌ای با شعاع ۷۰ میکرومتر و اختلاف فاز تقریباً برابر $\varphi \simeq 1.41\pi$ (در طول موج لیزر مورد استفاده) ساختیم. در ساخت این پله فازی، از پارافین به‌عنوان نقاب استفاده و فرآیند خوردگی شیشه به‌مدت ۱۰ دقیقه در محلول رقیق شده اسید هیدروفلوریک انجام پذیرفت. در شکل۷ نمودارهای نیمرخ شدت پراشیده تجربی و نظری را برای این پله فازی دایره‌ای در فاصله‌های مختلف z آورده‌ایم. مشاهده می‌شود که بین نمودارهای تجربی و محاسباتی تطابق بسیار خوبی برقرار است. همچنین مشخصه‌هایی کلی را به‌قرار ذیل می‌توان استنتاج نمود: الف- با مقایسه

این نمودارها(تجربی و محاسباتی) با آنچه از حل مسأله پراش از روزنهٔ دایره‌ای در ورقه مسطح جاذب [2] به‌دست می‌آید، می‌توان نتیجه گرفت که سرعت گسترش طرح پراش نور از روزنهٔ فازی با فاصلهٔ پراش بسیار کندتر(تقریباً $\frac{1}{3}$) است. لذا برای سنجش اندازه ذرات ریز شفاف نمی‌توان از فرمول‌های پراش رایج در کتاب‌های اپتیک بهره برد. ب- برخلاف پراش از روزنه دایره‌ای ایجاد شده در ورقه جاذب، در پراش از روزنه دایره ای فازی، بیشینه شدت ممکن است در مرکز طرح پراش رخ ندهد.



شکل۷. نمودارهای تجربی و نظری پراش نور لیزر از پله فازی(روزنه فازی) دایره‌ای به‌شعاع $R = 70\,\mu m$ در فاصله‌های z مختلف. اختلاف فاز φ تقریباً برابر 1.41π می‌باشد. نمودارهای نقطه‌چین مربوط به نتیجه تجربی می‌باشند.

نتیجه گیری

در این مقاله حالت پراش نور از یک روزنه دایره‌ای یا پله فازی دایره‌ای ایجاد شده روی یک ورقه مسطح شفاف بررسی و فرمول‌های کلی برای محاسبهٔ شدت نور پراشیده به‌دست آمده است. همچنین برای بررسی تجربی مسأله، پله‌های فازی دایره‌ای توسط روش خوردگی تر روی شیشه ساخته و طرح پراش نور لیزر هلیوم-نئون از این پله‌ها در فواصل مختلف ثبت و با نتایج محاسباتی و نظری مقایسه گردید. بین نتایج تجربی و نظری تطابق بسیار خوبی مشاهده می‌گردد. از نتایج این مقاله می‌توان نتیجه گرفت که در قیاس با پراش نور از روزنهٔ ایجاد شده در ورقهٔ جاذب نور، سرعت گسترش طرح پراش با افزایش فاصله از روزنه فازی بسیار کندتر(تقریباً $\frac{1}{3}$) است و برای سنجش اندازهٔ ذرات ریز شفاف نمی‌توان از فرمول‌های پراش رایج در کتاب‌های اپتیک بهره برد. همچنین به‌نظر می‌رسد برای حد تفکیک اجسام نیمه شفاف توسط دستگاه‌های تصویربرداری نیاز به تعریفی متفاوت با حد ریلی وجود دارد.

مرجع‌ها

[1] J.W. Goodman, Introduction to Fourier optics, 3rd ed., Englewood, CO: Roberts & Co. Publishers, 2005.

[2] E. Hecht, Optics, Reading, Mass. Addison-Wesley, 2002.

[3] Z. Ma, H.G. Merkus, J.G.A.E de Smet, C. Heffels, B. Scarlett, New developments in particle characterization by laser diffraction: size and shape, Powder Technol., 111 (2000). 66-78. https://doi.org/10.1016/S00325910(00)00242-4

[4] L. Xu, T. Wei, J. Zhou, Z. Cao, Modified Landweber algorithm for robust particle sizing by using Fraunhofer diffraction, Appl. Opt. 53 (2014) 6185-6193. https://doi.org/10.1364/AO.53.006185

[5] J. Zhou, Z. Cao, H. Xie, L. Xu, Digital micro-mirror device-based detector for particle-sizing instruments via Fraunhofer diffraction, Appl. Opt. 54(2015) 5842-5849. https://doi.org/10.1364/AO.54.005842

[6]. H. Xie, L. Xu, H. Niu, Z. Cao, Particle sizing from Fraunhofer diffraction pattern using a digital micro-mirror device and a single photodiode, Powder Technol. 332 (2018) 351-358. https://doi.org/10.1016/j.powtec.2018.04.007

[7] M.T. Tavassoly, M. Amiri, Fresnel diffraction from 1D and 2D phase steps in reflection and transmission modes, Opt. Commun. 272 (2007) 349-361. https://doi.org/10.1016/j.optcom.2006.11.048

[8] H. Salvdari, M.T. Tavassoly, S.R. Hosseini, Fresnel diffraction from a step in the general case, J. Opt. Soc. Am. A 34 (2017) 674-680. https://doi.org/10.1364/JOSAA.34.000674

[9]. M.T. Tavassoly, R. Rezvani-Naraghi, A. Nahal, K. Hassani, High precision refractometry based on Fresnel diffraction from phase plates. Opt. Lett. 37(9) (2012) 1493-1495. https://doi.org/10.1364/OL.37.001493

[10] A.A. Khorshad, K. Hassani, M.T. Tavassoly, Nanometer displacement measurement using Fresnel diffraction, Appl. Opt. 51 (2012) 5066-5072. https://doi.org/10.1364/AO.51.005066

[11]. M.T. Tavassoly, M. Amiri, A. Darudi., R. Aalipour, A. Saber, A.R. Moradi, Optical diffractometry, J. Opt. Soc. Am. A, 26(2) (2009) 540-547. https://doi.org/10.1364/JOSAA.26.000540

[12] A. Mahmoudi, Application of Fresnel diffraction from phase steps to measurement of etching rate of transparent materials, Appl. Opt. 54 (2015) 7993-7996. https://doi.org/10.1364/AO.54.007993

[13] S. Ebrahimi, M. Dashtdar, Quantitative phase imaging based on Fresnel diffraction from a phase plate, Appl. Phys. Lett. 115 (2019) 203702. https://doi.org/10.1063/1.5123353

[14] S. Ebrahimi, M. Dashtdar, Lens-free digital holographic microscopy for cell imaging and tracking by Fresnel diffraction from a phase discontinuity, Opt. Lett. 46 (2021) 3516-3519. https://doi.org/10.1364/OL.426588

[15] M.J. Siavashani, I. Naghedi, V. Abbasian, E.A. Akhlaghi, M.A. Charsooghi, M.T. Tavassoly, A.R. Moradi, 3D imaging using scanning diffractometry. Sci. Rep. 11(1), (2021) 1-9. https://doi.org/10.1038/s41598-020-79939-y

[16] N. Madadi, M. Amiri, Efficient methodology with potential uses of Fresnel diffractometry for real-time study of uniaxial nematic liquid crystal phase transitions. Sci Rep. 13 (2023) 2184. https://doi.org/10.1038/s41598-023-29174-y

[17] M. Born, E. Wolf, Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light, 7th ed., Cambridge University Press, 1999.